

УДК 621.396+629.7

Олександр Васильович Лаврінчук

## МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ВПЛИВУ ПРОТИВНИКА: ЩОДО ЕЛЕМЕНТІВ ПСЕВДОСУПУТНИКОВОЇ РАДІОНАВІГАЦІЙНОЇ СИСТЕМИ

**Постановка проблеми.** Сучасний етап розвитку людства характеризується поступовим переходом від постіндустріального до інформаційного суспільства, характерною ознакою якого є стрімкий розвиток інформаційних технологій та їх широке впровадження в усі сфери людської діяльності. Інформаційна інфраструктура держави стає життєво важливою для її існування з усіма від цього похідними: вона стає об'єктом першого удару і потребує для свого захисту збалансованої державної політики в інформаційному просторі. До критичної інформаційної інфраструктури належать, у першу чергу, системи управління, канали зв'язку, навігація, розвідка, системи наведення та інші інформаційні елементи, насамперед у військовій сфері [1].

На сьогодні в Україні функціонують відомчі системи інформаційного забезпечення процесів управління рухомими об'єктами у галузі авіаційного, водного, залізничного та автомобільного транспорту, але рівень оснащення та інтеграції їх систем навігації, спостереження та зв'язку значно нижчий від рівня, досягнутого передовими державами. Застаріла інфраструктура, неузгодженість підходів до розв'язання споріднених завдань, обмеженість в інформаційній взаємодії зі створення сучасних високотехнологічних систем управління рухомими об'єктами є причиною технічного та технологічного відставання України у цій сфері. Для вирішення вищезазначеної проблеми в Україні розроблена та затверджена Державна цільова науково-технічна програма створення державної інтегрованої інформаційної системи забезпечення управління рухомими об'єктами (зв'язок, навігація, спостереження), одним із завдань якої є "створення системи навігації, що базується на сучасних технологіях, для розвитку вітчизняних засобів навігації і впровадження їх у систему управління всіма видами транспорту та користування цією системою органами МВС, МОЗ, Міноборони, СБУ, МНС" [2]. Фахівці активно обговорюють шляхи реалізації навігаційного забезпечення цивільних і військових споживачів України. Відповідно до їх про-

позицій перспективне навігаційне забезпечення, що задовольняє запити всіх споживачів України, доцільно базувати на використанні глобальних навігаційних полів, створених середньоорбітальними супутниковими радіонавігаційними системами (СРНС) NAVSTAR і ГЛОНАСС.

Однак при такому підході якість навігаційного забезпечення більшості споживачів повністю залежить від політики військових відомств США і Росії, які розгорнули і контролюють СРНС NAVSTAR і ГЛОНАСС та визначають можливості їх використання. Одним із можливих напрямків вирішення задачі навігації існуючими приймачами супутникових сигналів в умовах відсутності навігаційного поля глобальних СРНС є використання локальної псевдосупутникової радіонавігаційної системи (ПСРНС) [3, 4]. Псевдосупутник — це передавач сигналів, які подібні сигналам навігаційних космічних апаратів і можуть бути використані для навігаційних вимірювань як разом з інформацією СРНС, так і автономно. Такий передавач може бути встановлений на поверхні землі (стаціонарно чи на рухомих засобах) або у повітрі (на будь-якому літальному апараті). До того ж у разі невіддалого для споживача просторового розташування видимих навігаційних космічних апаратів (НКА) наявність псевдосупутників дозволяє зменшити значення геометричного фактора, який є мірою зменшення точності навігаційних визначень через особливості взаємного розташування НКА та споживача, у 6...8 разів у вертикальній площині та у 3...4 рази у горизонтальній [5].

Необхідно взяти до уваги, що, на відміну від СРНС, елементи ПСРНС, які розміщуються на поверхні землі та у повітряному просторі, є значно уразливішими внаслідок впливу на них противника.

