

УДК 631.3.001.8

© Г.А. Хайлис, д.т.н.,

УкрНИИПИТ им. Л. Погорелого;

© Н.Н. Толстушко, к.т.н.; И.Е. Цызь, к.т.н.; Н.А. Толстушко;

Л.А. Талах, к.т.н.; М.Г. Грушецкая,

Луцкий национальный технический университет

## **СОПРОТИВЛЕНИЕ КАЧЕНИЮ КОЛЕС ПРИЦЕПНОЙ ЧЕТЫРЕХКОЛЕСНОЙ ТЕЛЕЖКИ ПО ОПОРНОЙ ПЛОСКОСТИ**

*В статье рассмотрено качение колес прицепной транспортной четырехколесной тележки по плоскости при разном угле ее наклона. Определены силы, которые действуют на тележку.*

**КОЛЕСО, КАЧЕНИЕ, ТЕЛЕЖКА, ОПОРНАЯ ПЛОСКОСТЬ, УГОЛ, НАКЛОН, СИЛА.**

**Постановка проблемы.** Колеса широко применяются в народном хозяйстве. Качение этих колес по опорной плоскости исследовано многими исследователями [1–7], однако ряд вопросов их работы рассмотрен недостаточно. Так, недостаточно исследовано движение четырехколесных тележек и их сопротивление

перекаtywанию по наклонным дорогам при разных углах наклона. Этим вопросам посвящается настоящая статья.

**Анализ последних исследований и публикаций.** По качению колес по опорной плоскости проведено много исследований [1–7], однако сопротивление перекаtywанию четырехколесных тележек по наклонной плоскости исследовано недостаточно.

**Цель исследования** – проанализировать силы, действующие на четырехколесную тележку при разных углах ее наклона, и определить тяговое сопротивление тележки.

**Результаты исследования.** Сначала рассмотрим силы, действующие на одно колесо, движущееся по горизонтальной поверхности. Такое колесо представлено на рис. 1. Считаем, что это колесо совершает чистое качение, т. е. точки колеса внизу не движутся относительно опорной плоскости. Колесо давит на плоскость с силой  $G_K$  и катится под действием движущей силы  $P_K$ , совершая вращение с угловой скоростью  $\omega$ . В зоне  $DABE$  соприкосновения колеса и плоскости колесо это и плоскость несколько деформируются, при этом создаются давления на них. Опытное исследование этого явления

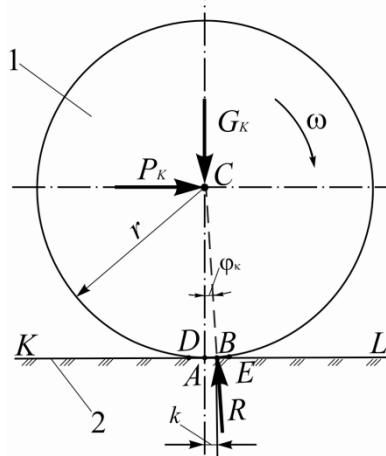


Рис. 1 – Схема качения колеса тележки по плоскости и положение силы реакции  $R$  при наличии такого качения: 1 – колесо; 2 – плоскость

показало, что для качения колеса по плоскости последняя должна давить на колесо с силой реакции  $R$  в некоторой точке  $B$ , удаленной от точки  $A$  пересечения вертикальной оси  $CA$  колеса с

горизонтальной плоскостью  $KL$  на расстояние  $k$ , что объясняется тем, что давление колеса 1 на плоскость 2 распределяется по участку  $DABE$  плоскости несимметрично относительно вертикальной оси  $AC$ . Величина  $k$  называется коэффициентом трения качения или плечом трения качения и измеряется в единицах длины. Определяется этот коэффициент опытным путем.

Наибольшее давление в зоне  $DABE$  контакта нижней части колеса и плоскости имеет место, как уже указывалось, в зоне расположения точки  $B$  правее точки  $A$ . Линия действия результирующей силы реакции  $R$ , приложенной в точке  $B$ , проходит через центр  $C$  колеса под углом  $\varphi_K$  и вертикали  $AC$ ; угол этот  $\varphi_K$  называется углом качения и равен:

$$\varphi_K = \arcsin(k/r), \quad (1)$$

где  $r$  – радиус колеса.

