

УДК 631.3.001.8

© Г.А. Хайлис, д.т.н.,

УкрНИИПИТ им. Л. Погорелого;

© Н.Н. Толстушко, к.т.н.; И.Е. Цызь, к.т.н.; Н.А. Толстушко;

Л.А. Талах, к.т.н.; Ю.В. Федорусь, к.т.н.,

Луцкий национальный технический университет

АНАЛИЗ КАЧЕНИЯ КОЛЕС ТРАНСПОРТНЫХ СРЕДСТВ СЕЛЬСКОХОЗЯЙСТВЕННОГО НАЗНАЧЕНИЯ

В статье рассмотрены силы, действующие на колесо при его движении по основанию под разным углом. Определены силы сопротивления движению колеса, а также скорости и путь перемещения его оси.

КОЛЕСО, ОСНОВАНИЕ, КАЧЕНИЕ, ТРАНСПОРТНОЕ СРЕДСТВО, НАКЛОННАЯ ПЛОСКОСТЬ, СИЛА.

Постановка проблемы. Транспортные средства на колесах широко применяются на практике. Качение этих колес по основанию исследовано многими авторами [1–7], однако ряд вопросов работы колес исследован недостаточно. Так, недостаточно исследовано движение по основанию колес, которое совершается в наклонной плоскости под разным углом. Этому вопросу посвящается эта работа.

Анализ последних исследований и публикаций. По качению колес по основанию проведено много исследований [1–7], однако силы, действующие на колеса при разном угле наклона их основания, исследованы недостаточно.

Цель исследования – провести анализ сил, действующих на колеса при их движении по наклонной плоскости под разными углами.

Результаты исследования. При качении колес по основанию соприкасающиеся точки колес и основания могут не иметь относительного движения. Такое движение представляет собой чистое качение. Таким примером чистого качения является качение колеса по неподвижной плоскости.

На рис. 1 показано качение жесткого колеса 1 по горизонтальному неподвижному основанию 2 под действием движущей силы P . Колесо прижимается к основанию 2 под действием вертикальной силы G , проходящей через его центр C , и вращается вокруг оси C с угловой скоростью ω . Деформации колеса и опорной

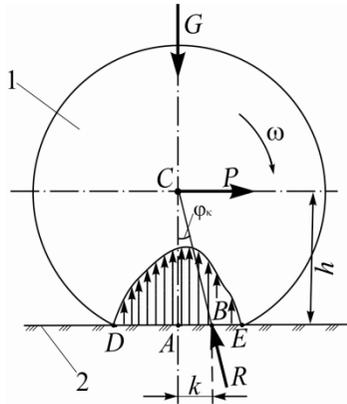


Рис. 1 – Схема трения качения колеса по основанию и положение реакции R при наличии такого трения: 1 – колесо; 2 – основание

поверхности при их прижатии друг к другу пропорциональны действующим на них давлениям. Опыт показывает, что для качения колеса 1 по основанию 2 последнее должно действовать с силой реакции R в некоторой точке B , удаленной от точки A на расстоянии k . Это объясняется тем, что давление колеса 1 на основание 2 распределяется по участку DE этого основания несимметрично относительно оси AC ; поэтому и общая сила реакции R окажется приложенной не в точке A , а в некоторой точке B , удаленной от точки A вперед на расстояние k . От расстояния k зависит необходимая для обеспечения движения колеса движущая сила P .

Величина k называется коэффициентом трения качения (или плечом трения качения) и имеет размерность длины. Значения коэффициента трения k определяются по опытным данным. Например, при качении дерева по дереву k получено равным $0,0005 \dots 0,0006$ м, а при качении стали по стали k равняется $0,00005$ м.

Как уже указывалось, приведенная на рис. 1 эпюра сил давлений на участке $DABE$ характеризует изменение давлений на данном участке из-за совместной деформации колеса и основания. Наибольшее давление здесь имеет место в зоне правее вертикальной оси AC . Основание давит на колесо с силой R , представляющей собой результирующую сил давления основания на колесо по всему участку

DABE. Линия действия силы R проходит через центр колеса C под углом φ_k , который называется углом качения. Этот угол φ_k равен:

$$\varphi_k = \arctg(k/h), \quad (1)$$

где h – расстояние от центра C колеса до опорной поверхности (зависит от деформации колеса и опорной поверхности).

По этой формуле, зная k и h , определяется угол φ_k .

Если рассматривать равномерное движение колеса, составить суммы моментов сил относительно точки B и приравнять их нулю, то решением уравнения относительно P получаем:

$$P = G \cdot k/h. \quad (2)$$

Так определяется сила, необходимая для обеспечения движения колеса по горизонтали вправо и преодоления сопротивления при трении качения. Аналогично определяется сила P для обеспечения движения колеса влево.

