УДК 621.929:664

© І.М. Дударєв, д.т.н.
Луцький національний технічний університет

МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ ЗМІШУВАННЯ СИПКИХ МАТЕРІАЛІВ У СПІРАЛЬНОМУ ЗМІШУВАЧІ

У статті представлено результати моделювання процесу змішування двох сипких матеріалів у спіральному змішувачі. Моделювання процесу змішування здійснено на основі аналізу можливих випадків переміщення частинок сипких матеріалів спіральною робочою поверхнею змішувача та з використанням математичного апарата, що розроблений для Марковського випадкового процесу.

МОДЕЛЮВАННЯ, ПРОЦЕС ЗМІШУВАННЯ, СИПКИЙ МАТЕРІАЛ, ЙМОВІРНІСТЬ, СПІРАЛЬНИЙ ЗМІШУВАЧ.

Постановка проблеми. Технології виробництва продукції у різних галузях промисловості, зокрема і в агропромисловому комплексі, передбачають змішування різних сипких матеріалів з метою одержання однорідних за складом сумішей. Спосіб змішування компонентів вибирається з врахуванням властивостей сипких

матеріалів. Відповідно до обраного способу підбирається конструкція змішувача, що забезпечить необхідну якість та склад готової суміші без пошкодження компонентів. Математичний опис процесу змішування у більшості випадків зводиться до визначення якості готової суміші за допомогою методів статистичного аналізу. Розробка нових конструкцій змішувачів вимагає створення математичних моделей, щоб дозволили обґрунтувати параметри змішувача та спрогнозувати ступінь змішування компонентів, тобто якість суміші.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Ґрунтовні дослідження процесу змішування сипких матеріалів у змішувачах різних конструкцій представлені у наукових працях [1 – 5], більшість з яких присвячено обґрунтуванню конструктивних параметрів змішувачів. У зазначених наукових працях недостатньо висвітлено питання опису процесу змішування сипких матеріалів. Розробка конструкції спірального змішувача зумовлює необхідність моделювання процесу змішування сипких матеріалів у ньому, щоб дозволило обґрунтувати параметри змішувача та встановити якісні показники процесу.

Мета дослідження – проаналізувати переміщення частинок сипких матеріалів спіральною робочою поверхнею змішувача та змоделювати процес змішування двох сипких матеріалів у спіральному змішувачі.

Результати дослідження. Проаналізуємо можливість змішування сипких матеріалів у спіральному змішувачі (рис. 1, е) [6]. Для подальшого розгляду приймемо, що потоки сипких матеріалів (компонентів суміші) являють собою сукупність окремих частинок, що мають однакові фізико-механічні властивості, форму, розміри та масу. Потоки сипких матеріалів висотою в одну частинку рухаються вздовж спрямовувачів об’єднувача потоку. Після їх сходження зі спрямовувачів об’єднувача потоків можливі три випадки:

1) внаслідок впливу сукупності силових факторів на частинку і швидкості частинки під час її сходження зі спрямовувача траєкторія руху частинки днищем після сходження зі спрямовувача не перетинає поздовжню вісь днища, тобто змішування компонентів не відбувається, вони продовжують рух окремими потоками (рис. 1, а);

2) внаслідок впливу сукупності силових факторів на частинку і швидкості частинки під час її сходження зі спрямовувача траєкторія руху частинки днищем після сходження зі спрямовувача перетинає поздовжню вісь днища, але змішування не відбувається, оскільки частинки матеріалів не контактують між собою, тому продовжують рухатися окремими потоками (рис. 1, б);

3) внаслідок впливу сукупності силових факторів на частинку і швидкості частинки під час її сходження зі спрямовувача можлива траєкторія руху частинки днищем після сходження зі спрямовувача перетинає поздовжню вісь днища, але цього не відбувається внаслідок удару (контакту) частинок різних матеріалів, що спричиняє зміну їх траєкторії, тому змішування не відбувається, частинки різних матеріалів продовжують рухатися далі окремими потоками (рис. 1, в).

Якщо розглядати не ідеалізовані сипкі матеріали, а реальні, то частинки різних компонентів, а також частинки одного компонента мають різні фізико-механічні властивості, форму, розміри та масу. Внаслідок цього під час руху потоків компонентів спіральним змішувачем мають місце усі три випадки, що і забезпечує змішування компонентів. Для забезпечення високого ступеня змішування компонентів у спіральному змішувачі необхідно обґрунтувати його конструктивні і технологічні параметри з врахуванням фізико-механічних властивостей частинок, їх форми, розмірів та маси. Параметри мають бути такими, щоб більша кількість частинок компонентів під час руху днищем після сходження зі спрямовувачів об’єднувача потоку досягала поздовжньої осі днища.

