

УДК 631.35

© І.П. Головачук, к.т.н.,  
Луцький національний технічний університет

## ДОСЛІДЖЕННЯ ПРУЖНОГО СТАНУ СТЕБЕЛ ЛЬОНУ

*Досить важливим питанням в процесі брання є мінімізація пошкодження стебел і розтягнутість стрічки льону. В статті стебло пропонується розглядати, як багатоланкову систему з пружними шарнірами. Це дозволяє змоделувати поведінку стебла під дією зовнішніх сил.*

### **БРАННЯ, ЛЬОН, СТРІЧКА, РОЗТЯГНУТІСТЬ, ПРУЖНІ ВЛАСТИВОСТІ.**

**Постановка проблеми.** На стебло в процесі брання внаслідок взаємодії з робочими органами льонозбиральної машини діють сили, що зумовлюють деформацію стебла. В результаті чого стебло може бути виведене зі стану рівноваги, а це, в свою чергу, може призвести до зламу та розтягнутості стрічки льону. Тому дослідження цих процесів є важливим питанням.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Дослідженням стійкості пружних систем займався Н.А. Алфутов [2], а механічних властивостей стебел льону – Г.А. Хайліс [3] та інші. Зокрема Н.А. Алфутов досліджував пружні властивості багатоланкових систем та їх рівновагу. Г.А. Хайліс займався вивченням питання кривини стебел та розтягнутості стрічки льону.

**Мета дослідження.** В даній статті ставиться мета – дослідження пружних властивостей стебел, як багатоланкових систем. Адже під впливом робочих органів машин рослинний матеріал деформується. Тому нами було розглянуто схеми з різною кількістю ланок та прикладеними зовнішніми силами.

**Результати дослідження.** Розглянемо стебло як механічно просту систему, що складається з окремих ланок з'єднаних пружними шарнірами. Для дослідження стійкості проаналізуємо декілька основних схем розподілу сил, що діють на стебло.

Подільники 1 формують смуги зі загальної маси стеблостою на полі та спрямовують стебла до бральних барабанів 2. На рис. 1 представлено одну секцію брального апарата [1]. Від ширини захвату  $a$  однієї бральної секції та форми подільників залежить розтягнутість стрічки льону на виході з бральної секції. Під час дослідження рівноваги стебла, що знаходиться між подільниками нам потрібно враховувати сили, що діють з боку прутків подільника та защемлення в

землі. Необхідно також враховувати, що прикладені навантаження є статичними.

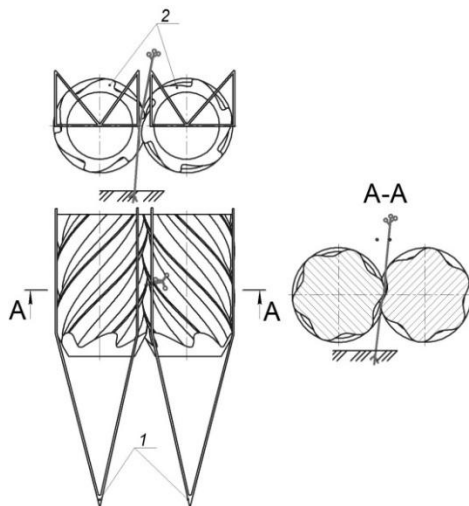


Рис. 1 – Схема затискання стебла у бральному рівчакові: 1 – подільники; 2 – бральні барабани

Прийемо стебло льону абсолютно жорстким тілом нижня частина якого закріплена у пружному шарнірі. Довжину стебла прийемо рівною 800...1000 мм. Так як стебло має форму конуса з діаметром в центральній частині 0,7...2 мм, то центр його ваги буде знаходитись на відстані 0,39...0,45 мм від нижньої основи. Під час брання льону доцільно розмішувати подільник саме в цій зоні. У вихідному положенні прийемо вісь стебла льону розміщено вертикально. Розглянемо схему (рис. 2, а), на якій представлено стебло довжиною  $l$  відхилене на кут  $\varphi$  від вертикального положення під дією сили  $P$ . Приймаємо, що сила  $P$  зберігає горизонтальне положення, коли стебло у відхиленому положенні. Момент у пружному шарнірі будемо вважати пропорційним куту відхилення стержня  $\varphi$  і дорівнюватиме  $k\varphi$ , де  $k$  – жорсткість пружного шарніра. Тоді запишемо рівняння рівноваги стебла у відхиленому положенні й отримаємо.

