

Руслан Миколайович Залужний

## МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ФУНКЦІОНУВАННЯ СИСТЕМИ НАВІГАЦІЙНОГО ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ВІЙСЬКОВИХ СПОЖИВАЧІВ З УРАХУВАННЯМ ЇЇ ПРОСТОРОВОЇ ПОБУДОВИ НА ВИЗНАЧЕНІЙ ТЕРИТОРІЇ НА ОСНОВІ РЕГРЕСІЙНОГО АНАЛІЗУ

**Постановка проблеми.** У зв'язку з інтенсивним впровадженням технології супутникової радіонавігації, зокрема наземних функціональних доповнень глобальних навігаційних супутникових систем (ГНСС) у різні галузі діяльності держави, у тому числі оборонну, виникає потреба розгляду особливостей відповідних галузей із подальшим внесенням змін до побудови та функціонування зазначених наземних навігаційних доповнень з метою реалізації диференціального режиму вирішення навігаційних задач у кінцевій апаратурі споживачів [1—3].

Традиційно під час реалізації диференціального режиму вимірювань застосовують окремі контрольно-корегуючі станції (ККС) для формування диференціальної корегуючої інформації (ДКІ) у вигляді поправок до навігаційних параметрів — псевдодальності та псевдошвидкості, що виміряні споживачами на віддаленні до декількох десятків кілометрів від ККС. Побудова мережі таких ККС у загальній системі враховує збір, спільне опрацювання вимірювальної інформації та забезпечує організацію навігаційного забезпечення в межах України на принципах широкосонної диференціальної навігації [4]. Це виключає наявність недоліків окремо діючих ККС на обмеженій території обслуговування в навігаційному відношенні і потребує меншої кількості ККС для покриття території України порівняно з необхідною кількістю окремо діючих ККС під час реалізації традиційної (класичної) диференціальної навігації.

Відповідним наземним функціональним доповненням ГНСС на території України є система координатно-часового та навігаційного забезпечення України (СКЧНЗУ), яку розгортає Національне космічне агентство України відповідно до Загальнодержавної цільової науково-технічної космічної програми України на 2008—2012 роки.

Однак, що стосується потреб оборонної галузі, є негативна сторона — заздалегідь відомі дані (координати) складових ККС системи,

що спричиняє низький рівень живучості системи і виключає можливість її застосування у навігаційному забезпеченні військових споживачів під час підготовки та ведення бойових дій (операцій) [5].

Ураховуючи вищезазначене, метою статті є аналіз застосування наземних функціональних доповнень ГНСС та вирішення завдання розроблення моделі функціонування системи навігаційного забезпечення з метою визначення необхідного складу, просторової побудови та особливостей її функціонування з урахуванням вимог окремих специфічних груп споживачів до якості навігаційних послуг у складних умовах обстановки.

**Викладення основного матеріалу.** Досвід розгортання на території України СКЧНЗУ [6—8] свідчить про те, що диференціальні поправки, що надаються різними ККС, оцінюють значення похибки вимірювань (помилки) у пункті розташування споживача з різною точністю, причому дисперсію кожної диференціальної поправки можна навести у такому вигляді:

$$\sigma_j^2 = \sigma^2(\xi_{\text{спож}} - \xi_{\text{ККС}j}) = \sigma_{\text{корел},j}^2 + \sigma_{\text{некорел},j}^2$$

де  $\xi_{\text{спож}}$  та  $\xi_{\text{ККС}j}$  — величини сумарної похибки вимірювань у точках розміщення споживача та  $j$ -ї ККС;

$\sigma_{\text{корел},j}^2$  — дисперсія різниці взаємно корельованих складових похибки вимірювань в апаратурі  $j$ -ї ККС та споживача;

$\sigma_{\text{некорел},j}^2$  — дисперсія різниці взаємно незалежних складових похибки вимірювань в апаратурі  $j$ -ї ККС та споживача.

Застосування диференціального режиму свідчить, що значення точності місцевизначення споживачів залежить від відстані до ККС і має відносну лінійну залежність як наслідок відповідної залежності кореляції похибки навігаційних вимірювань у двох точках від відстані між ними [6]. Також зазначену залежність обґрунтовують з точки зору

відносно однакового середньостатистичного значення геометричного фактора для кожного з проведеного сеансів визначення координат у диференціальному режимі. В основі лежить те, що множина супутників одночасно видимих у двох різних точках на території України завжди сильно перетинаються і в багатьох випадках повністю співпадають.