Если рассматривать равновесие колеса и составить сумму моментов сил относительно точки  $B$ , то можно получить, что  $G_K \cdot k = P_K \cdot r$ , откуда

$$k = \frac{P_K}{G_K} \cdot r, \quad (2)$$

а сила  $P_K$  будет равна:

$$P_K = G_K \cdot \frac{k}{r}. \quad (3)$$

Рассмотрим теперь, какая сила  $P_T$  потребуется для передвижения тележки вправо и вверх при равномерном движении. Схема такой тележки представлена на рис. 2. Тележка содержит две горизонтальные оси  $C_1$  и  $C_2$ , а каждая ось располагается на двух колесах.

Каждое из этих двух колес одинаково давит на почву, т. е. сила давления одного переднего колеса на почву равна  $\frac{G_1}{2}$ , а сила давления одного заднего колеса на почву равна  $\frac{G_2}{2}$ , здесь  $G_1$  – сила давления двух передних колес на почву, а  $G_2$  – сила давления двух задних колес на почву. Оси  $C_1$  и  $C_2$  соединены соединительным звеном  $C_1C_2$ . Считаем, что углы  $\varphi_K$  одинаковы у передних двух колес, обозначим

для них этот угол  $\varphi_{K1}$ , а для задних двух колес, у которых углы  $\varphi_K$  также считаем одинаковыми, углы эти обозначим  $\varphi_{K2}$ . Спереди ось  $C_1$

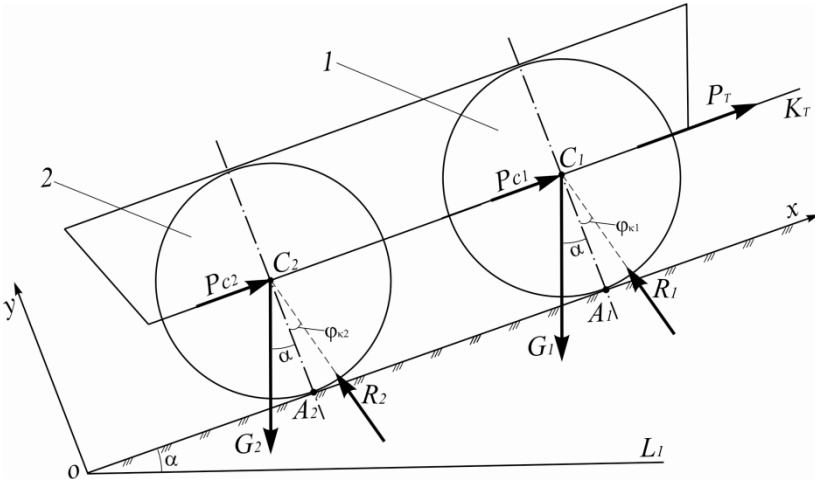


Рис. 2 – Схема двухосной прицепной тележки на четырех колесах, перемещаемой под действием силы  $P_T$  с подъемом под углом  $\alpha$  к горизонтали  $OL_1$

соединена с тяговой машиной (например, с трактором) прицепным устройством  $C_1K_T$ , которым эта тележка транспортируется вправо и вверх. Силу тяги всей тележки обозначим  $P_T$ , силу тяги передней оси обозначим  $P_{C1}$ , а силу тяги задней оси обозначим  $P_{C2}$ . Так как сопротивляются перемещению две оси  $C_1$  и  $C_2$  с колесами, то

$$P_T = P_{C1} + P_{C2}. \quad (4)$$

Для определения силы  $P_{C1}$  спроектируем действующие на колеса 1 силы на оси  $x$  и  $y$  и приравняем полученные суммы нулю. Тогда

$$\left. \begin{aligned} \sum X_i = P_{C1} - R_1 \cdot \sin \varphi_{K1} - G_1 \cdot \sin \alpha = 0; \\ \sum Y_i = R_1 \cdot \cos \varphi_{K1} - G_1 \cdot \cos \alpha = 0. \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Из второго уравнения (5) получаем:

$$R_1 = G_1 \cdot \frac{\cos \alpha}{\cos \varphi_{K1}}. \quad (5')$$

Подставляя это значение  $R_1$  в первое равенство (5) и решая его относительно  $P_{C1}$ , найдем:

$$P_{C1} = G_1 \cdot (\sin \alpha + \cos \alpha \cdot \operatorname{tg} \varphi_{K1}). \quad (6)$$

Для определения силы  $P_{C2}$  спроектируем силы, действующие на колеса 2, на оси  $x$  и  $y$  и приравняем полученные суммы нулю. Тогда

$$\left. \begin{aligned} \sum X_i = P_{C2} - R_2 \cdot \sin \varphi_{K2} - G_2 \cdot \sin \alpha = 0; \\ \sum Y_i = R_2 \cdot \cos \varphi_{K2} - G_2 \cdot \cos \alpha = 0. \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

