УДК 358.4:355.42

Рімвідас Вілімович Хращевський

СИНТЕЗ АДАПТИВНОГО РЕГУЛЯТОРА СИСТЕМИ ПЛАНУВАННЯ

Постановка проблеми у загальному вигляді. Успішне вирішення завдань, що стоять перед системою планування можуть бути вирішені лише за умови побудови адаптивної системи планування [1, 2]. Відомо [1—5], що побудова адаптивних систем неможлива без формування в них адаптивних регуляторів.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Питаннями синтезу адаптивного регулятора займалися такі вчені, як Г. С. Аксьонов, В. М. Фомін, О. Л. Фрадков, В. А. Якубович та багато інших [1—5].

Аналіз публікацій показав, що питання синтезу адаптивних регуляторів добре вивчене і реалізоване в галузі автоматики і управління складними системи [2, 4]. В системах прийняття рішення на застосування ресурсу, де людський фактор є домінуючим, це питання до кінця невивчене [1].

Метою даної статті є синтез адаптивного регулятора системи планування. **Завдання статті:** 1) на основі сформованих принципів і структури контуру адаптації системи планування синтезувати адаптивні регулятори системи планування, які забезпечують надалі знаходження рекурентних цільових нерівностей системи планування; 2) пошук алгоритмів адаптації системи планування до умов, що складаються на момент прийняття рішення та реалізовується механізм "навчання" системи планування приймати ефективні рішення в мінімальні строки.

Основна частина. Синтез адаптивного регулятора системи планування почнемо з постановки мети управління. Ідеальною метою управління при плануванні є побудова оптимального управління. Проте заздалегідь зрозуміло, що така мета управління недосяжна у встановлений час, бо оптимальний закон управління залежить від невідомих коефіцієнтів [1, 2].

У зв'язку з цим поставимо перед собою більш простішу, але практичну мету управління — побудова субоптимального управління в системі планування. Це означає, що задається деякий близький до одиниці "рівень оптимальності" $\rho(0<\rho\le 1)$ і для побудованого (субоптимального з рівнем ρ'') управління значення функціонала якості буде "небагато", саме не більше ніж в ρ^{-1} раз, гірше за оптимальне.

Виходячи з принципів і структури контурів адаптації [1, 6], синтезуємо адаптивний регулятор, в першому наближенні припускаючи, що підсистема планування є динамічним об'єктом (з точки зору процесу планування). У другому наближенні додатково введемо обмеження на управління і в третьому наближенні введемо запізнення в управління, яке відповідатиме фізиці процесу планування, що відбувається в підсистемі, при ухваленні рішення.

Для першого наближення розглянемо дискретний об'єкт управління, стан якого в усі моменти часу однозначно визначається завданням управління $u_0^\infty=[u_0,\ u_1,\ldots]$. (Початковий стан передбачається фіксованим). Нехай $J(u_0^\infty)>0$ — функціонал, що визначає якість управління і підлягає мінімізації. Передбачається, що управління u_0^∞ належить деякій множині U допустимих управлінь. Тоді, при рівні оптимальності $\rho(0<\rho\le 1)$, управління $\hat{u}_0^\infty\in U$ буде субоптимальним з рівнем оптимальності ρ, якщо

$$\underset{u_0^\infty\in U}{Inf}\ J(u_0^\infty)\ge\rho J(\hat{u}_0^\infty). \qquad (1)$$

Згідно (1) число ρ оцінює, наскільки величина $J(\hat{u}_0^\infty)$ близька до нижньої межі функціоналу $J(u_0^\infty)$. Чим ближче ρ до одиниці, тим ближче $J(\hat{u}_0^\infty)$ до мінімально можливого значення. При $\rho=1$ управління $\hat{u}_0^\infty$ оптимальне:

$$J(\hat{u}_0^\infty)=\underset{u_0^\infty\in U}{Inf}\ J(u_0^\infty)$$

Якщо в процесі синтезу адаптивного регулятора задавати не послідовність управляючих дій u_0^∞, а закон управління, тобто закон побудови u_t залежно від кінцевого числа попередніх значень управління і ста-

ну, то у такому разі розумітимемо субоптимальність (з рівнем ρ) регулятора або закону управління.