$$Pl \cos \varphi = k\varphi. \quad (1)$$

Отримане рівняння має два незалежних розв'язки:

$$\left. \begin{aligned} \varphi = 0, \text{ за будь-якого значення } P, \\ P = \frac{k \cdot \varphi}{l \cdot \cos \varphi}. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Криві, що відповідають цим рішенням, коли  $\varphi < \pi$ , показані на рис. 2, б, відкладені значення безрозмірної сили  $P_\sigma = l/k P$ . Коли  $P=0$  єдине положення рівноваги буде вертикальним. У разі коли  $P>0$ , система буде у рівновазі між точками 1 та 2.

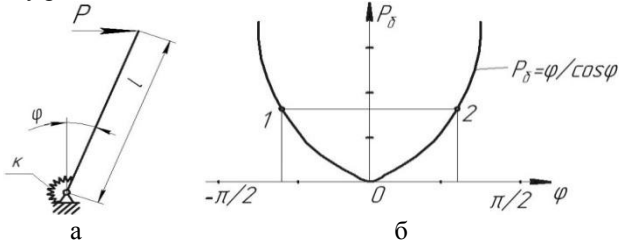


Рис. 2 – Схема для дослідження рівноваги стебла (а) і графік залежності прикладеної сили від кута відхилення стержня (б)

Таким чином, можна зробити висновок, що за одних і тих же прикладених зовнішніх зусиллях та тих же умовах закріплення пружна система може мати декілька різних положень рівноваги. В положенні рівноваги повна потенціальна енергія цієї механічної системи має стаціонарне значення, причому, відповідно до теореми Лагранжа, положення рівноваги стійке за умови, якщо значення потенціальної енергії дорівнює мінімуму [2].

У розглянутій механічній системі не був врахований початковий кут відхилення осі стебла. В реальній системі досить часто кут відхилення від вертикального положення відмінний від нуля. Це зумовлене робочим процесом під час формування стебел у смуги. Від ширини якої і залежить кут відхилення стебел від вертикального положення. Розглянемо, яким чином впливають початкові умови на поведінку системи.

Встановимо вплив початкового відхилення  $\varphi_0$  на поведінку системи, представленій на рис. 3. У разі відхилення стебла на кут  $\varphi_n$  в пружному шарнірі розвиватиметься момент  $k \cdot (\varphi_n - \varphi_0)$ ; тоді умова рівноваги опишеться наступним рівнянням:

$$P \cdot l \cdot \cos \varphi_n = k \cdot (\varphi_n - \varphi_0). \quad (3)$$

Звідки, за умови, що  $\varphi_0 \neq 0$  отримаємо:

$$P = \frac{k}{l} \cdot \frac{\varphi_n - \varphi_0}{\cos \varphi_n}. \quad (4)$$

На рис. 3, б представлено криві залежності сили  $P_\sigma$  від кута відхилення стебла  $\varphi$ . Крива *a* ілюструє залежність сили  $P$  від кута  $\varphi$  у разі якщо  $\varphi_0=0$ , а крива *б* – коли  $\varphi_0 \neq 0$ . Аналіз графіків показує, що у

разі початкового відхилення стебла на кут  $\varphi_0$  система буде урівноважена пружним шарніром. Якщо кут відхилення стебла досягне певного критичного значення  $\varphi_n$ , то воно втратить рівновагу та може бути пошкодженим.