Огляд останніх досліджень і публікацій. Аналіз ряду джерел інформації [6—9] щодо способів побудови багатопозиційних РНС свідчить про те, що їх топологічні структури синтезуються лише за критеріями максимуму площі зони покриття системи та максимуму

точності місцевизначення споживачів. При такому способі побудови РНС неможливе безперервне та стійке забезпечення радіонавігаційною інформацією (РНІ) всіх зацікавлених (в першу чергу військових) споживачів в умовах бойової обстановки, коли неминучим є виведення з ладу ряду радіонавігаційних точок (РНТ) внаслідок вогневого впливу противника. У ряді робіт [3, 10, 11] авторами запропоновані підходи до синтезу ПСРНС з урахуванням можливості виведення з ладу противником окремих РНТ, які ґрунтуються на забезпеченні стійкого функціонування системи створенням певної структурної надмірності. Однак питання кількісної величини надмірності та способів управління нею потребують детального дослідження та обґрунтування.

Ураховуючи вищесказане, актуальним є питання дослідження впливу противника на ПСРНС для подальшого обґрунтування кількісного складу випромінюючих "сузір'їв" РНТ та алгоритмів управління просторово-часовим випромінюванням РНІ і аналізу їх впливу на точність системи.

*Метою статті* є розроблення математичної моделі впливу противника на елементи ПСРНС та, як наслідок, на імовірність визначення вектора стану споживача із заданими точнісними характеристиками.

Викладення основного матеріалу дослідження. Відповідно до вищесказаного ПСРНС буде функціонувати у жорстких умовах сучасного бою, у просторі, насиченому засобами виявлення та ураження радіовипромінюючих цілей. За таких умов окремі елементи системи будуть знищені, що призведе до поступової деградації системи.

Для кращого розуміння подальших викладень структуру ПСРНС доцільно подати у вигляді орієнтованого графа  $G^{SE} = G(Z, U)$  [10] (рис. 1), де  $Z$  — множина вершин графа,  $U$  — множина дуг графа  $G$ . Вершини графа розташовані у трьох рівнях ( $X, Y, E$ ). Відповідно множина вершин складається з підмножин  $ZX \cup ZY \cup ZE = Z$ .

Навігаційний простір  $E$  визначається множиною характерних точок споживача  $ZE$ , параметри яких описує матриця  $E = \|e_1, \dots, e_\rho, \dots, e_{N^E}\|^T$ , де складовими векторів  $e^\rho = (\varphi_\rho, \lambda_\rho, h_\rho)$ ,  $\rho = \overline{1, N^E}$  є геодезичні координати відповідних точок споживача ( $N^E$  — загальна кількість точок).

Сукупність повітряних псевдосупутників (ППС) утворює множину вершин графа  $ZY$ , елементи якої описує матриця  $B = \|b_1, \dots, b_j, \dots, b_{N^Y}\|^T$ . Складовими векторів  $b_j = (\varphi_j(t), \lambda_j(t), h_j(t), p_j^*(t))$ ,  $j = \overline{1, N^Y}$ , що входять до матриці  $B$ , є геодезичні координати ППС та значення показника їх живучості. Величина  $p_j^*(t)$  являє собою ймовірність збереження працездатного стану ППС у даній опорній точці під впливом противника на момент часу  $t$  (живучість).

Сукупність наземних псевдосупутників (НПС) утворює множину вершин графа  $ZX$ , елементи якої описує матриця  $A = \|a_1, \dots, a_i, \dots, a_{N^X}\|^T$ . Складовими векторів  $a_i = (\varphi_i(t), \lambda_i(t), h_i(t), p_i^*(t))$ ,  $i = \overline{1, N^X}$  є геодезичні координати позицій та значення їх живучості на момент часу  $t$ .