Наведені міркування та допущення вказують на те, що точність визначення координат у плані —  $\Delta X$  та за висотою —  $\Delta Z$  в апаратурі кінцевого споживача із застосуванням ДКІ від  $j$ -ї ККС залежить від відстані між ними, яка розглядається як функція від координат місць їх стояння  $R = f(X_{спож}, Y_{спож}, Z_{спож}, X_{ККС}, Y_{ККС}, Z_{ККС})$ . Зазначена залежність може бути описана із застосуванням апарату регресійного аналізу [9] — побудови функціональної залежності між двома групами змінних  $\Delta X$  та  $R$ ,  $\Delta Z$  та  $R$ , в нашому випадку — побудови парної регресії.

Постановка задачі: на основі графічного та експериментального методів визначення характеру залежності точності місцевизначення окремого споживача від віддалення від  $j$ -ї ККС оцінити параметри лінійної регресійної моделі:

$$\hat{\Delta X} = a + bR, \quad (1)$$

щоб розраховані значення  $\hat{\Delta X}(R)$  були максимально близькі до експериментальних  $\Delta X$ .

Розв'язання задачі: як критерій наближення  $Q$  застосовують мінімум доданка квадрату різниць експериментальних та розрахованих значень:

$$Q = \sum_{i=1}^n (\Delta X_i - \hat{\Delta X}_i)^2 = \sum_{i=1}^n (\Delta X_i - a - bR_i)^2 = \sum_{i=1}^n \Delta X_i^2 - 2a \sum_{i=1}^n \Delta X_i - 2b \sum_{i=1}^n \Delta X_i R_i + 2ab \sum_{i=1}^n R_i + na^2 + b^2 \sum_{i=1}^n R_i^2 \rightarrow \min. \quad (2)$$

Метод оцінювання параметрів лінійної регресії  $a$  та  $b$ , який мінімізує доданок квадратів відхилень шуканої лінійної функції (1) від експериментальних значень  $\Delta X$ , називають методом найменших квадратів [10].

Щоб  $Q$  досягала мінімуму, необхідно, щоб її часткові похідні по  $a$  та  $b$  дорівнювали нулю:

$$\begin{cases} dQ/da = -2 \sum_{i=1}^n \Delta X_i + 2b \sum_{i=1}^n R_i + 2na = 0 \\ dQ/db = -2 \sum_{i=1}^n \Delta X_i R_i + 2a \sum_{i=1}^n R_i + 2b \sum_{i=1}^n R_i^2 = 0 \end{cases} \quad (3)$$

Розв'язуючи систему рівнянь (3), отримуємо такі співвідношення для параметрів  $a$  та  $b$ :

$$\begin{aligned} a &= \overline{\Delta X} - b\overline{R}, \\ b &= \frac{\overline{\Delta X \cdot R} - \overline{\Delta X} \cdot \overline{R}}{\overline{R^2} - \overline{R}^2} = \frac{\overline{\Delta X \cdot R} - \overline{\Delta X} \cdot \overline{R}}{\sigma_R^2}, \end{aligned} \quad (4)$$

де  $\sigma_R$  — середнє квадратичне відхилення змінної  $R$ ;  $\overline{\Delta X}$ ,  $\overline{R}$ ,  $\overline{\Delta X \cdot R}$ ,  $\overline{R^2}$  — середні значення змінних, які розраховують за такими формулами:

$$\begin{aligned} \overline{R} &= \frac{\sum_{i=1}^n R_i}{n}, \quad \overline{\Delta X} = \frac{\sum_{i=1}^n \Delta X_i}{n}, \\ \overline{\Delta X \cdot R} &= \frac{\sum_{i=1}^n \Delta X_i R_i}{n}, \quad \overline{R^2} = \frac{\sum_{i=1}^n R_i^2}{n}. \end{aligned}$$

Підставляючи (4) в (1) отримуємо такий вид рівняння лінійної регресії:

$$\begin{aligned} \Delta X &= (R - \overline{R}) \frac{\overline{\Delta X \cdot R} - \overline{\Delta X} \cdot \overline{R}}{\sigma_R^2} + \overline{\Delta X} = \\ &= r_{R\Delta X} \frac{(R - \overline{R})}{\sigma_R} \sigma_{\Delta X} + \overline{\Delta X}, \end{aligned} \quad (5)$$

де  $r_{R\Delta X}$  — коефіцієнт кореляції, який характеризує міру тісноти зв'язку  $\Delta X$  та  $R$ ;  $\sigma_{\Delta X}$  — середнє квадратичне відхилення змінної  $\Delta X$ .