Из второго уравнения (7) получаем:

$$R_2 = G_2 \cdot \frac{\cos \alpha}{\cos \varphi_{K2}}. \quad (7')$$

Подставляя это значение  $R_2$  в первое равенство (7) и решая полученное уравнение относительно  $P_{C2}$ , найдем:

$$P_{C2} = G_2 \cdot (\sin \alpha + \cos \alpha \cdot \operatorname{tg} \varphi_{K2}). \quad (8)$$

Подставляя значения  $P_{C1}$  и  $P_{C2}$  в равенство (4) и суммируя составляющие, найдем:

$$P_T = (G_1 + G_2) \cdot \sin \alpha + (G_1 \cdot \operatorname{tg} \varphi_{K1} + G_2 \cdot \operatorname{tg} \varphi_{K2}) \cdot \cos \alpha. \quad (9)$$

Такова зависимость силы  $P_T$  от сил  $G_1$  и  $G_2$ , угла  $\alpha$  и углов  $\varphi_{K1}$  и  $\varphi_{K2}$  для данного случая движения тележки.

При движении этой тележки по горизонтали угол  $\alpha$  равен нулю, тогда сила  $P_T$  будет равна, исходя из формулы (9):

$$P_T = G_1 \cdot \operatorname{tg} \varphi_{K1} + G_2 \cdot \operatorname{tg} \varphi_{K2}. \quad (10)$$

Рассмотрим еще, какая сила  $P$  потребуется для равномерного передвижения вниз и вправо такой же двухосной прицепной тележки на четырех колесах, которая показана на рис. 2. Схема такой двухосной тележки, движущейся вправо и вниз под углом  $\beta$ , показана на рис. 3. Эта тележка на рис. 3 такая же, как на рис. 2, но отличается от нее, как уже указывалось, тем, что движется вниз и вправо.

У этой тележки также, как у предыдущей (рис. 2), передние два колеса давят на основание с силой  $G_1$ , а задние два колеса давят на

основание с силой  $G_2$ ; ввиду этого одно переднее колесо давит на основание с силой  $\frac{G_1}{2}$ , а одно заднее давит на основание с силой  $\frac{G_2}{2}$ .

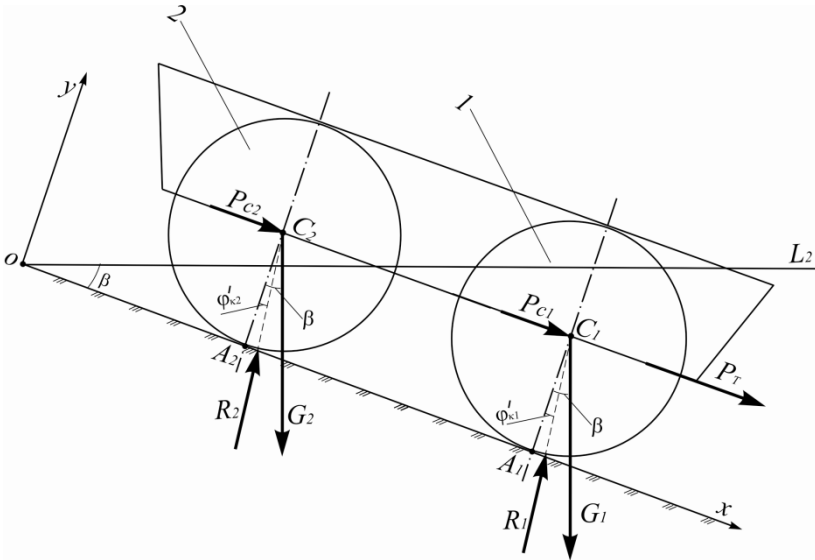


Рис. 3 – Схема двухосной прицепной тележки на четырех колесах, перемещаемой под действием силы  $P_T$  с опусканием под углом  $\beta$  к горизонтали  $OL_2$

Считаем, что углы  $\varphi_K$  одинаковы у задних двух колес, обозначим их  $\varphi'_{K2}$ , а для передних двух колес, у которых углы  $\varphi_K$  также считаем одинаковыми, углы эти обозначим  $\varphi'_{K1}$ . В показанном устройстве тележка опускается на угол  $\beta$ . В этой тележке оси  $C_1$  и  $C_2$  жестко связаны соединительным звеном  $C_2C_1$ , а сила  $P_T$  приложена к раме тележки; сила эта равна сумме сил  $P_{C1}$  и  $P_{C2}$ , приложенные к центрам  $C_1$  и  $C_2$  колес.