Розглянемо стійку по управлінню підсистему планування, в якій:

1. На певному інтервалі часу присутнє нерегулярне збурення v_t, а запізнення в управлінні k і у вимірі s мінімальні: $k = 1$, $s = 0$.
2. Коефіцієнти об'єкта управління відомі не повністю. Відомості про коефіцієнти, які необхідно знати (клас адаптації), будуть природним чином виявлені в процесі рішення задачі.

Розглянемо підсистему планування як дискретний об'єкт

$$y_t + a_l y_{t-l} + \ldots + a_r y_{t-r} = b_l y_{t-l} + \ldots + + v_t, \quad (2)$$

де $b_1 \neq 0$, $k = 1$, v_t — нерегулярне в $|-C, C|$ обмежене збурення: виконано

$$|v_t| \leq C, \quad (3)$$

і в іншому значення v_t довільні. Клас можливих збурень v_t вказаного виду позначимо через W. Нехай припустимими є управління, в яких u_t виражається через $u_{t-1}, \ldots, u_0$, $y_{t-1}, \ldots, y_0$ і t (тобто запізнення у вимірі мінімальне: $s = 0$). Нехай метою управління (МУ) в неточних термінах як і раніше є мінімізація "по можливості" вихідної змінної y_t. Точніше, прагнутимемо мінімізувати функціонал

$$J(u_0^\infty) = \overline{\lim_{t \to \infty}} \, \underset{v_0^\infty}{Sup} \, y_t \quad (4)$$

Насправді, відповідно до вище сказаного, замість оптимального буде побудовано субоптимальне (і адаптивне) управління з будь-яким заздалегідь заданим рівнем оптимальності ρ. Якщо коефіцієнти a_j, b_j об'єкта (2) відомі, то рішення задачі мінімізації функціонала (1) тривіальне [3, 4]: оптимальне управління виходить з вимоги, щоб рівняння (2) набрало вигляду $y_t = v_t$, тобто оптимальним є управління, що буде визначатися регулятором

$$u_t = b_1^{-1}[b_2 u_{t-1} - \ldots - b_r u_{t-r} + a_1 y_t + \\ + \ldots + a_r y_{t-r+1}] \quad (5)$$

Дійсно, для такого управління $y_{t+1} = v_{t+1} J(u_0^\infty) = C$. З іншого боку, для будь-якого допустимого управління $J(u_0^\infty) \geq C$ [2, 3].

Таким чином, наше завдання полягатиме в побудові регулятора, що забезпечує виконання мети управління, в умовах, коли коефіцієнти a_j, b_j відомі не повністю, тобто коли не можна скористатися регулятором (5).

Позначимо через $\xi^k = \|a_j, b_j\|$ набір коефіцієнтів a_j, b_j об'єкта, через ξ^B — абстрактний параметр, від котрого залежить збурення $v_t = v_t(\xi^B)$) і який означає, наприклад, "випадок"), і, нарешті, через ξ-пару $\xi = [\xi^k, \xi^B]$. Нехай {ξ} — множина всіх ξ таких, що ξ^k набуває будь-яких значень, а $v_t = v_t(\xi^B)$ набуває будь-яких значень у інтервалі $[-C, C]$.

Нехай мета управління полягає у виконанні нерівності

$$|y_{t+1}| \leq C_y \quad (6)$$

для усіх достатньо великих t. Вважатимемо, що

$$C_y > C \quad (7)$$

Якщо $C_y < C$, то не існує не лише адаптивного, але і взагалі ніякого управління, що забезпечує мету управління. Будь-яке управління, для якого виконано (6) при усіх досить великих t, буде субоптимальним з рівнем $\rho = CC_y^{-1}$ для функціоналу (4).