Рассмотрим теперь, какая сила P потребуется для передвижения вверх тележки на двух одинаковых колесах, если вес тележки вместе с колесами равен G . Схема этого устройства представлена на рис. 2. Подъем производится под углом α между осью x и горизонталью OL . Движение тележки считаем равномерным. Сила G приложена в центре C оси колеса и передается на оба колеса сзади, а спереди вес прицепа передается на прицепное устройство трактора. Поэтому сила P на рис. 2 представляет собой

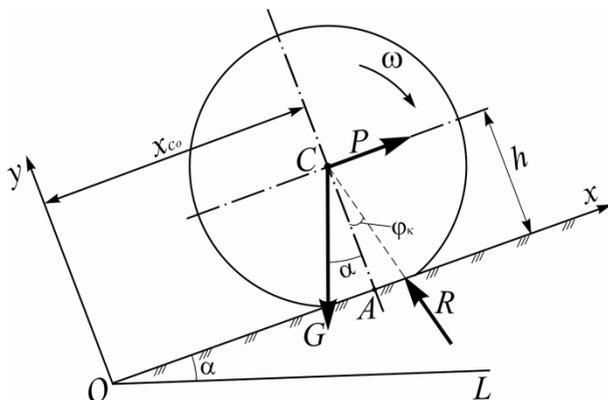


Рис. 2 – Схема тележки, перемещаемой под действием силы P с подъемом под углом α к горизонтали OL

силу тяги, которую создает трактор для передвижения обоих колес (на схеме показано одно колесо) тележки.

Следует отметить, что каждое из двух колес тележки одинаково давит на почву, т.е. сила давления одного колеса на почву равна $G/2$.

Для решения этого вопроса проведем плоскую систему координат xOy с началом в точке O поверхности Ox основания. Ось Ox направим по поверхности основания в сторону движения тележки под углом α к горизонту вверх, а ось Oy направим перпендикулярно оси Ox вверх. Сила G тяжести тележки действует в центре C колес. Движущая сила P действует параллельно оси Ox вправо.

Составим суммы проекций сил на оси x и y и приравняем их нулю. Тогда получим:

$$\left. \begin{aligned} \sum x_i &= P - G \cdot \sin \alpha - R \cdot \sin \varphi_{\kappa} = 0; \\ \sum y_i &= -G \cdot \cos \alpha + R \cdot \cos \varphi_{\kappa} = 0. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Из второго уравнения (3) следует, что $R = G \cdot \cos \alpha / \cos \varphi_{\kappa}$.

Подставляя это значение R в первое равенство (3) и решая полученное уравнение относительно P , найдем:

$$P = G \cdot (\sin \alpha + \cos \alpha \cdot \operatorname{tg} \varphi_{\kappa}). \quad (4)$$

Так определяется сила P , необходимая для обеспечения равномерного движения тележки при ее подъеме вдоль оси x . Как видим из полученного равенства (4), сила P тем больше, чем больше угол α и угол φ_{κ} .

Рассмотрим теперь эту же задачу, но при условии движения тележки вниз под углом β . Схема этого устройства представлена на рис. 3. Опускание тележки производится под углом β . Движение тележки считаем равномерным.

Для решения этой задачи проведем плоскую систему координат xOy с началом в точке O поверхности Ox основания. Ось Ox направим по поверхности основания в сторону движения под углом β к горизонту, а ось Oy направим перпендикулярно Ox вверх. Сила G тяжести тележки действует в центре C колес вертикально вниз (аналогично тому, как это имеет место на рис. 2). Движущая сила P действует параллельно оси Ox вправо. Сопротивление воздуха не

учитываем. В данном случае угол φ_k может отличаться от того значения, которое получено по опытным данным для рис. 2.

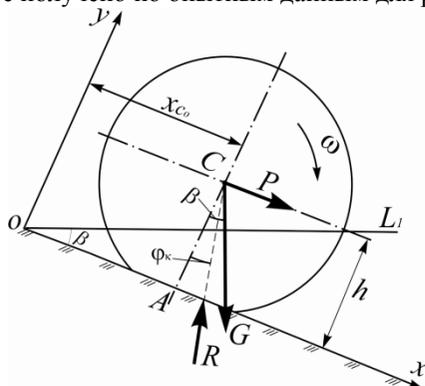


Рис. 3 – Схема тележки, перемещаемой под действием силы P с опусканием под углом β к горизонтали OL_1

Составим суммы проекций сил на оси x и y , а затем приравняем их нулю. Тогда получим:

$$\left. \begin{aligned} \sum x_i &= P + G \cdot \sin \beta - R \cdot \sin \varphi_k = 0; \\ \sum y_i &= -G \cdot \cos \beta + R \cdot \cos \varphi_k = 0. \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Из второго уравнения (5) следует, что $R = G \cdot \cos \beta / \cos \varphi_k$.