Множина дуг  $U$  зображеного графа  $G(Z, U)$  описує наявність прямої видимості між елементами структури і може бути наведена у вигляді

$$U = \{U^X, U^Y, V\}, \quad (1)$$

де  $U^X = \|U_{\rho i}^X\|$ ,  $U_{\rho i}^X \in \{0, 1\}$ ,  $\rho = \overline{1, N^E}$ ,  $i = \overline{1, N^X}$  — матриця прямої видимості між споживачами та НПС;

$U^Y = \|U_{\rho j}^Y\|$ ,  $U_{\rho j}^Y \in \{0, 1\}$ ,  $\rho = \overline{1, N^E}$ ,  $j = \overline{1, N^Y}$  — матриця прямої видимості між споживачами та ППС;

$V = \|V_{j, i}\|$ ,  $V_{j, i} \in \{0, 1\}$ ,  $j = \overline{1, N^Y}$ ,  $i = \overline{1, N^X}$  — матриця прямої видимості між ППС та НПС.

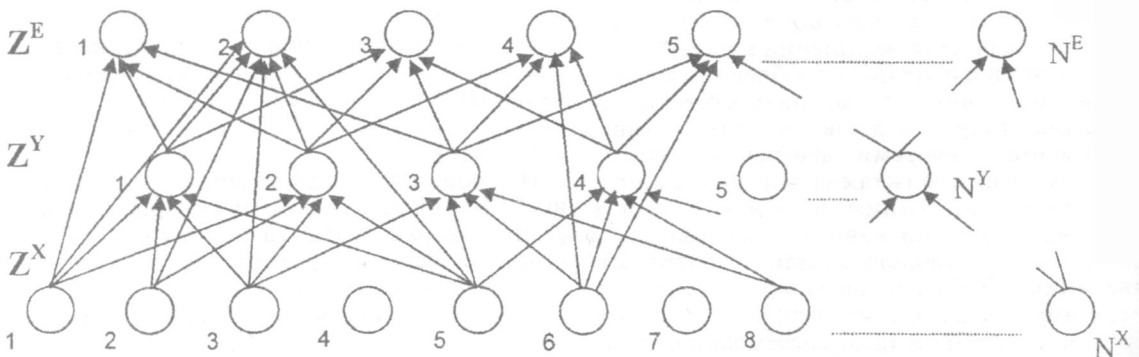


Рис. 1. Граф структури псевдосупутникової РНС

Щоб удосконалити існуючу модель простої структури ПСРНС та отримати можливість дослідження впливу противника на її елементи з подальшим оцінюванням точності та безперервності забезпечення радіонавігаційною інформацією зацікавлених споживачів в умовах бойової обстановки, спростимо граф структури ПСРНС (рис. 1) виділенням однієї точки на рівні  $E$ , наприклад, точки 2 (рис. 2). Розглянемо модель впливу противника на характеристики точності та стійкості навігації для точки  $Z_{E2}$ .

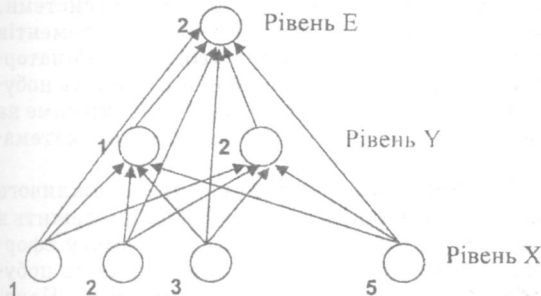


Рис. 2. Елемент графа структури ПСРНС

З рис. 2 видно, що у зону радіовидимості точки  $Z_{E2}$  входять ППС  $Z_{Y1}$  та  $Z_{Y2}$ , а також НПС  $Z_{X1}$ ,  $Z_{X2}$ ,  $Z_{X3}$  та  $Z_{X5}$ . Ці НПС також створюють навігаційне поле для ППС  $Z_{Y1}$  та  $Z_{Y2}$ . Таким чином, параметри точності визначення вектора стану споживача у точці  $Z_{E2}$  будуть визначатися точнісними характеристиками та взаємним розташуванням точок  $Z_{Y1}$ ,  $Z_{Y2}$ ,  $Z_{X1}$ ,  $Z_{X2}$ ,  $Z_{X3}$ ,  $Z_{X5}$  та самої точки  $Z_{E2}$ . У зв'язку з тим, що кожна з цих точок (крім  $Z_{E2}$ ) характеризується власними показниками живучості, можна обчислити точність навігації споживача у точці  $Z_{E2}$  з урахуванням живучості елементів структури ПСРНС.

