

УДК 631.331

© Б.М Гевко, д.т.н., Р.І Лотоцький
Тернопільський національний технічний університет ім. Івана Пулюя
В.М. Пришляк, к.т.н.
Вінницький національний аграрний університет

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ РУХУ ЗЕРНА ПО РУХОМИМ ПОВЕРХНЯМ ВИСІВНИХ АПАРАТІВ

У праці спроектовано висівний апарат та запропонована методика розробки математичної моделі переміщення зерна.

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ, РУХ НАСІННЯ ПО КОНІЧНИХ І ПЛОСКИХ ПОВЕРХНЯХ, ВИСІВНІ АПАРАТИ.

Постановка проблеми. Одержання високих і стабільних врожаїв залишається актуальною проблемою сільськогосподарського виробництва. При вирощуванні сільськогосподарських культур особливу увагу необхідно звертати на сівбу, тому що допущені під час її виконання недоліки неможливо виправити. Із розвитком технологій поліпшилась і якість насіння. Тому питання, які ставляться до точного, однозернового висіву насіння набуло актуальності і потребує раціональних рішень.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Рух частинок по шорстких поверхнях сільськогосподарських машин детально проаналізовано в роботах Василенка П.М. [1, 2], а також в інших джерелах. У випадку, коли частинка рухається по поверхні з прокачуванням, широко використовується модель кулі. В роботі [3] представлено розв'язок задачі про рух кулі довільною кривою. Ударну взаємодію сферичних частинок із робочими поверхнями машин розглянуто в роботах Морозова І.В. [4], Рогатинського Р.М. [5]. Аналіз взаємодії частинок, відмінних від кулі, з робочими органами машин відображено в роботі [6]. Проте ряд питань, пов'язаних із обґрунтуванням параметрів руху посівного матеріалу по обертових конусних поверхнях висівних апаратів, залишилися не повністю дослідженими.

Мета роботи. Метою роботи є розроблення математичної моделі руху частинок висівного матеріалу шорсткими поверхнями висівних апаратів для визначення кінематичних та силових параметрів під час взаємодії насінини з конічними та плоскими висівними дисками з виведенням відповідних аналітичних залежностей для апаратів точного висіву насіння.

Результати дослідження. Технологічний процес роботи висівного апарата точного висіву, який зображено на рис. 1 [7].

Робота висівного апарату здійснюється наступним чином. В бункер 1 і корпус висівного апарата засипається насіння і включається привід висівного апарата. З центрального привідного вала 2 через конічні шестерні 3, карданний вал 4 крутний момент передається на карданний вал і диск 5. Під час обертання диска насінини 6 заповнюють комірки 7 і переміщуються по колу доріжкою ковзання до виштовхувального кінця одновиткової пружини 8. Під час зустрічі зернини 6 з виштовхувальним кінцем вона через отвір випадає в насінепровід. Далі насінини потрапляють на лопатки 9 розподільчого диска 10, і за рахунок його обертання, з нульовою горизонтальною швидкістю випадають на дно канави необхідної глибини, нарізаної сошником 11. Після цього канавка загортається загортачами 12, а ґрунт ущільнюється опорно-копіювальним привідним колесом 13.

Проектування багатьох сільськогосподарських машин, зокрема висівних апаратів, неможливе без визначення кінематичних і динамічних параметрів переміщення матеріалу поверхнями машин. Стосовно висівних апаратів переміщення частинок може відбуватись без взаємодії з іншим посівним матеріалом, а тому, визначення траєкторій руху окремої частинки, визначення параметрів його взаємодії з рухомими поверхнями деталей апаратів є важливою науковою задачею, що дозволяє на етапі проектування забезпечувати високі вимоги до їх точності.

Розглянемо рухому конусну поверхню диска висівного апарата діаметром кожуха D_0 в циліндричній системі координат $O\rho\theta z$, що обертається з кутовою швидкістю ω .