Під час змішування сипких матеріалів з різними фізико-механічними властивостями, формою, розмірами та масою необхідно за рахунок обґрунтування відповідних параметрів спірального змішувача уникати випадку, коли потік частинок одного компонента після сходження зі спрямовувача об’єднувача потоків перетинає поздовжню вісь днища, а іншого компонента – ні (рис. 1, г). У цьому випадку на етапі проходження компонентами об’єднувача потоків відбувається їх змішування (об’єднування), але при виході з робочої зони наступного об’єднувача потоків відбувається знову розділення компонентів на два потоки, внаслідок різних властивостей і параметрів компонентів.

Змоделюємо процес змішування сипких матеріалів у спіральному змішувачі з метою обґрунтування необхідної кількості об’єднувачів потоків та розділювачів потоку. Для цього розглянемо переміщення вздовж днища спірального матеріалопроводу окремої частинки одного з матеріалів (компонентів), приймаючи, що переміщення вздовж днища усіх решта частинок двох компонентів, які змішуються, буде мати подібний характер. Як було зазначено вище, при сходженні частинки матеріалу зі спрямовувача об’єднувача потоків можливі три випадки. Приймаємо, що усі три випадки рівноймовірні. Тоді ймовірність того, що частинка матеріалу, яка сходить з лівого спрямовувача об’єднувача потоків, опиниться на лівому спрямовувачі розділювача потоку складає $P_{лів.} = 2/3$ (рис. 1, д),

а ймовірність того, що частинка матеріалу опиниться на правому спрямовувачі розділювача потоків, тобто перетне поздовжню вісь днища, складає $P_{пр.} = 1/3$. Для математичного опису процесу змішування компонентів у спіральному змішувачі, тобто руху їх частинок вздовж днища спірального матеріалопроводу, застосуємо математичний апарат, що розроблений для Марковського випадкового процесу з дискретними етапами і дискретним часом [7].

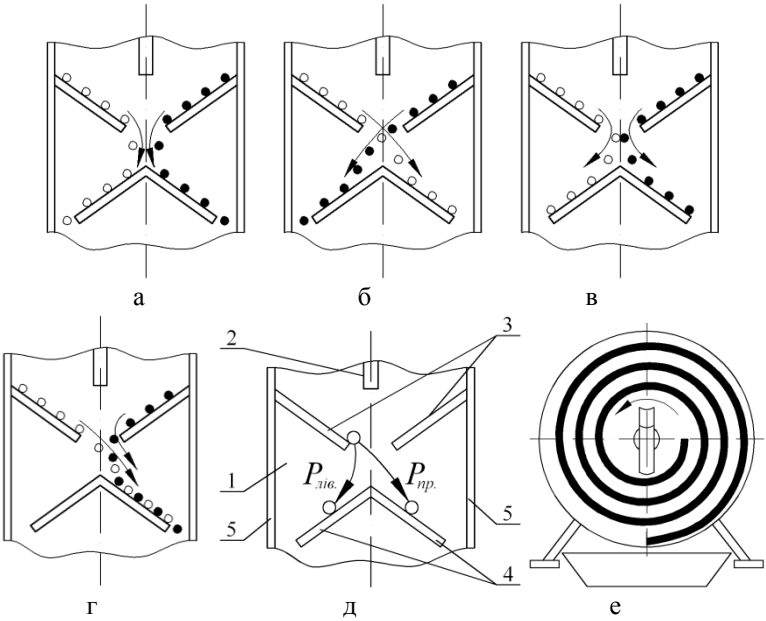


Рис. 1 – Схеми до пояснення можливих випадків переміщення частинок сипкого матеріалу спіралеподібним матеріалопроводом: а, б, в, г – випадки переміщення частинок різних матеріалів (компонентів) днищем після сходження зі спрямовувачів об’єднувача потоків; д – схема до визначення ймовірностей переміщення частинки матеріалу днищем після сходження зі спрямовувача об’єднувача потоків (1 – днище; 2 – перегородка; 3 – спрямовувачі об’єднувача потоків; 4 – спрямовувачі розділювача потоку; 5 – борти); е – спіральний змішувач