Однозначне розв'язання навігаційної задачі можливе лише за наявності у полі зору споживача не менше, ніж  $m = m_{\min}$  працездатних РНТ. Імовірність розв'язання навігаційної задачі у точці  $Z_{E2}$  можна подати як імовірність події, яка полягає у одночасній видимості  $m$  псевдосупутників з  $n$  можливих. У випадку, який ми розглядаємо  $n = 6$ , а  $m$ , як правило, дорівнює 4 (оскільки для повноцінних однозначних навігаційних визначень необхідно не менше 4 РНТ). Ураховуючи, що ПСРНС складається з сукупності взаємопов'язаних та взаємодоповнюючих "сузір'їв" РНТ, в яких певні елементи є спільними для декількох "сузір'їв", необхідно окремо розглядати вплив живучості ППС та НПС на точнісні характеристики системи. Оскільки процес впливу противника на ПСРНС і, як наслідок, на живучість її елементів є стохастичним, для безперервного забезпечення навігаційних визначень навіть при стовідсотковій розрахунковій живучості РНТ протягом визначеного часу необхідно забезпечити

"гарячий" резерв (хоча б по одному ПС) як ППС, так і НПС, за якого резервні елементи постійно включені у роботу і дають системі змогу продовжувати функціонування у разі відмов чи бойових втрат частини з них. Тобто при необхідних для навігаційних визначень  $m_{\min} = 4$  псевдосупутниках систему проєктують так, що у полі зору одночасно будуть перебувати  $m_{\text{необх}} = m_{\min} + \Delta m$  (де  $\Delta m$  — деяка надмірність) псевдосупутників. Сучасна приймальна апаратура споживачів є багатоканальною і може виконувати обчислення перевизначених систем рівнянь, використовуючи надлишок вимірювань для поліпшення точнісних характеристик місцевизначення споживача. У нашому випадку умовно мінімальним (без урахування можливого впливу противника) є "сузір'я" з однієї повітряної РНТ і трьох наземних РНТ. Ураховуючи вищезазначене, мінімальним для цього випадку буде "сузір'я", що складається з двох ППС та чотирьох НПС.

Загальну кількість можливих комбінацій робочих ( $m_{\min} = 4$ ,  $m_{\max} = 6$ ) РНТ з шести можливих для цього випадку розраховують за допомогою співвідношення

$$C = \left[ (c_2^2)_{\text{П}} \cup (c_4^2)_{\text{Н}} + (c_2^2)_{\text{П}} \cup (c_4^3)_{\text{Н}} + (c_2^2)_{\text{П}} \cup (c_4^4)_{\text{Н}} + \right. \\ \left. + (c_2^1)_{\text{П}} \cup (c_4^3)_{\text{Н}} + (c_2^2)_{\text{П}} \cup (c_4^4)_{\text{Н}} \right], \Theta$$

що складає, відповідно, 21 комбінацію.

Оскільки усі комбінації (у т.ч. й ті, у яких кількість "живих" РНТ недостатня для навігації) будуть складати повну групу несумісних подій, то сумарна імовірність їх буде дорівнювати 1. З усієї множини можливих комбінацій нас цікавлять лише ті, у яких з  $n$  видимих (з них  $n_{\text{П}}$  повітряних та  $n_{\text{Н}}$  наземних,  $n = n_{\text{П}} + n_{\text{Н}}$ ) псевдосупутників не менше ніж  $m$  (з них  $m_{\text{П}}$  повітряних та  $m_{\text{Н}}$  наземних,  $m = m_{\text{П}} + m_{\text{Н}}$ ) перебувають у справному стані.