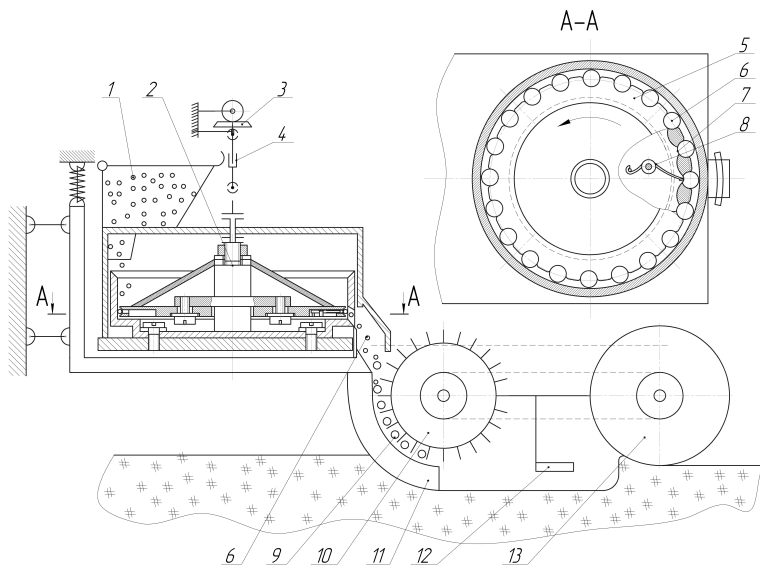


Рис. 1 – Висівний апарат точного висіву

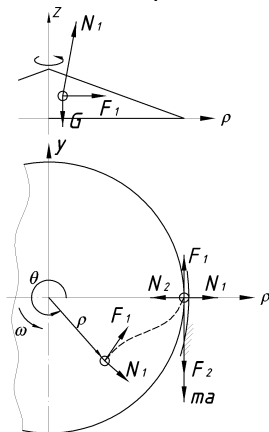


Рис. 2 – Розрахункова схема руху насінини поверхню висівного диска

Рівняння такої поверхні в циліндричній системі координат

$$\rho_1 = u; \theta_1 = \phi_1; z_1 = u_1 \operatorname{ctg} \beta. \quad (1)$$

Рівняння циліндричної поверхні кожуха:

$$\rho_2 = D_0 / 2; \theta_2 = \phi_2; z_2 = u_2, \quad (2)$$

де u_i та ϕ_i - відповідно лінійний та кутовий незалежні параметри кожної із поверхонь.

Диференціальні рівняння руху матеріальної частинки виведено відповідно в [2,4]. З метою спрощення подальших викладок стосовно руху потоку, дослідимо рух частинки в циліндричних координатах $O\rho\theta z$. Розглянемо матеріальну зернину А, яка переміщується лише по поверхні конусного диска під час його обертання.

З використанням принципу Даламбера рівняння руху для матеріальної зернини:

$$\overline{N}_1 + \overline{F}_1 + \overline{G} - m\overline{a} = 0, \quad (3)$$

де \overline{N}_1 та \overline{F}_1 - відповідно вектори сил нормальної реакції конусної поверхні диска висівного апарата і сили тертя від її дії (рис. 1, а), $F_1 = \mu N_1$; m - маса частинки, \overline{a} - абсолютне прискорення частинки; \overline{G} - вектор сили земного тяжіння; μ - коефіцієнт тертя ковзання частинки по поверхні диска.

Вектор рівнодійної реакції поверхні на частинку в полярній системі координат $\overline{R}_1 = \overline{N}_1 + \overline{F}_1 = \{\alpha_{\rho 1} N_1; \alpha_{\theta 1} N_1; \alpha_{z 1} N_1\}$, де $\alpha_{z 1}$, $\alpha_{\theta 1}$ та $\alpha_{\rho 1}$ - відповідні коефіцієнти (суми направляючих косинусів векторів \overline{N}_1 та \overline{F}_1 до ортів координатної системи).