Вид (5) оптимального управління підказує вибір сенсора $_t$. Управління (5) запишемо у вигляді скалярного добутку

$$u_t = (\sigma_t, \tau^0), \quad (8)$$

де σ_t і τ^0 — вектори,

$$\sigma_t = col(u_{t-1}, \ldots, u_{t-r}, y_t, \ldots, y_{t-r+1}) \quad (9)$$

$$\tau^0 = b_1^{-1} col(-b_2, \ldots, -b_{r+1}, a_1, \ldots, a_r) \quad (10)$$

Отже, як сенсор природно взяти вектор (9).

Ми отримали, що дане завдання укладається в абстрактну схему адаптивного регулятора [1, 2], якщо тільки задати клас адаптації $\Xi \subset \{\xi\}$. Клас адаптації Ξ визначимо нижче, задаючи множину, яку пробігатиме вектор $\xi^k = \|a_j, b_j\|$ коефіцієнтів об'єкта.

Для другого наближення задамо обмеження на управління. При цьому часто буває практично важливим забезпечити виконання умови

$$|u_t| < Q_u \quad (11)$$

не з якою-небудь (невідомою) постійною, як при першому наближенні, а із заздалегідь заданою постійною, вибір якої зумовлюється умовами ухвалення рішення в підсистемі планування.

При розгляді синтезу адаптивного регулятора з наявною додатковою вимогою (11), а також вимоги $|y_t| \leq C_y$ із заданою постійною Q_y (умови першого наближення) вважатимемо, що цільова умова є $|y_t| \leq C_y$ с постійною $C_y > C$, яка може бути як завгодно близькою до C (3). При цьому природно вважати, що (11) виконано для оптимального управління (5) в усій області допустимих значень змінних, тобто при

$$|u_{t-l}| \le Q_u, \ldots, |u_{t-r}| \le Q_u, < Q_u, \quad |y_t| \le Q_y, \ldots, |y_{t-r} \le Q_y| \tag{12}$$

Для третього наближення введемо запізнення в управління або у прийняття донесень про обстановку, що складається. Для цього розглянемо знову підсистему планування, описану рівнянням

$$a(\nabla)\, y_t = b(\nabla)\, u_t + v_t, \tag{13}$$

де $a(\lambda)$, $b(\lambda)$ — поліноми виду

$$a(\lambda) = 1 + a_1\lambda + \ldots + a_r\lambda^r, \quad b(\lambda) = b_k\lambda^k + \ldots + b_r\lambda^r,\ b_k \ne 0 \tag{14}$$

(y_t — вихід підсистеми планування, u_t — управлінне, k — запізнення в управлінні, $k < r$). Збурення v_t задовільняє рівності

$$d(\nabla)\, v_t = w_t, \tag{15}$$

де $d(\lambda)$ — поліном з невідомими коефіцієнтами

$$d(\lambda) = 1 + \lambda d_1 + \ldots + \lambda^p d_p \tag{16}$$

а $w_t = w_t\ (\xi^B)$ — нерегулярна в інтервалі $[-C, C]$ функція, тобто

$$|w_t| \le C \tag{17}$$

і в іншому значення w_t довільні. Нехай, крім того, $|v_t| \le C_v$. (Це виконано, якщо (16) — стійкий поліном.) Клас збурень v_t, визначений вказаними умовами (з фіксованим поліномом (16)), позначимо через W.

Припустимо, що клас допустимих управлінь визначається формулою

$$u_t = U(t, y_0^{t-s}, u_0^{t-1}),$$

яка показує, що управління u_t може залежати лише від t, y_{t-s}, y_{t-s-1}, …, y_0; (але не від v_t, …, v_0!), а в іншому довільно. Число $s \ge 0$ (запізнення у прийнятті донесень про обстановку, що складається) вважається заданим. Позначимо цей клас через U_s.