У такому разі імовірність розв'язання навігаційної задачі (без урахування точності) у точці  $Z_{E2}$  буде дорівнювати

$$P_{R_k} = \sum_{i=m_{\text{П}}}^{n_{\text{П}}} \sum_{j=m_{\text{Н}}}^{n_{\text{Н}}} P_{i, n_{\text{П}}} P_{j, n_{\text{Н}}}, \quad (3)$$

де  $P_{i, n_{\text{П}}}$  — імовірність одночасного функціонування  $i$  повітряних псевдосупутників з  $n_{\text{П}}$  можливих, яка дорівнює сумі ймовірностей відповідних комбінацій;

$P_{j, n_{\text{Н}}}$  — імовірність одночасного функціонування  $j$  наземних псевдосупутників з  $n_{\text{Н}}$  можливих, яка дорівнює сумі ймовірностей відповідних комбінацій.

Необхідно зазначити, що кожна можлива комбінація має своє значення середньоквадратичної похибки (СКП) визначення вектора стану споживача у точці  $Z_{E2}$ . Поставивши у відповідність СКП кожної комбінації її ймовірність, отримаємо ймовірнісний розподіл точнісних характеристик системи:

|                   |            |            |            |     |               |               |                                     |
|-------------------|------------|------------|------------|-----|---------------|---------------|-------------------------------------|
| № ком-<br>бінації | 1          | 2          | 3          | ... | 20            | 21            | при $m < m_{\min}$                  |
| $\sigma$          | $\sigma_1$ | $\sigma_2$ | $\sigma_3$ | ... | $\sigma_{20}$ | $\sigma_{21}$ | $\infty$                            |
| $P_k$             | $P_{k1}$   | $P_{k2}$   | $P_{k3}$   | ... | $P_{k20}$     | $P_{k21}$     | $1 - (P_{4.6} + P_{5.6} + P_{6.6})$ |

Як бачимо, величина СКП  $\sigma$  у цьому разі набуває характеру випадкової величини. Також видно, що система може перебувати у 22 можливих станах: 21 комбінація функціонування та один стан, коли видимих РНТ недостатньо для навігаційних визначень (у такому разі приймається, що СКП дорівнює  $\infty$ ). Кожен стан характеризується власною ймовірністю його появи  $P_{ki}$  та власним значенням СКП  $\sigma_i$  ( $i=1...21$ ). При цьому СКП визначення координат може бути як меншою деякого встановленого граничного значення  $\sigma^{\max}$ , так і більшою цього значення.

Сума ймовірностей комбінацій, у яких  $\sigma_i \leq \sigma^{\max}$  ( $i=1, v$  — кількість “робочих” комбінацій) є ймовірністю навігації споживача із заданою точністю  $\sigma^{\max}$ .

У загальному випадку споживача цікавлять лише випадки (комбінації), коли точність системи буде задовільною відносно встановленого обмеження  $\sigma^{\max}$ . Для  $N^E$  споживачів значення  $\sigma_{\rho, i}$  ( $\rho \in \overline{1, N^E}, i = \overline{1, v}$ ) характеризують точність системи в умовах втрати окремих елементів її структури за кожною з можливих комбінацій. У такому разі ймовірність розв’язання навігаційної задачі для усієї системи може бути визначена за формулою

$$P_R = \sum_{i \in I} P_{k(i)}, \quad (4)$$

$$I = \left\{ i \mid \sigma_{\rho, i} < \sigma^{\max} \forall \rho \in \overline{1, N^E}, i = \overline{1, v} \right\}$$

Основою показника ймовірності розв’язання навігаційної задачі є показники живучості окремих елементів ПСРНС, які, в свою чергу, є ймовірностями перебування елементів у працездатному стані протягом часу функціонування системи.

Похибки під час обчислення показників живучості елементів системи як наслідку впливу на них противника неоднаково впливають на кінцевий результат розрахунків. Так, якщо значення ймовірності можливого впливу противника завищені (показники живучості системи занижені), то результатом синтезу буде система, яка включатиме лише дещо більшу кількість елементів. У протилежному випадку, коли можливий вплив противника буде недооцінений (значення живучості елементів завищені), синтезована система не зможе забезпечити необхідного рівня ймовірності розв’язання навігаційної задачі.