Нехай випадковий процес переміщення частинки матеріалу днищем (тут мається на увазі випадковий характер переміщення частинки після її сходження зі спрямовувача об'єднувача потоків, а саме, чи перетне частинка поздовжню вісь днища, чи ні, і, відповідно, на якому спрямовувачі розділювача потоку вона опиниться, тобто, куди вона буде далі рухатися) полягає у тому, що в послідовні моменти часу t_1, $t_2, \ldots, t_k$ частинка матеріалу знаходиться в деякому стані S_i ($i = \overline{1,n}$). Під станом S_i розумітимемо знаходження частинки матеріалу на одному зі спрямовувачів (лівому або правому) об'єднувачів потоків. Під час переміщення днищем частинка матеріалу буде переходити зі стану в стан у моменти часу t_1, $t_2, \ldots, t_k$. Називатимемо ці моменти етапами (кроками) процесу змішування. Ці моменти часу відповідають моментам, коли стає зрозумілим, який з трьох можливих випадків руху частинки матеріалу матиме місце і, відповідно, яким спрямовувачем (лівим чи правим) розділювача потоку частинка буде рухатися після сходження зі спрямовувача об'єднувача потоків. У проміжку часу між цими моментами частинка матеріалу зберігає свій стан, оскільки рухається в одному з двох потоків (лівому чи правому) відповідними спрямовувачами (лівим чи правим) розділювача потоку та наступного за ним об'єднувача потоків.

Будемо вважати, що для кожного етапу ймовірність переходу з довільного стану S_i в довільний стан S_j не залежить від того, коли і як частинка матеріалу набула стану S_i, тоді отримаємо випадкову послідовність подій, що називається Марковським ланцюгом. Зобразимо процес переміщення частинки матеріалу днищем спірального матеріалопроводу у вигляді графа станів (рис. 2), де частинка матеріалу переходить зі стану в стан у моменти t_1, $t_2, \ldots, t_k$. Таким чином, частинка матеріалу рухаючись вздовж днища спірального матеріалопроводу може перебувати в n станах S_1, S_2, …, S_n (де n – кількість спрямовувачів об'єднувачів потоків, що розміщені вздовж днища спірального матеріалопроводу, на яких може перебувати частинка матеріалу, шт.). Крім того, відомими є ймовірності можливих переходів частинки матеріалу зі стану в стан. Позначимо через P_{ij} ймовірність переходу частинки матеріалу зі стану S_i в стан S_j. Якщо окремі переходи неможливі, тоді їх ймовірності рівні нулю. Матриця перехідних ймовірностей матиме вигляд:

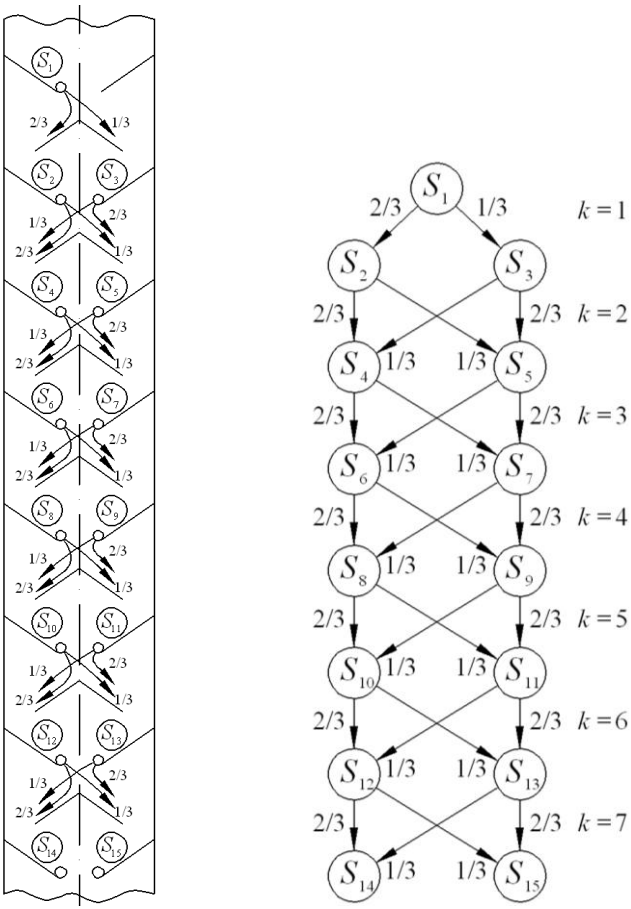
$$\left(P_{ij}\right) = \begin{pmatrix} P_{11} & P_{12} & \dots & P_{1j} & \dots & P_{1n} \\ P_{21} & P_{22} & \dots & P_{2j} & \dots & P_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ P_{i1} & P_{i2} & \dots & P_{ij} & \dots & P_{in} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ P_{n1} & P_{n2} & \dots & P_{nj} & \dots & P_{nn} \end{pmatrix}. \qquad (1)$$