Після розкладу на координатні осі рівняння (3) має вигляд:

$$\begin{cases} \alpha_{\rho 1} N_1 + G_{\rho} - m a_{\rho} = 0; \\ \alpha_{\theta 1} N_1 + G_{\theta} - m a_{\theta} = 0; \\ \alpha_{z 1} N_1 + G_z - m a_z = 0. \end{cases} \quad (4)$$

Складові швидкості \mathbf{V} та абсолютного прискорення \mathbf{a} частинки під час її руху по поверхні кожуха під дією спіралі:

$$\begin{cases} v_{\rho} = d\rho / dt = \dot{\rho}; \\ v_{\theta} = \rho \cdot d\theta / dt = \rho\dot{\theta}; \\ v_z = (d\rho / dt) \operatorname{ctg} \beta = \dot{\rho} \operatorname{ctg} \beta. \end{cases} \quad (5)$$

$$\begin{cases} a_{\rho} = \ddot{\rho} + \rho\dot{\theta}^2; \\ a_{\theta} = \rho\ddot{\theta} + 2\dot{\rho}\dot{\theta}; \\ a_z = (\ddot{\rho} + \rho\dot{\theta}^2) \operatorname{ctg} \beta, \end{cases}$$

де ρ , $\dot{\rho}$ та $\ddot{\rho}$ - відповідно радіальні параметри частинки, її швидкість та прискорення, тут $\rho = D/2$; θ , $\dot{\theta}$ та $\ddot{\theta}$ - відповідно кутові параметри, швидкість та прискорення частинки в системі $O\rho\theta z$; β - кут конуса диска.

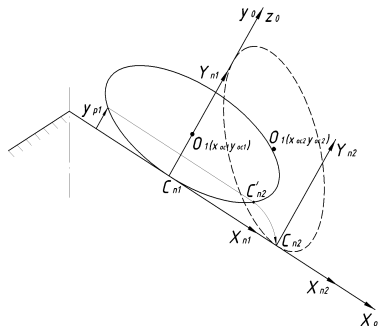


Рис. 3 – Розрахункова схема руху частинки по поверхні висівного диска

Вектор \overline{N}_1 направлений перпендикулярно поверхні диска висівного апарата, а вектор \overline{F}_1 розміщений в площині, дотичній до цієї поверхні, в точці її контакту із частинкою і направлений протилежно вектору відносної швидкості частинки щодо кожної із поверхонь.

Напрямок вектора відносної швидкості частинки $\overline{v}_e = \overline{v} - \overline{v}_1$, де $\overline{v}_1 = 0 \cdot \overline{e}_\rho + \rho\omega \cdot \overline{e}_\theta + 0 \cdot \overline{e}_z$, де \overline{e}_i - орти відповідних осей координат.

Отже, відносна швидкість дорівнює:

$$\overline{v}_e = \overline{v} - \overline{v}_1 = \dot{\rho} \cdot \overline{e}_\rho + \rho(\dot{\theta} - \omega) \cdot \overline{e}_\theta + \dot{\rho} \operatorname{ctg} \beta \cdot \overline{e}_z. \quad (6)$$

Її абсолютна величина:

$$v_e = |\overline{v}_e| = [\rho^2(\dot{\theta} - \omega)^2 + \dot{\rho}^2(1 + \operatorname{ctg}^2 \beta)]^{1/2}. \quad (7)$$

Відповідно:

$$\begin{aligned} \overline{N}_1 &= N \{ \sin \beta; 0; \cos \beta \}; \\ \overline{F}_1 &= -\mu N_1 \overline{v}_e / |\overline{v}_e|. \end{aligned} \quad (8)$$

Отже, коефіцієнти при векторі сили зв'язку частинки із поверхнею диска дорівнюють:

$$\alpha_i = \{ \sin \beta - \mu_1 \dot{\rho} / v_a; \mu_1 \rho(\omega - \dot{\theta}) / v_a; \cos \beta - \mu_1 \dot{\rho} \operatorname{ctg} \beta / v_a \}. \quad (9)$$