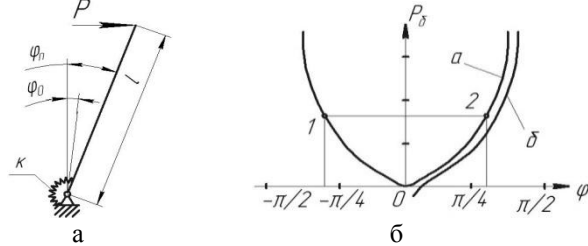


Рис. 3 – Схема до розрахунку рівноваги за  $\varphi_0 \neq 0$  (а) та графік залежності сили  $P_\delta$  з врахуванням кута відхилення  $\varphi_0$  (б)

Розглянемо задачі при інших умовах навантаження стебел. На рис. 4 представлено пружну систему, що містить дві ланки. Під час вирішення цих задач пружної стійкості потрібно визначити критичні точки біфуркації та критичних навантажень. Визначимо точки біфуркації за допомогою однорідних лінеаризованих рівнянь. Таким чином нам необхідно знайти точки рівноваги, що знаходяться біля вихідного положення. На рис. 4, а представлено схему на якій система навантажена силою  $P$ . Ці схеми дають можливість проаналізувати окремі положення стебла в бральному рівнянні. Відхилене положення системи задамо за допомогою кутів  $\varphi_1$  та  $\varphi_2$ . Моменти у пружних шарнірах відповідно рівні  $k_1(\varphi_1 - \varphi_2)$  та  $k_2\varphi_2$ , де  $k_1$  та  $k_2$  жорсткість пружних шарнірів. Так як кути  $\varphi_1$  та  $\varphi_2$  є малі та враховуючи тільки лінійні складові відносно  $\varphi_1$  та  $\varphi_2$ , отримаємо систему лінійних рівнянь:

$$\left. \begin{aligned} k_1 \cdot (\varphi_1 - \varphi_2) - P l_1 &= 0; \\ k_2 \cdot \varphi_2 - k_1 \cdot (\varphi_1 - \varphi_2) - P \cdot l_2 &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Ця система має розв'язок, коли  $\varphi_1=0$ ,  $\varphi_2=0$  та  $P=0$ , що відповідає вертикальному положенню рівноваги. Знайдемо кути  $\varphi_1$  та  $\varphi_2$  за умови, що сила  $P$  не дорівнює 0. Для цього складемо матрицю

$$\begin{vmatrix} k_1 + k_2 & -k_1 \\ -k_1 & k_1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} P l_2 \\ P l_1 \end{vmatrix}. \quad (6)$$

Використовуючи метод зрівняння коефіцієнтів, ми отримаємо:

$$\left. \begin{aligned} \varphi_1 &= (P l_2 \cdot k_1 - P l_1 \cdot k_1) / ((k_1 + k_2) \cdot k_1 - k_1^2); \\ \varphi_2 &= ((P l_1 \cdot (k_1 + k_2)) - P l_2 \cdot k_1) / ((k_1 + k_2) \cdot k_1 - k_1^2). \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

Застосувавши до системи певні перетворення, запишемо:

$$\left. \begin{aligned} \varphi_1 &= (Pk_1(l_2 - l_1)) / k_1 \cdot k_2; \\ \varphi_2 &= (P((k_1 \cdot (l_1 - l_2)) + l_1 k_2)) / k_1 \cdot k_2. \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

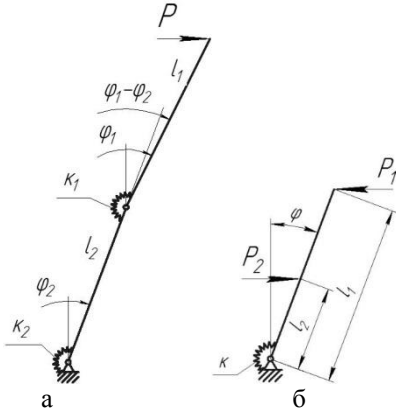


Рис. 4 – Схема до дослідження рівноваги стебла із двома ланками (а) та із двома прикладеними силами (б)