На головній діагоналі матриці (1) знаходяться ймовірності того, що частинка не вийде зі стану S_i. Сума членів, що знаходяться у кожному рядку матриці (1) рівна одиниці.

Якщо зі стану S_i не виходить жодна стрілка, тоді відповідна ймовірність затримки рівна одиниці. Маючи матрицю (1) перехідних ймовірностей можна знайти ймовірність станів $p_1(k)$, $p_2(k)$,…, $p_n(k)$ після довільного k-го етапу за формулою [7]:

$$p_i(k) = \sum_{j=1}^{n} p_j(k-1) \cdot P_{ji}\ , \quad (i = \overline{1,n}). \qquad (2)$$

Розглянемо переміщення частинки матеріалу днищем спірального матеріалопроводу на якому встановлено вісім об’єднувачів потоків та сім розділювачів потоку (рис. 2, а). Частинка матеріалу може перебувати в п’ятнадцяти станах ($n = 15$): $S_1, S_2, \dots, S_{15}$. Приймемо, що на кожному етапі, при переході частинки матеріалу з одного стану в інший, можливі усі три випадки руху частинки після сходження зі спрямовувачів об’єднувача потоків, причому вони рівноймовірні.



а б

Рис. 2 – Схеми до визначення станів частинки сипкого матеріалу під час її переміщення спіральним матеріалопроводом: а – схема з перехідними ймовірностями між станами частинки матеріалу (на схемі представлена розгортка спірального матеріалопроводу); б – граф станів частинки матеріалу під час переміщення спіральним матеріалопроводом

Відповідно до зазначеного, матимемо граф станів частинки матеріалу, що представлений на рис. 2, б. Знайдемо ймовірність перебування частинки матеріалу в кожному стані. Для цього складемо матрицю перехідних ймовірностей:

$$(P_{ij}) = \begin{pmatrix}
0 & \frac{2}{3} & \frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & \frac{2}{3} & \frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & \frac{1}{3} & \frac{2}{3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{2}{3} & \frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{3} & \frac{2}{3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{2}{3} & \frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{3} & \frac{2}{3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{2}{3} & \frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{3} & \frac{2}{3} & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{2}{3} & \frac{1}{3} & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{3} & \frac{2}{3} & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{2}{3} & \frac{1}{3} \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1
\end{pmatrix} \qquad (3)$$

У початковий момент частинка матеріалу знаходиться в стані S_1, тому $p_1(0) = 1$. Ймовірність станів частинки матеріалу після першого етапу береться з першого рядка матриці (3):

$p_2(1) = 2/3 = 0{,}666$; $p_3(1) = 1/3 = 0{,}333$;

$p_1(1) = p_4(1) = p_5(1) = p_6(1) = p_7(1) = p_8(1) = p_9(1) = p_{10}(1) = p_{11}(1) =$
$= p_{12}(1) = p_{13}(1) = p_{14}(1) = p_{15}(1) = 0.$

Надалі у виразах для визначення ймовірностей станів частинки матеріалу складові, які не рівні нулю, будуть підкресленими.

Ймовірність станів частинки матеріалу після другого етапу:

$p_1(2) = p_1(1) \cdot P_{11} = 0$;

$p_2(2) = p_1(1) \cdot P_{12} + p_2(1) \cdot P_{22} = 0$;