Зі збільшенням відстані між ККС та споживачем  $R$  збільшується помилка місцевизначення положення споживача в плані  $\Delta X$ , що свідчить про додатний характер коефіцієнта кореляції [11]:

$$0 \leq r_{R\Delta X} \leq 1: R \uparrow \Rightarrow \Delta X \uparrow.$$

Значущість рівняння регресії оцінюють на основі  $F$  — критерію Фішера [9], величина якого пов'язана із коефіцієнтом детермінації  $r_{R\Delta X}^2$ , і розраховується за такою формулою:

$$F = \frac{r_{R\Delta X}^2}{1 - r_{R\Delta X}^2} (n - m - 1) \Big|_{m=1} = \frac{r_{R\Delta X}^2}{1 - r_{R\Delta X}^2} (n - 2), \quad (6)$$

де  $m$  — число параметрів при змінній (для парної регресії  $m = 1$ ).

Фактичне значення  $F$  — критерію Фішера порівнюють із табличним значенням  $F_{табл.}(\alpha; k_1; k_2)$  при рівні значущості  $\alpha$  і ступенях свободи  $k_1 = m$  та  $k_2 = n - m - 1$ . При цьому, якщо  $F > F_{табл.}$ , то з довірчою ймовірністю  $1 - \alpha$  можна стверджувати про статистичну значущість рівняння регресії в цілому.

Аналогічне рівняння лінійної регресії, яка описує залежність точності визначення місцеположення споживачів за висотою  $\Delta Z$  від відстані між споживачем та ККС, має такий вигляд:

$$\begin{aligned} \hat{\Delta Z} &= (R - \overline{R}) \frac{\overline{\Delta Z \cdot R} - \overline{\Delta Z} \cdot \overline{R}}{\sigma_R^2} + \overline{\Delta Z} = \\ &= r_{R\Delta Z} \frac{(R - \overline{R})}{\sigma_R} \sigma_{\Delta Z} + \overline{\Delta Z}. \end{aligned} \quad (7)$$

Отримані лінійні регресії (5) та (7) дозволяють визначити мінімальну відстань між ККС в мережі з урахуванням вимог, які висувають військові споживачі щодо точності розв'язання навігаційних задач. Крім того, важливою операцією за допомогою зазначених рівнянь лінійної регресії є розрахунок точності визначення місцеположення споживача за рахунок надмірності складових елементів системи навігаційного забезпечення — введення додаткових стаціонарних та мобільних ККС. Тим самим виникає можливість дослідження просторової побудови системи при різному її кількісному складі (рис. 1) для обслуговування визначеної території.

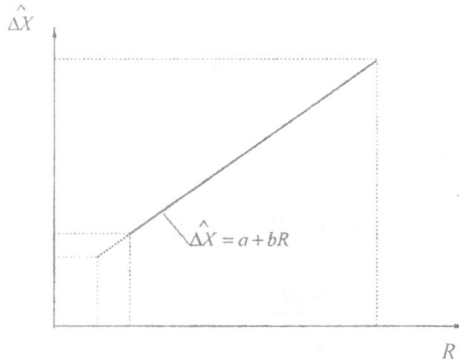


Рис. 1. Залежність діапазону точності визначення місцеположення від кількості ККС на обмеженій території

У разі збільшення кількості ККС збільшиться діапазон відстані між ними (пунктирна лінія на рис. 1), що збільшує діапазон точності визначення місцеположення споживачів.

Крім того, описана математична модель дозволяє вибирати всі можливі варіанти побудови поля диференціальних поправок на визначеній території з урахуванням деградаційного характеру зменшення якості надання навігаційних послуг щодо вирішення навігаційних задач військовими споживачами під час підготовки та ведення операції (бойових дій). Це в свою чергу дозволяє отримати вихідну множину працездатних структур системи навігаційного забезпечення, щоб оцінити її живучість в умовах активної протидії противника з подальшим обґрунтуванням рекомендацій щодо забезпечення (підвищення) живучості системи з допустимим рівнем точності визначення місцеположення окремих груп військових споживачів.