Відповідно система (4) має вигляд:

$$\begin{cases} (\sin \beta - \mu_1 \dot{\rho} / v_a) N_1 - m(\ddot{\rho} + \rho \dot{\theta}^2) = 0; \\ [\mu_1 \rho(\omega - \dot{\theta}) / v_a] N_1 - m(\rho \ddot{\theta} + 2\dot{\rho} \dot{\theta}) = 0; \\ (\cos \beta - \mu_1 \dot{\rho} \operatorname{ctg} \beta / v_a) N_1 - mg - m\ddot{\rho} \operatorname{ctg} \beta = 0. \end{cases} \quad (10)$$

Після відповідних перетворень і спрощень (12) отримано наступну систему рівнянь для числового визначення траєкторії руху частинки по обертовій конічній поверхні:

$$\begin{cases} \rho\dot{\theta}^2(v_a \cos \beta - \mu_1 \dot{\rho} \operatorname{ctg} \beta) - g(v_a \sin \beta - \mu_1 \dot{\rho}) = 0; \\ (\rho\ddot{\theta} + 2\dot{\rho}\dot{\theta})(v_a \sin \beta - \mu_1 \dot{\rho}) - \mu_1 \rho(\ddot{\rho} + \rho\dot{\theta}^2)(\omega - \dot{\theta}) = 0. \end{cases} \quad (11)$$

Розв'язок систем (11) числовими методами показує, що в процесі обертання диска висівного апарату частинка, що лежить на його поверхні, наближається до периферії диска за траєкторією, близькою до дотичної колової траєкторії з радіусом, що відповідає радіальному параметру частинки.

Проте використання моделі матеріальної частинки для випадку потоку пов'язане із рядом обмежень, для встановлення яких необхідно розглянути складніші моделі, наприклад, модель руху сферичної частинки.

У випадку падіння частинки з висоти на поверхню кінцевого диска траєкторію відскоку моделювали за допомогою спеціального програмного забезпечення, що моделює взаємодію круглих частинок із обертовою поверхнею робочого органу [5]. Вказане програмне забезпечення дозволяє змоделювати рух сферичної частинки по обертовій поверхні залежно від різних початкових кінематичних параметрів частинки. Встановлено, що частинка з початковими нульовими кутовою та лінійною швидкостями під час взаємодії з рухомою поверхнею обертового диска висівного апарата через соті долі секунди переходить від режиму ковзання до режиму кочення.

Визначення траєкторії руху некруглого (еліпсоїдного) зерна залежно від кута повороту частинки розглянуто в роботі [4]. В цьому випадку лінійна швидкість центра частинки від її кутової швидкості $\vec{\omega} = \vec{\varphi}_e$, при її переміщенні криволінійними поверхнями визначається за залежністю:

$$v_c = \sqrt{(\dot{x}_{0c})^2 + (\dot{y}_{0c})^2} = \sqrt{\left(\frac{\partial x_{0c}}{\partial \varphi_l} \frac{\partial \varphi_l}{\partial \tau}\right)^2 + \left(\frac{\partial y_{0c}}{\partial \varphi_l} \frac{\partial \varphi_l}{\partial \tau}\right)^2} = \omega \sqrt{k_{0c}^2 + k_{1c}^2}, \quad (12)$$

де τ – параметр часу; x_{0c} та y_{0c} – відповідно координати центру зернини; φ – кут повороту частинки; φ_{n20} – кут між нормаллями, проведеними до поверхні еліпса в точках дотику, відповідно початковій та в розглядуваний момент часу τ ; φ – кут між нормаллями, проведеними до поверхні кочення у початковій та біжучій точках дотику.