$p_3(2) = p_1(1) \cdot P_{13} + p_2(1) \cdot P_{23} + p_3(1) \cdot P_{33} = 0$;

$$p_4(2) = p_1(1)\cdot P_{14} + \underline{p_2(1)\cdot P_{24}} + \underline{p_3(1)\cdot P_{34}} + p_4(1)\cdot P_{44} =$$

$$= \frac{2}{3}\cdot\frac{2}{3} + \frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3} = 0{,}555;$$

$$p_5(2) = p_1(1)\cdot P_{15} + \underline{p_2(1)\cdot P_{25}} + \underline{p_3(1)\cdot P_{35}} + p_4(1)\cdot P_{45} + p_5(1)\cdot P_{55} =$$

$$= \frac{2}{3}\cdot\frac{1}{3} + \frac{1}{3}\cdot\frac{2}{3} = 0{,}444;$$

$$p_6(2) = p_1(1)\cdot P_{16} + p_2(1)\cdot P_{26} + p_3(1)\cdot P_{36} + p_4(1)\cdot P_{46} + p_5(1)\cdot P_{56} +$$
$$+ p_6(1)\cdot P_{66} = 0;$$

$$p_7(2) = p_1(1)\cdot P_{17} + p_2(1)\cdot P_{27} + p_3(1)\cdot P_{37} + p_4(1)\cdot P_{47} + p_5(1)\cdot P_{57} +$$
$$+ p_6(1)\cdot P_{67} + p_7(1)\cdot P_{77} = 0;$$

$$p_8(2) = p_1(1)\cdot P_{18} + p_2(1)\cdot P_{28} + p_3(1)\cdot P_{38} + p_4(1)\cdot P_{48} + p_5(1)\cdot P_{58} +$$
$$+ p_6(1)\cdot P_{68} + p_7(1)\cdot P_{78} + p_8(1)\cdot P_{88} = 0;$$

$$p_9(2) = p_1(1)\cdot P_{19} + p_2(1)\cdot P_{29} + p_3(1)\cdot P_{39} + p_4(1)\cdot P_{49} + p_5(1)\cdot P_{59} +$$
$$+ p_6(1)\cdot P_{69} + p_7(1)\cdot P_{79} + p_8(1)\cdot P_{89} + p_9(1)\cdot P_{99} = 0;$$

$$p_{10}(2) = p_1(1)\cdot P_{110} + p_2(1)\cdot P_{210} + p_3(1)\cdot P_{310} + p_4(1)\cdot P_{410} + p_5(1)\cdot P_{510} +$$
$$+ p_6(1)\cdot P_{610} + p_7(1)\cdot P_{710} + p_8(1)\cdot P_{810} + p_9(1)\cdot P_{910} + p_{10}(1)\cdot P_{1010} = 0;$$

$$p_{11}(2) = p_1(1)\cdot P_{111} + p_2(1)\cdot P_{211} + p_3(1)\cdot P_{311} + p_4(1)\cdot P_{411} + p_5(1)\cdot P_{511} +$$
$$+ p_6(1)\cdot P_{611} + p_7(1)\cdot P_{711} + p_8(1)\cdot P_{811} + p_9(1)\cdot P_{911} + p_{10}(1)\cdot P_{1011} +$$
$$+ p_{11}(1)\cdot P_{1111} = 0;$$

$$p_{12}(2) = p_1(1)\cdot P_{112} + p_2(1)\cdot P_{212} + p_3(1)\cdot P_{312} + p_4(1)\cdot P_{412} + p_5(1)\cdot P_{512} +$$
$$+ p_6(1)\cdot P_{612} + p_7(1)\cdot P_{712} + p_8(1)\cdot P_{812} + p_9(1)\cdot P_{912} + p_{10}(1)\cdot P_{1012} +$$
$$+ p_{11}(1)\cdot P_{1112} + p_{12}(1)\cdot P_{1212} = 0;$$

$$p_{13}(2) = p_1(1)\cdot P_{113} + p_2(1)\cdot P_{213} + p_3(1)\cdot P_{313} + p_4(1)\cdot P_{413} + p_5(1)\cdot P_{513} +$$
$$+ p_6(1)\cdot P_{613} + p_7(1)\cdot P_{713} + p_8(1)\cdot P_{813} + p_9(1)\cdot P_{913} + p_{10}(1)\cdot P_{1013} +$$
$$+ p_{11}(1)\cdot P_{1113} + p_{12}(1)\cdot P_{1213} + p_{13}(1)\cdot P_{1313} = 0;$$