Подставляя это значение R в первое равенство (5) и решая полученное уравнение относительно P , найдем:

$$P = -G \cdot \sin \beta + G \cdot \frac{\cos \beta \cdot \sin \varphi_k}{\cos \varphi_k} = -G \cdot (\sin \beta - \cos \beta \cdot \operatorname{tg} \varphi_k). \quad (6)$$

Из полученного равенства следует, что сила P , необходимая для равномерного движения тележки вниз, должна быть направлена при $\beta > \varphi_k$ противоположно направлению движения центра C колеса и тем больше, чем больше угол β и сила G (т.е. эта сила P тормозящая).

Из равенств (4) и (6) следует, что при $\alpha = 0$ и $\beta = 0$ сила P должна быть равна $G \cdot \operatorname{tg} \varphi_k$.

Рассмотрим теперь движение тележки, изображенной на рис. 2, при условии, что она движется неравномерно. Обозначим через

m_T массу тележки с колесами и составим дифференциальные уравнения движения обоих колес тележки с той частью груза, которая приходится на эти колеса (сопротивление воздуха не учитываем):

$$\left. \begin{aligned} m_T \cdot \ddot{x}_C &= P - G \cdot \sin \alpha - R \cdot \sin \varphi_k; \\ m_T \cdot \ddot{y}_C &= -G \cdot \cos \alpha + R \cdot \cos \varphi_k; \\ J_C \cdot \ddot{\psi} &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

где \ddot{x}_C – проекция ускорения точки C на ось x ;

\ddot{y}_C – проекция ускорения точки C на ось y ;

J_C – момент инерции обоих колес тележки относительно оси, проходящей через центр тяжести C и перпендикулярной плоскости xOy ;

$\ddot{\psi}$ – угловое ускорение колес.

Из первого уравнения (7) находим:

$$\ddot{x}_C = \frac{P}{m_T} - \frac{G}{m_T} \sin \alpha - \frac{R}{m_T} \sin \varphi_k.$$

Так как $\ddot{x}_C = \frac{dx_C}{dt}$, то $\dot{x}_C = \int \ddot{x}_C dt + C_1$, т.е.

$$\dot{x}_C = \frac{1}{m_T} (P - G \cdot \sin \alpha - R \cdot \sin \varphi_k) \cdot t + C_1,$$

где C_1 – постоянная интегрирования.

При $t = 0$, $\dot{x}_C = v_{x0}$, где v_{x0} – скорость v_x в начале движения; будем считать, что эта скорость равна нулю. Тогда $v_{x0} = 0$, а \dot{x}_C равно:

$$\dot{x}_C = \frac{1}{m_T} (P - G \cdot \sin \alpha - R \cdot \sin \varphi_k) \cdot t. \quad (8)$$

Так выражается скорость \dot{x}_C . Путь x_C , пройденный центром колеса C за время t , будет $x_C = \int \dot{x}_C dt + C_2$, т.е.

$$x_C = \frac{1}{m_T} (P - G \cdot \sin \alpha - R \cdot \sin \varphi_k) \cdot \frac{t^2}{2} + C_2, \quad (8')$$

где C_2 – постоянная интегрирования.

При $t = 0$, $x_C = x_{C0}$, где x_{C0} – путь x в начале движения; будем считать, что этот путь равен указанному выше значению x_{C0} (рис. 2). Тогда:

$$x_C = \frac{1}{2 \cdot m_T} (P - G \cdot \sin \alpha - R \cdot \sin \varphi_k) \cdot t^2 + x_{C0} \quad (9)$$

или

$$x_C = x_{C0} + \frac{1}{2 \cdot m_T} (P - G \cdot \sin \alpha - R \cdot \sin \varphi_k) \cdot t^2. \quad (10)$$

Из второго уравнения (7) с учетом того, что ордината y_C при движении тележки не меняется, следует, что $y_C = AC$, здесь AC – расстояние h на рис. 2. Таким образом:

$$y_C = h. \quad (11)$$

Из третьего уравнения (7) при $J_C > 0$ следует, что $\ddot{\psi} = 0$, т.е. угловое ускорение равно нулю. Тогда угловая скорость $\dot{\psi}$, т.е. ω , будет представлять собой постоянную величину, равную:

$$\omega = \dot{x}_C / h. \quad (12)$$

В этой формуле \dot{x}_C – скорость, определяемая по формуле (8).