За допомогою лінійних рівнянь можна встановити точки рівноваги системи в суміжних з вихідним станом. До пружної системи (стебло) можуть також бути одночасно прикладені декілька сил. Схему із прикладеними силами представимо у вигляді поданому на рис. 4, б. Така система має місце у випадку, коли, наприклад, стебло розміщене у бральному рівчакові та утримується у вертикальному положенні двома прутками подільника (рис. 1). Таким чином критичні значення сил, що діють на стебло, будуть становити

$$P_{1кр} = k/l_1 \text{ та } P_{2кр} = k/l_2.$$

Лінійне рівняння за одночасного навантаження стебла двома силами буде мати наступний вигляд:

$$(P_1 l_1 - P_2 l_2) \cos \varphi = k \varphi. \quad (9)$$

Коли  $\varphi \neq 0$  система буде знаходитися у рівновазі, якщо  $P_1 l_1 - P_2 l_2 = 0$ . Оскільки кут відхилення  $\varphi$  знаходиться в межах  $0^\circ \dots 15^\circ$  то  $\cos \varphi \approx 1$ . Отже, якщо  $P_1 l_1 - P_2 l_2 \leq k \varphi$ , тоді положення системи буде стійким. У разі, коли  $P_1 l_1 - P_2 l_2 \geq k \varphi$  буде нестійким. Рівняння, що описує межі області стійкості, має вигляд:

$$\frac{P_1}{P_{1кр}} - \frac{P_2}{P_{2кр}} = 1. \quad (10)$$

Крім вищезгаданих випадків стебло може бути представлене, як дволанкова система навантажена одночасно силами  $P_1$  та  $P_2$  (рис. 5). Рівняння, що описують умову рівноваги стебла в положенні, відхиленому від вихідного, мають наступний вигляд:

$$\left. \begin{aligned} k_1(\varphi_1 - \varphi_2) + P_1 l_1 &= 0; \\ k_2 \varphi_2 + P_1(l_1 \varphi_1 - l_2 \varphi_2) - P_2 l_2 &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

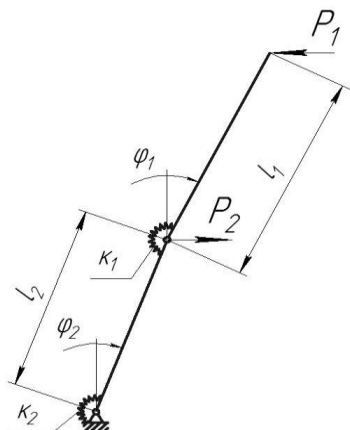


Рис. 5 - Схема до дослідження рівноваги стебла із двома ланками та з двома прикладеними силами

Використовуючи метод зрівняння коефіцієнтів, отримаємо:

$$\left. \begin{aligned} \varphi_1 &= \frac{k_1 \times (k_2 - P_1(l_2 - l_1))}{P_1 l_1 \times (P_1 l_2 - k_2) - k_1 P_2 l_2}; \\ \varphi_2 &= \frac{P_1 \times (k_2 - k_1(l_2 - l_1))}{k_1 \times P_2 l_2 - P_1^2 \times l_1^2}. \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

Таким чином, прийнявши почергово  $P_2=0$  та  $P_1=0$ , ми можемо знайти критичні значення кутів відхилення для окремо взятої сили. Прийнемо  $P_1=0$ , тоді:

$$\varphi_{1кр} = \frac{k_1 k_2}{-k_1 P_2 l_2}. \quad (13)$$

За умови, коли  $P_2=0$

$$\left. \begin{aligned} \varphi_{1кр} &= \frac{k_1(k_2 - P_1 \times (l_2 - l_1))}{P_1 l_1 (P_1 l_2 - k_2)}; \\ \varphi_{2кр} &= \frac{P_1(k_2 - k_1 \times (l_2 - l_1))}{P_1^2 l_1^2}. \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

**Висновки.** Отже, стебло можна представити, як пружну систему. Для точного відображення реальної системи, стебло розбивають на довільну кількість ланок та прикладають зусилля в конкретних точках. Використовуючи багатоланкові системи, можна більш точно описати поведінку стебел під дією зовнішніх сил.

#### Література

1. Пат 71205 У України, А01D 45/06. Бральний апарат / Головачук І.П. - № у 2011 14333; Заявл. 05.12.2011; Опубл. 10.07.2012, Бюл. № 13 – 5 с.
2. Алфутов Н.А. Основы расчета на устойчивость упругих систем. – М.: Машиностроение, 1978. – 312 с.
3. Хайлис Г.А. Механика растительных материалов. - Киев: УААН, 1994. – 332 с.

Рецензент д.т.н., проф. С.І. Пустюльга