$$p_{14}(2) = p_1(1)\cdot P_{114} + p_2(1)\cdot P_{214} + p_3(1)\cdot P_{314} + p_4(1)\cdot P_{414} + p_5(1)\cdot P_{514} +$$
$$+ p_6(1)\cdot P_{614} + p_7(1)\cdot P_{714} + p_8(1)\cdot P_{814} + p_9(1)\cdot P_{914} + p_{10}(1)\cdot P_{1014} +$$
$$+ p_{11}(1)\cdot P_{1114} + p_{12}(1)\cdot P_{1214} + p_{13}(1)\cdot P_{1314} + p_{14}(1)\cdot P_{1414} = 0;$$

$$p_{15}(2) = p_1(1)\cdot P_{115} + p_2(1)\cdot P_{215} + p_3(1)\cdot P_{315} + p_4(1)\cdot P_{415} + p_5(1)\cdot P_{515} +$$
$$+ p_6(1)\cdot P_{615} + p_7(1)\cdot P_{715} + p_8(1)\cdot P_{815} + p_9(1)\cdot P_{915} + p_{10}(1)\cdot P_{1015} +$$
$$+ p_{11}(1)\cdot P_{1115} + p_{12}(1)\cdot P_{1215} + p_{13}(1)\cdot P_{1315} + p_{14}(1)\cdot P_{1415} + p_{15}(1)\cdot P_{1515} = 0.$$

На наступних етапах з метою скорочення записів будемо записувати лише вирази, в яких ймовірність станів не рівна нулю.

Ймовірність станів частинки матеріалу після третього етапу:

$$p_1(3) = p_2(3) = p_3(3) = p_4(3) = p_5(3) = p_8(3) = p_9(3) = p_{10}(3) = p_{11}(3) =$$
$$= p_{12}(3) = p_{13}(3) = p_{14}(3) = p_{15}(3) = 0;$$

$$p_6(3) = p_1(2)\cdot P_{16} + p_2(2)\cdot P_{26} + p_3(2)\cdot P_{36} + \underline{p_4(2)\cdot P_{46}} + \underline{p_5(2)\cdot P_{56}} +$$
$$+ p_6(2)\cdot P_{66} = \frac{5}{9}\cdot\frac{2}{3} + \frac{4}{9}\cdot\frac{1}{3} = 0{,}519;$$

$$p_7(3) = p_1(2)\cdot P_{17} + p_2(2)\cdot P_{27} + p_3(2)\cdot P_{37} + \underline{p_4(2)\cdot P_{47}} + \underline{p_5(2)\cdot P_{57}} +$$
$$+ p_6(2)\cdot P_{67} + p_7(2)\cdot P_{77} = \frac{5}{9}\cdot\frac{1}{3} + \frac{4}{9}\cdot\frac{2}{3} = 0{,}481.$$

Ймовірність станів частинки матеріалу після четвертого етапу:

$$p_1(4) = p_2(4) = p_3(4) = p_4(4) = p_5(4) = p_6(4) = p_7(4) = p_{10}(4) = p_{11}(4) =$$
$$= p_{12}(4) = p_{13}(4) = p_{14}(4) = p_{15}(4) = 0;$$

$$p_8(4) = p_1(3)\cdot P_{18} + p_2(3)\cdot P_{28} + p_3(3)\cdot P_{38} + p_4(3)\cdot P_{48} + p_5(3)\cdot P_{58} +$$
$$+ \underline{p_6(3)\cdot P_{68}} + \underline{p_7(3)\cdot P_{78}} + p_8(3)\cdot P_{88} = \frac{14}{27}\cdot\frac{2}{3} + \frac{13}{27}\cdot\frac{1}{3} = 0{,}506;$$

$$p_9(4) = p_1(3)\cdot P_{19} + p_2(3)\cdot P_{29} + p_3(3)\cdot P_{39} + p_4(3)\cdot P_{49} + p_5(3)\cdot P_{59} +$$
$$+ \underline{p_6(3)\cdot P_{69}} + \underline{p_7(3)\cdot P_{79}} + p_8(3)\cdot P_{89} + p_9(3)\cdot P_{99} = \frac{14}{27}\cdot\frac{1}{3} + \frac{13}{27}\cdot\frac{2}{3} = 0{,}494.$$