Проанализируем теперь движение тележки, изображенной на рис. 3, при условии, что она движется неравномерно. Массу тележки с колесами обозначим m_T . Тогда дифференциальные уравнения движения обоих колес тележки с той частью груза, которая приходится на эти колеса, будут (если не учитывать сопротивление воздуха):

$$\left. \begin{aligned} m_T \cdot \ddot{x}_C &= P + G \cdot \sin \beta - R \cdot \sin \varphi_k; \\ m_T \cdot \ddot{y}_C &= -G \cdot \cos \beta + R \cdot \cos \varphi_k; \\ J_C \cdot \ddot{\psi} &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

где величины \ddot{x}_C , \ddot{y}_C , J_C и $\ddot{\psi}$ такие же, как в формулах (7).

Из первого уравнения (13) находим:

$$\ddot{x}_C = \frac{P}{m_T} + \frac{G}{m_T} \sin \beta - \frac{R}{m_T} \sin \varphi_k.$$

Так как $\ddot{x}_C = \frac{d\dot{x}_C}{dt}$, то $\dot{x}_C = \int \ddot{x}_C dt + C_1$, т.е.

$$\dot{x}_C = \frac{1}{m_T} (P + G \cdot \sin \beta - R \cdot \sin \varphi_k) \cdot t + C_1,$$

где C_1 – постоянная интегрирования.

При $t = 0$, $\dot{x}_C = v_{x0}$, где v_{x0} – скорость v_x в начале движения; будем считать, что эта скорость равна нулю. Тогда $v_{x0} = 0$, а \dot{x}_C равно:

$$\dot{x}_C = \frac{1}{m_T} (P + G \cdot \sin \beta - R \cdot \sin \varphi_\kappa) \cdot t. \quad (14)$$

Так выражается в данном случае скорость \dot{x}_C . Путь x_C , пройденный центром колеса C в данном случае за время t , будет $x_C = \int \dot{x}_C dt + C_2$, т.е.

$$x_C = \frac{1}{m_T} (P + G \cdot \sin \beta - R \cdot \sin \varphi_\kappa) \cdot \frac{t^2}{2} + C_2, \quad (14')$$

где C_2 – постоянная интегрирования.

При $t = 0$, $x_C = x_{C0}$, где x_{C0} – путь x в начале движения; будем считать, что этот путь равен указанному выше значению x_{C0} на рис. 3. Тогда

$$x_C = \frac{1}{2 \cdot m_T} (P + G \cdot \sin \beta - R \cdot \sin \varphi_\kappa) \cdot t^2 + x_{C0} \quad (15)$$

или

$$x_C = x_{C0} + \frac{1}{2 \cdot m_T} (P + G \cdot \sin \beta - R \cdot \sin \varphi_\kappa) \cdot t^2. \quad (16)$$

Из второго уравнения (13) с учетом того, что ордината y_C при движении тележки не меняется, следует, что $y_C = AC$, здесь AC – расстояние h на рис. 3, т.е.

$$y_C = h. \quad (17)$$

Данное равенство такое же, как равенство (11).

Из третьего уравнения (13) при $J_C > 0$ следует, что $\ddot{\psi} = 0$, т.е. угловое ускорение равно нулю. Тогда угловая скорость $\dot{\psi}$, равная ω , будет представлять собой постоянную величину, равную \dot{x}_C/h , где \dot{x}_C – скорость, определяемая по формуле (14), а h – расстояние h на рис. 3.

Выводы. Рассмотрено качение колес по основанию, которое может представлять собой асфальтированную дорогу, почву или другой вид дороги, причем наклон основания к горизонтали может быть равен нулю или быть больше или меньше нуля. В результате исследований получены закономерности движения двухколесных тележек при равномерном и неравномерном движении колес и установлено влияние сил на характер движения тележек.

Литература

1. Артоболевский И.И. Теория механизмов и машин / И.И. Артоболевский – М.: Наука, 1988.
2. Баранов Г.Г. Курс теории механизмов и машин / Г.Г. Баранов – М.: Машиностроение, 1967.
3. Кленин Н.И. Сельскохозяйственные и мелиоративные машины / Н.И. Кленин, В.А. Саун. – М.: Колос, 1994.
4. Левитская О.Н. Курс теории механизмов и машин / О.Н. Левитская, Н.И. Левитский. – М.: Высш. шк., 1985.
5. Яблонский А.А. Курс теоретической механики. Ч. II. Динамика: учеб. для техн. вузов / Яблонский А.А. – М.: Высш. шк., 1984.
6. Тарг С.М. Краткий курс теоретической механики: учеб. для вузов / С.М. Тарг – М.: Высш. шк., 1986.
7. Хайлис Г.А. Основы теории и расчета сельскохозяйственных машин: учебное пособие / Г.А. Хайлис – К.: УСХА, 1992.