Згідно із законом збереження енергії для зернини під час кочення виконується рівність:

$$\frac{mv_c^2}{2} + \frac{I\dot{\varphi}_e^2}{2} + \frac{k_t\dot{\varphi}_e^2}{2} = mg\Delta h, \quad (13)$$

де m – маса зерна; V_c – швидкість руху центра мас зерна; I – момент інерції еліпсоїда навколо вісі навколо центральної вісі обертання; k_t – дисипативний коефіцієнт розсіювання енергії; Δh – рівень розміщення зерна по висоті робочої зони, $\Delta h = -y_{0c}$.

З рівнянь (12), (13) отримано значення модуля кутової швидкості обертання еліпса:

$$|\omega| = \sqrt{\frac{-mgy_{0c}}{\frac{m\sqrt{(\dot{x}_{0c})^2 + (\dot{y}_{0c})^2}}{2} + \frac{I}{2} + \frac{k_t}{2}}}} \quad (14)$$

За зміною кутової швидкості згідно з (14) визначено лінійну швидкість зернини.

Виведені залежності дають можливість визначити траєкторію руху центра мас зерна по конусній поверхні диска висівного апарата та закон зміни швидкості частинки, для чого розроблені відповідні алгоритми та програмне забезпечення.

Під час накопичення зерна по периферії рухомого диска, насіння в масиві може поводити себе аналогічно матеріальній частинці у зв'язку з тим, що взаємне провертання частинок практично відсутнє, тобто реалізується модель звязної маси. В цьому випадку форма частинки на її рух практично не впливає, а модель переміщення насінини визначається, як модель руху частинки в безвідривному режимі по поверхнях рухомого конічного диска та нерухомого вертикального циліндричного кожуха. Траєкторія руху частинки є коло з діаметром D_0 . Відповідно $\rho = D_0$ і частинка мають лише один незалежний параметр θ .

З використанням принципу Даламбера рівняння руху для матеріальної частинки аналогічно (3) має вигляд:

$$\bar{N}_1 + \bar{F}_1 + \bar{N}_2 + \bar{F}_2 + \bar{G} - m\bar{a} = 0, \quad (15)$$

де \bar{N}_2 та \bar{F}_2 – відповідно вектори сил нормальної реакції циліндричної поверхні кожуха та сили тертя від її дії, $F_2 = \mu_2 N_2$. Вектор рівнодійної реакції поверхонь диска ($i=1$) та циліндричного кожуха ($i=2$) у полярній системі координат, аналогічно записано $\bar{R}_i = \bar{N}_i + \bar{F}_i = \{\alpha_{\rho} N_i; \alpha_{\theta} N_i; \alpha_z N_i\}$, де α_{ρ} , α_{θ} та α_z – відповідні коефіцієнти (суми направляючих косинусів векторів \bar{N}_i та \bar{F}_i до ортів координатної системи). Для випадку, що розглядається, $\alpha_1 = \{\sin \beta; \mu_1; \cos \beta\}$; $\alpha_2 = \{-1; -\mu_2; 0\}$.

Після розкладу на координатні осі рівняння (3) має вигляд:

$$\begin{cases} \alpha_{\rho 1} N_1 + \alpha_{\rho 2} N_2 + G_{\rho} - m a_{\rho} = 0; \\ \alpha_{\theta 1} N_1 + \alpha_{\theta 2} N_2 + G_{\theta} - m a_{\theta} = 0; \\ \alpha_{z 1} N_1 + \alpha_{z 2} N_2 + G_z - m a_z = 0. \end{cases} \quad (16)$$

Складові швидкості та абсолютного прискорення частинки під час її руху по поверхні кожуха під дією диска:

$$v_{\rho} = 0; \quad v_{\theta} = u \cdot d\theta / dt. \quad (17)$$

Після відповідних перетворень реакції поверхонь диска та кожуха відповідно визначатимуть із залежностей:

$$\begin{aligned} N_1 &= mg / \cos \beta; \\ N_2 &= m(D_0 \dot{\theta}^2 / 2 + g \operatorname{tg} \beta). \end{aligned} \quad (18)$$