Ймовірність станів частинки матеріалу після п’ятого етапу:

$$p_1(5) = p_2(5) = p_3(5) = p_4(5) = p_5(5) = p_6(5) = p_7(5) = p_8(5) = p_9(5) =$$
$$= p_{12}(5) = p_{13}(5) = p_{14}(5) = p_{15}(5) = 0;$$

$$p_{10}(5) = p_1(4)\cdot P_{110} + p_2(4)\cdot P_{210} + p_3(4)\cdot P_{310} + p_4(4)\cdot P_{410} + p_5(4)\cdot P_{510} +$$
$$+ p_6(4)\cdot P_{610} + p_7(4)\cdot P_{710} + \underline{p_8(4)\cdot P_{810}} + \underline{p_9(4)\cdot P_{910}} + p_{10}(4)\cdot P_{1010} =$$
$$= \frac{41}{81}\cdot\frac{2}{3} + \frac{40}{81}\cdot\frac{1}{3} = 0{,}502;$$

$$p_{11}(5) = p_1(4)\cdot P_{111} + p_2(4)\cdot P_{211} + p_3(4)\cdot P_{311} + p_4(4)\cdot P_{411} + p_5(4)\cdot P_{511} +$$
$$+ p_6(4)\cdot P_{611} + p_7(4)\cdot P_{711} + \underline{p_8(4)\cdot P_{811}} + \underline{p_9(4)\cdot P_{911}} + p_{10}(4)\cdot P_{1011} +$$
$$+ p_{11}(4)\cdot P_{1111} = \frac{41}{81}\cdot\frac{1}{3} + \frac{40}{81}\cdot\frac{2}{3} = 0{,}498.$$

Ймовірність станів частинки матеріалу після шостого етапу:

$$p_1(6) = p_2(6) = p_3(6) = p_4(6) = p_5(6) = p_6(6) = p_7(6) = p_8(6) = p_9(6) =$$
$$= p_{10}(6) = p_{11}(6) = p_{14}(6) = p_{15}(6) = 0;$$

$$p_{12}(6) = p_1(5)\cdot P_{112} + p_2(5)\cdot P_{212} + p_3(5)\cdot P_{312} + p_4(5)\cdot P_{412} + p_5(5)\cdot P_{512} +$$
$$+ p_6(5)\cdot P_{612} + p_7(5)\cdot P_{712} + p_8(5)\cdot P_{812} + p_9(5)\cdot P_{912} + \underline{p_{10}(5)\cdot P_{1012}} +$$
$$+ \underline{p_{11}(5)\cdot P_{1112}} + p_{12}(5)\cdot P_{1212} = \frac{122}{243}\cdot\frac{2}{3} + \frac{121}{243}\cdot\frac{1}{3} = 0{,}5007;$$
$$p_{13}(6) = p_1(5)\cdot P_{113} + p_2(5)\cdot P_{213} + p_3(5)\cdot P_{313} + p_4(5)\cdot P_{413} + p_5(5)\cdot P_{513} +$$
$$+ p_6(5)\cdot P_{613} + p_7(5)\cdot P_{713} + p_8(5)\cdot P_{813} + p_9(5)\cdot P_{913} + \underline{p_{10}(5)\cdot P_{1013}} +$$
$$+ \underline{p_{11}(5)\cdot P_{1113}} + p_{12}(5)\cdot P_{1213} + p_{13}(5)\cdot P_{1313} = \frac{122}{243}\cdot\frac{1}{3} + \frac{121}{243}\cdot\frac{2}{3} = 0{,}4993.$$

Ймовірність станів частинки матеріалу після сьомого етапу:

$$p_1(7) = p_2(7) = p_3(7) = p_4(7) = p_5(7) = p_6(7) = p_7(7) = p_8(7) = p_9(7) =$$
$$= p_{10}(7) = p_{11}(7) = p_{12}(7) = p_{13}(7) = 0;$$
$$p_{14}(7) = p_1(6)\cdot P_{114} + p_2(6)\cdot P_{214} + p_3(6)\cdot P_{314} + p_4(6)\cdot P_{414} + p_5(6)\cdot P_{514} +$$
$$+ p_6(6)\cdot P_{614} + p_7(6)\cdot P_{714} + p_8(6)\cdot P_{814} + p_9(6)\cdot P_{914} + p_{10}(6)\cdot P_{1014} + p_{11}(6)\cdot P_{1114} +$$
$$+ \underline{p_{12}(6)\cdot P_{1214}} + \underline{p_{13}(6)\cdot P_{1314}} + p_{14}(6)\cdot P_{1414} = \frac{365}{729}\cdot\frac{2}{3} + \frac{364}{729}\cdot\frac{1}{3} = 0{,}5002;$$
$$p_{15}(7) = p_1(6)\cdot P_{115} + p_2(6)\cdot P_{215} + p_3(6)\cdot P_{315} + p_4(6)\cdot P_{415} + p_5(6)\cdot P_{515} +$$
$$+ p_6(6)\cdot P_{615} + p_7(6)\cdot P_{715} + p_8(6)\cdot P_{815} + p_9(6)\cdot P_{915} + p_{10}(6)\cdot P_{1015} +$$
$$+ p_{11}(6)\cdot P_{1115} + \underline{p_{12}(6)\cdot P_{1215}} + \underline{p_{13}(6)\cdot P_{1315}} + p_{14}(6)\cdot P_{1415} + p_{15}(6)\cdot P_{1515} =$$
$$= \frac{365}{729}\cdot\frac{1}{3} + \frac{364}{729}\cdot\frac{2}{3} = 0{,}4998.$$