Нехай y^0 — задане значення вихідної змінної і мета управління полягає в мінімізації "по можливості" відхилення y_t від y^0. Саме мету управління візьмемо у вигляді

$$|y_t - y^0| \le C_y \tag{18}$$

де C_y — деяка стала, яку бажано вибрати можливо меншою. Нерівність (18) має бути виконана при усіх досить великих t.

Тоді, завдання адаптивного управління полягає в побудові допустимого управління, для якої виконана мета управління при неповному знанні коефіцієнтів об'єкта і полінома $d(\lambda)$ в (15).

Слід уточнити значення сталої C_y в цільовій умові (18), визначити вектор сенсорів (необхідних вимірюваних величин) і клас адаптації, тобто множина в просторі коефіцієнтів a_j, b_j, d_j таке, що вектор істинних коефіцієнтів належить цій множині. Бажано, щоб клас адаптації був можливо ширшим [2].

Мінімальне можливе значення сталої C_y в (18) (позначимо її C_y^0) визначається з рішення задачі (на класі допустимих управлінь $u_0^\infty \in U_s$) для функціоналу

$$J(u_0^\infty) = \overline{\lim_{t\to\infty}} \sup_{v_0^x \in B} |y_t - y^0|. \tag{19}$$

Ця задача була вирішена в [2]. Нижня межа функціоналу (19) досягається на деякому оптимальному управлінні і дорівнює

$$C^0 = \inf_{u_0^\infty \in U} J(u_0^\infty) = C\|F\|, \tag{20}$$

де

$$\|F\| = 1 + |F_1| + \ldots + |F_{m-1}|, \quad m = k + s \tag{21}$$

а F_j — коефіцієнти поліному $F(\lambda)$ степені $m - 1$ ($F(0) = 1$), який разом з поліномом $G(\lambda)$ степені $r + p - 1$ однозначно визначається з тотожності

$$F(\lambda)\, d(\lambda)\, a(\lambda) - \lambda^m G(\lambda) \equiv 1. \tag{22}$$

Отже, повинно бути виконано $C_y \le C^0$. Припустимо, що $C_y > C^0$, більше того, що відоме число ρ^0 ($0 < \rho^0 < 1$) в оцінці

$$\rho^0 C_y \ge C^0. \tag{23}$$

Ця нерівність буде однією з умов, що визначає клас адаптації.

Нехай при $t > t_*$ виконано (18). Для відповідного управління маємо $J(u_0^\infty) \le C_y$. З (20) виходить, що це управління субоптимально з рівнем оптимальності $\rho = C_y^{-1} C^0$. Так як a_j, а значить, і F_j, $\|F\|$, C^0 невідомі, то невідомий і рівень оптимальності ρ, однак C_y може бути як завгодно близьким до оптимального значення C^0 і, отже, ρ — до одиниці. Іноді C^0 відоме (хоча a_j, F_j невідомі); в цьому випадку можна взяти $\rho^0 = \rho$.

Відомо [2—5], що об'єкт разом з оптимальним зворотнім зв'язком утворює стійку або нестійку систему відповідно до того, чи є сам об'єкт стійким або нестійким по управлінню. Тому припустимо, що об'єкт стійкий по управлінню. (Це умова на клас адаптації. Інші умови, що визначають клас адаптації, будуть сформульовані в процесі побудови адаптивного управління.)