Применительно к рис. 3 полностью справедливо равенство (4). Для определения силы  $P_{C1}$  спроектируем действующие на колеса 1 силы на оси  $x$  и  $y$ , и приравняем полученные суммы нулю. Тогда имеем (для рис. 3):

$$\left. \begin{aligned} \sum X_i = P_{C1} - R_1 \cdot \sin \varphi'_{K1} + G_1 \cdot \sin \beta = 0; \\ \sum Y_i = R_1 \cdot \cos \varphi'_{K1} - G_1 \cdot \cos \beta = 0. \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

Из второго уравнения (11) получаем:

$$R_1 = G_1 \cdot \frac{\cos \beta}{\cos \varphi'_{K1}}. \quad (11')$$

Подставляя это значение  $R_1$  в первое уравнение (11) и решая его относительно  $P_{C1}$ , найдем:

$$P_{C1} = -G_1 \cdot (\sin \beta - \cos \beta \cdot \operatorname{tg} \varphi'_{K1}). \quad (12)$$

Для определения силы  $P_{C2}$  спроектируем силы, действующие на колеса 2, на оси  $x$  и  $y$ , и приравняем полученные суммы нулю. Тогда

$$\left. \begin{aligned} \sum X_i = P_{C2} - R_2 \cdot \sin \varphi'_{K2} + G_2 \cdot \sin \beta = 0; \\ \sum Y_i = R_2 \cdot \cos \varphi'_{K2} - G_2 \cdot \cos \beta = 0. \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

Из второго уравнения (13) находим:

$$R_2 = G_2 \cdot \frac{\cos \beta}{\cos \varphi'_{K2}}. \quad (13')$$

Подставляя это значение  $R_2$  в первое равенство (13) и решая полученное уравнение относительно  $P_{C2}$ , найдем:

$$P_{C2} = -G_2 \cdot (\sin \beta - \cos \beta \cdot \operatorname{tg} \varphi'_{K2}). \quad (14)$$

Подставляя значения  $P_{C1}$  по (12) и  $P_{C2}$  по (14) в равенство (4) и суммируя эти величины, найдем  $P_T$  для рис. 3:

$$P_T = -(G_1 + G_2) \cdot \sin \beta + (G_1 \cdot \operatorname{tg} \varphi'_{K1} + G_2 \cdot \operatorname{tg} \varphi'_{K2}) \cdot \cos \beta. \quad (15)$$

Такова зависимость силы  $P_T$  от  $G_1$ ,  $G_2$ ,  $\beta$ ,  $\varphi'_{K1}$  и  $\varphi'_{K2}$  для случая движения тележки вправо и вниз (рис. 3).

При движении тележки по горизонтали угол  $\beta$  равен нулю, тогда  $P_T$  будет равно, исходя из равенства (15):

$$P_T = G_1 \cdot \operatorname{tg} \varphi'_{K1} + G_2 \cdot \operatorname{tg} \varphi'_{K2}. \quad (16)$$

Равенство (16) такое же, как равенство (10), т. е. частные случаи формул (9) и (15) одни и те же для движения тележки по горизонтали, что подтверждает справедливость сделанных расчетов.

**Выводы.** В результате расчетов равномерного перемещения четырехколесных тележек с грузом вправо и вверх, а также вправо и вниз установлены зависимости (9), (10), (15) и (16) силы, необходимой

для перемещения каждой тележки, от веса, приходящегося на каждую ось тележки, угла ее наклона и угла качения.

Литература

1. Артоболевский И.И. Теория механизмов и машин / И.И. Артоболевский – М.: Наука, 1988.
2. Баранов Г.Г. Курс теории механизмов и машин / Г.Г. Баранов – М.: Машиностроение, 1967.
3. Кленин Н.И. Сельскохозяйственные и мелиоративные машины / Н.И. Кленин, В.А. Саун. – М.: Колос, 1994.
4. Левитская О.Н. Курс теории механизмов и машин / О.Н. Левитская, Н.И. Левитский. – М.: Высш. шк., 1985.
5. Яблонский А.А. Курс теоретической механики. Ч.П. Динамика: учеб. для техн. вузов / А.А. Яблонский – М.: Высш. шк., 1984.
6. Тарг С.М. Краткий курс теоретической механики: учеб. для вузов / С.М. Тарг – М.: Высш. шк., 1986.
7. Хайлис Г.А. Основы теории и расчета сельскохозяйственных машин: учебное пособие / Г.А. Хайлис – К.: УСХА, 1992.