Висновки. Високий ступінь змішування компонентів матиме місце, якщо компоненти будуть рівномірно розподілятися у двох потоках суміші в кінці матеріалопроводу. Це можливо, якщо ймовірність знаходження частинки компоненту в кожному з двох потоків суміші в кінці матеріалопроводу буде $P_{лів.} \approx 0{,}5$, $P_{пр.} \approx 0{,}5$. Як показують представлені вище розрахунки, ймовірності знаходження частинки матеріалу у двох потоках досягають значень $P_{лів.} = p_{14}(7) = 0{,}5002$ та $P_{пр.} = p_{15}(7) = 0{,}4998$ після сьомого етапу, тобто у станах S_{14} та S_{15}, що відповідають восьмому об'єднувачу потоків. Тому у збільшені кількості об'єднувачів потоків у змішувачі немає необхідності. Так, якщо необхідно змішати два матеріали зі схожими фізико-механічними властивостями, формою, розмірами та масою у відношенні 1:1, тоді необхідно на лівий спрямовувач першого по ходу матеріалу об'єднувача потоків подати один матеріал ($M1$), а на правий спрямовувач того ж об'єднувача потоків – другий матеріал ($M2$). Тоді в кінці матеріалопроводу одержимо лівий і правий потоки

суміші матеріалів. Причому, в лівому потоці ймовірність знаходження частинок матеріалу $M1$ складатиме $P_{лів.M1} = 0{,}5002$, а частинок матеріалу $M2$ – $P_{лів.M2} = 0{,}4998$. У правому потоці ймовірність знаходження частинок матеріалів буде навпаки: для матеріалу $M1$ складатиме $P_{пр.M1} = 0{,}4998$, а для матеріалу $M2$ – $P_{пр.M2} = 0{,}5002$.

Література

1. Макаров Ю.И. Аппараты для смешения сыпучих материалов / Ю.И. Макаров. – М.: Машиностроение, 1973. – 216 с.

2. Верлока И.И. Современные гравитационные устройства непрерывного действия для смешивания сыпучих компонентов / И.И. Верлока, А.Б. Капранова, А.Е. Лебедев // Электронный научны журнал “Инженерный вестник Дона”, №4 (2014) [Електронний ресурс]. – Режим доступу до журн.: http:ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4y2014/2599

3. Багринцев И.И. Исследование процесса смешения сыпучих материалов в гравитационно-решетчатом смесителе с пневмоциркуляцией / И.И. Багринцев, А.И. Барвин, В.Б. Модестов // Вісник Східноукраїнського національного університету імені В. Даля. – №7 (154), ч. 2. – Луганськ, 2010.

4. Воронин В.В. Критерии и способы оценки качества смешивания сыпучих материалов / В.В. Воронин, К.А. Адигамов, С.С. Петренко, Р.А. Сизякин // Электронный научны журнал “Инженерный вестник Дона”, №4 (часть 2), 2012 [Електронний ресурс]. – Режим доступу до журн.: http:ivdon.ru/ru/magazine/issue/106?page=2

5. Першин В.Ф. Переработка сыпучих материалов в машинах барабанного типа / В.Ф. Першин, В.Г. Однолько, С.В. Першина. – М.: Машиностроение, 2009. – 220 с.

6. Заявка на винахід № а201701162 від 08.02.2017. Спіральний змішувач сипких матеріалів / І.М. Дударєв.

7. Боровик О.В. Дослідження операцій в економіці: навч. посіб. / О.В. Боровик, Л.В. Боровик. – К.: Центр учбової літератури, 2007. – 424 с.