Таким чином, нехай (13) виконане $m + p - 1$ тактів підряд; застосовуючи до обох частин рівності (13) оператор $\nabla^{-k}\, F(\nabla)\, d(\nabla)$, використовуючи (22), (15) і рівність $m = k + s$, прийдемо до співвідношення

$$\nabla^s G(\nabla) y_t + \nabla^{-k} y_t =$$
$$= \nabla^{-k} F(\nabla) d(\nabla) b(\nabla) u_t + \nabla^{-k} F(\nabla) d(\nabla) v_t$$

або

$$\nabla^s G(\nabla) y_t + \nabla^{-k} y_t =$$
$$= \nabla^{-k} F(\nabla) d(\nabla) b(\nabla) u_t + \nabla^{-k} F(\nabla) d(\nabla) v_t$$

$$y_{t+k} - y^0 = [\nabla^{-k} F(\nabla) d(\nabla) b(\nabla) u_t -$$
$$- \nabla^s G(\nabla) y_t - y^0] + F(\nabla) w_{t+k} \qquad (24)$$

Управління, що отримується прирівнюванням до нуля квадратної дужки в (24), припустиме і воно оптимальне [2]. Це управління можна записати у вигляді

$$u_t = (\sigma_\tau, \tau^0), \qquad (25)$$

а квадратну дужку в (24) у вигляді

$$[\ldots] = b_k (u_t - (\sigma_t, \tau^0)),$$

де σ_t, τ^0 — вектори с компонентами

$$\sigma_t = col(u_{t-1}, \ldots, u_{t-(p+r+s-1)}, \; y_{t-s}, \ldots, y_{t-(p+r+s-1)}, 1), \qquad (26)$$

$$\tau^0 = b_k^{-1} col(-E_l, \ldots, -E_{p+r+S-l}, \; G_0, \ldots, G_{p+r-l}, y^0). \qquad (27)$$

Тут E_j, G_j — коефіцієнти поліномів

$$b_k^{-1} \lambda^{-k} F(\lambda) d(\lambda) b(\lambda) = 1 + E_1 \lambda + \ldots + E_{p+r+s-1} \lambda^{p+r+s-1}, \qquad (28)$$

$$G(\lambda) = G_0 + G_1 \lambda + \ldots + \Gamma_{\pi+\rho-\lambda} \lambda^{p+r-l}. \qquad (29)$$

Висновки. Таким чином, ми отримали адаптивний регулятор динамічним об'єктом з класом адаптації $\Xi \subset \{\xi\}$ з додатково введеними запізненням і обмеженнями при управлінні. Враховуючи те, що адаптивне управління проходитиме за допомогою рішення рекурентних цільових нерівностей, то необхідною умовою є пошук механізму вибору параметрів підлаштування, що є предметом подальших досліджень.

Література

1. Хращевський Р. В. Проблема формування адаптивної системи оперативного планування Збройних Сил України / Р. В. Хращевський // Труди університету. — К. : НАОУ. — 2009. — № 1 (91). — С. 177—185. **2. Фомин В. Н.** Адаптивное управление динамическими объектами / В. Н. Фомин, А. Л. Фрадков, В. А. Якубович. — М. : Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1981. — 448 с. **3. Андриевский Б. Р.** Избранные главы теории автоматического управления с примерами на языке MATLABR / Б. Р. Андриевский, А. Л. Фрадков. — СПб. : Наука, 2000. — 475 с. **4. Александров А. Г.** Оптимальные и адаптивные системы : учебное пособие / А. Г. Александров. — М. : Высш. шк., 1989. — 263 с. **5. Андриевский Б. Р.** Проектирование адаптивных систем управления с БЦВК : учебное пособие / Б. Р. .Андриевский, Д. П. Деревицкий, В. Н. Уткин, А. Л. Фрадков. — Л. : ЛМИ, 1981. — 98 с. **6. Хращевський Р. В.** Формирование принципов адаптивных систем планирования / Р. В. Хращевський // Liptovsky Mikula: Akademia ozbrojenych sil M. R. tefanika. — Zbornik vedeckych a odbornych prac. — 2009. — С. 357—362.

Автор на основе принципов и структуры контуров адаптации синтезировал адаптивный регулятор системы планирования.

Ключевые слова: адаптивный регулятор, система планирования.

The author on the basis of principles and structure of contours of adaptation synthesised an adaptive regulator of system of planning.

Keywords: the adaptive regulator, planning system.