Рівняння руху частинки в розгорнутому вигляді має вигляд:

$$\ddot{\theta} - 2\mu_1 g / (D_0 \cos \beta) + \mu_2 (\dot{\theta}^2 + 2g \operatorname{tg} \beta / D_0) = \quad (19)$$

Для встановленого руху, коли $\ddot{\theta} = 0$, кутова швидкість кругового руху матеріальної частинки (за умови $\dot{\theta} < \omega$) дорівнює:

$$\omega_A = \dot{\theta} = \sqrt{2g(\mu_1 - \mu_2 \sin \beta) / (\mu_2 D_0 \cos \beta)}. \quad (20)$$

Як випливає із рівняння (20), кутова швидкість кругового руху матеріальної частинки не залежить від кутової швидкості диска у визначеному діапазоні кутових швидкостей. Проте для реального насіння, особливо сферичної форми, внаслідок його перекочування реальна кутова швидкість обертання масиву насіння ω_{ρ} дорівнює $\dot{\theta} \leq \omega_{\rho} \leq \omega$.

Як свідчать отримані результати, рух насіння по поверхні обертового диска від зони завантаження до периферії бункера насінневого апарата займає незначний проміжок часу та в процесі їх розподілу у комірках висівного апарата приймаємо, що насіння розміщується по зовнішньому діаметру конічного диска, тобто його рух описується рівнянням (18), або з врахуванням реальної форми насіння.

У загальному випадку на рух частинки рухомими поверхнями висівних апаратів суттєво впливають її відхилення від правильної сферичної форми, а тому в точних розрахунках технологічних процесів сільськогосподарського виробництва та проектуванні відповідних машин вплив таких відхилень доцільно враховувати.

Висновки. В результаті проведених досліджень розроблено модель руху частинки висівного матеріалу, що дає можливість визначити кінематичні та силові параметри під час взаємодії насінини з конічними та плоскими висівними дисками. Виведено аналітичні

залежності для визначення траєкторії руху зернин поверхню обертового диска, кутової швидкості обертання масиву насіння і реакції поверхонь диска та кожуха. Наведено схему і принцип роботи механічного апарата точного висіву насіння.

Література

1. Василенко П.М. Теория движения частицы по шероховатым поверхностям сельскохозяйственных машин. – К.: Изд. УАСХН, 1960. – 283 с.
2. Василенко П.М., Василенко Т.А., Богачев С.Я. О движении семян по семяпроводам посевных машин. // Сельскохозяйственная машина. – 1957.– С. 3-6.
3. Заика П.М. Избранные задачи земледельческой механики. – К.: Издательство УСХА, 1992. – 507 с.
4. Морозов І.В., Дудін О.В. Модель траєкторії руху зерна по поверхнях сільськогосподарських машин // Вісник Харківського державного технічного університету сільського господарства “Механізація сільськогосподарського виробництва”. Вип.21.– Харків: ХДТУ. – 2003. – С.124–131.
5. Рогатинський Р.М. та інш. Модель контактної взаємодії частинки вантажу з робочими поверхнями сільськогосподарських машин // Вісник Харківського державного технічного університету сільського господарства ”Механізація сільськогосподарського виробництва”. – Вип.21. – Харків: ХДТУСГ –09.10.2003 р. – С. 222–228.
6. Гевко Б.М., Рогатынский Р.М. Винтовые подающие механизмы сельскохозяйственных машин. – Львов: Вища школа. Изд-во при Львов. ун-те, 1989. – 176 с.
7. Пат. 85232 Україна, МПК А01С 7/04. Апарат точного висіву насіння / Гевко Б.М., Павельчук Ю.Ф., Лотоцький Р.І.; заявники та власники патенту Гевко Б.М., Павельчук Ю.Ф., Лотоцький Р.І. – № u 2013 06970; заявл. 03.06.2013; опубл. 11.11.2013, Бюл. № 21.