**Висновки.** Таким чином, застосування наземних функціональних доповнень ГНСС є

перспективним напрямком підвищення навігаційного забезпечення на території України різних груп споживачів з урахуванням вимог останніх до точності розв'язання навігаційних задач. Математична модель функціонування системи навігаційного забезпечення військових споживачів, розглянута у статті, на основі регресійного аналізу функціонування її складових елементів за призначенням дозволяє отримати залежність точності місцевизначення споживачів від просторової побудови системи на визначеній території, що дозволяє обґрунтувати кількісний склад мережі системи з урахуванням особливих умов функціонування окремих груп споживачів, визначити просторове розташування стаціонарних та мобільних ККС для побудови поля диференціальних поправок згідно з вимогами до навігаційного забезпечення, які висувають споживачі.

## Література

1. Пермяков О. Ю. Методика побудови системи навігаційного забезпечення окремих груп споживачів на основі широкозонних диференціальних корекцій / О. Ю. Пермяков, О. В. Лаврінчук, Р. М. Залужний // Системи управління, навігації та зв'язку. — 2010. — Вип. 3 (15). — С. 22—25.
2. Козелков С. В. Космічне навігаційне забезпечення як складова високої ефективності дій Збройних Сил / С. В. Козелков // Системи управління, навігації та зв'язку. — 2008. — Вип. 4 (8). — С. 4—8.
3. Шебшаєвич В. С. Сетевые спутниковые радионавигационные системы / В. С. Шебшаєвич, П. П. Дмитриев, Н. В. Иванцевич и др. — М.: Радио и связь, 1993. — 408 с.
4. Верещак А. П. Концепция создания системы навигационного обеспечения Украины / А. П. Верещак, В. В. Пискорж, А. А. Жалило, В. А. Литвинов, К. Ф. Волох // Космічна наука і технологія. — 1998. — Т. 4. — № 5/6. — С. 46—55.
5. Пермяков О. Ю. Особливості створення та застосування наземних функціональних доповнень глобальної навігаційної супутникової системи на території України / О. Ю. Пермяков, О. В. Лаврінчук, Р. М. Залужний // 36. наук. праць Харківського ун-ту Повітряних Сил. — 2009. — Вип. 2 (20). — С. 53—58.
6. Горб А. Экспериментальная оценка точности определения координат навигационным приемником в дифференциальном режиме / А. Горб // Сучасні досягнення геодезичної науки та виробництва. — 2009. — Вип. 1 (17). — С. 103—108.
7. Савчук С., Гринчишина-Полюга О. Методика встановлення вихідних значень координат українських перманентних станцій для високоточної геодезичної прив'язки / С. Савчук, О. Гринчишина-Полюга. — Сучасні досягнення геодезичної науки та виробництва, 2009. — Вип. 1 (18). — С. 39—43.
8. Малевич М. Н., Конышева Г. Н. Анализ работы действующего фрагмента ПШДК СКНОУ / М. Н. Малевич, Г. Н. Конышева / Материалы 3-го Международ. радиоэлектронного форума "Прикладная радиоэлектроника. Состояние и перспективы развития". — Х., 2008. — Т. 1. — Ч. 1. — С. 333—336.
9. Себер Дж. Линейный регрессионный анализ / Дж. Себер. — М.: Мир, 1980. — 456 с.
10. Ковбасюк С. В. Метод наименьших квадратов та його практичне застосування / С. В. Ковбасюк, О. О. Писарчук, М. Ю. Ракушев. — Житомир, 2008. — 227 с.
11. Справочник геодезиста: В 2 кн., Кн. 1 / Под ред. В. Д. Большакова, Г. П. Левчука. — 3-е изд., перераб. и доп. — М.: Недра, 1985. — 455 с.

На основе теории линейной регрессии и метода наименьших квадратов разработана математическая модель, которая описывает зависимость точности местоопределения отдельных групп военных потребителей от пространственного построения системы навигационного обеспечения на определенной территории с учетом требований к точности решения навигационных задач, которые предъявляются потребителями.

**Ключевые слова:** навигационное обеспечение, наземное функциональное дополнение глобальных навига-

ционных спутниковых систем, контрольно-корректирующая станция, регрессионный анализ.

A mathematical model, which describes dependence of position determination exactness of separate military users groups on the spatial construction of the navigation supporting system on limited territory adjusted to requirements of exactness of navigation tasks, is developed by dint of the linear regression theory and least-squares method.

**Key words:** navigation support, ground-based functional support of global navigation satellite systems, control-correcting station, regressive analysis.