**Висновки.** Функціонування псевдосупутникової радіонавігаційної системи в умовах активної протидії з боку противника у просторі, насиченому засобами виявлення та ураження радіовипромінюючих цілей, мож-

ливість втрати системою окремих елементів у процесі функціонування вказує на необхідність розгляду структури такої системи на основі стохастичного підходу. Залежність точності навігації від кількості та взаємного розташування елементів системи, а отже, і випадкових комбінацій елементів вимагає застосування методів комбінаторного аналізу та обумовлює доцільність побудови просторової структури системи саме на основі комбінаторно-стохастичної математичної моделі.

Комбінаторне урахування можливого впливу противника на ПСРНС, що лежить в основі розробленої моделі, дає змогу сформулювати множини можливих варіантів побудови просторової структури системи. Наявність визначеної кількості елементів у наземній та повітряній підсистемах обумовлює скінченну, хоча, можливо, і досить значну множини можливих варіантів для розгляду. Отже, в основі синтезу просторової структури системи має бути вибір оптимального (щодо обраних критеріїв) варіанта структури на основі застосування оптимізаційних алгоритмів.

## Література

1. Пермяков О. Ю. Інформаційні технології і сучасна збрійна боротьба / О. Ю. Пермяков, А. І. Сбітнев. — Луганськ: Знання, 2008. — 204 с.
2. Постанова Кабінету Міністрів України “Про затвердження Державної цільової науково-технічної програми створення державної інтегрованої інформаційної системи забезпечення управління рухомими об’єктами (зв’язок, навігація, спостереження)” від 17 вересня 2008 р. № 834.
3. Кравченко Ю. В. Теорія синтезу псевдосупутникових радіонавігаційних систем / Ю. В. Кравченко. — К.: НАОУ, 2007. — 210 с.
4. Кравченко Ю. В. Концепція синтезу локальної багатопозиційної радіонавігаційної системи / Ю. В. Кравченко, О. В. Лаврінчук, Р. М. Залужний // Системи озброєння і військова техніка. — 2009. — № 2(18). — с. 75–78.
5. Лаврінчук О. В. Методика оцінки живучості псевдосупутникової радіонавігаційної системи / О. В. Лаврінчук, Р. М. Залужний, Ю. В. Кравченко // Труды університету. — 2010. — № 5(98). — С. 115–120.
6. Сетевые спутниковые радионавигационные системы / [В. С. Шебшаевич, П. П. Дмитриев, Н. В. Ивандевич и др.]; под ред. В. С. Шебшаевича. — [2-е изд.]. — М.: Радио и связь, 1993. — 408 с.
7. Яценков В. С. Основы спутниковой навигации / В. С. Яценков. — М.: Горячая линия-Телеком, 2005. — 272 с.
8. Бабак В. П. Супутникова радіонавігація / В. П. Бабак, В. В. Конін, В. П. Харченко. — К.: Техніка, 2004. — 328 с.
9. Владинов В. Л., Ковалев В. В., Хмуров Н. Н. Средства и системы радионавигационного обеспечения летательных аппаратов. — М.: Воениздат, 1990. — 472 с.
10. Савченко В. А. Методика синтезу функціонально стійкої просторової структури псевдосупутникової радіонавігаційної системи: дис. ... канд. техн. наук: 20.02.14 / В. А. Савченко. — К., 2005. — 241 с.
11. Локальна радіонавігаційна система: Пат. 68960 А. Україна. МКВ G 01 S 5/02 / С. П. Мосов, О. А. Машков, Ю. В. Кравченко, В. А. Савченко. — № 20031110538; заявл. 21.11.2003; опубл. 16.08.2004, Бюл. № 8.

В статье на основе комбинаторно-стохастического подхода предложена модель воздействия противника на элементы псевдоспутниковой радионавигационной системы, что позволяет рассчитать вероятность определения вектора состояния потребителя с заданными точностными характеристиками. Комбинаторный характер учета возможного воздействия противника позволяет сформировать множество возможных вариантов построения пространственной структуры системы.

*Ключевые слова:* псевдоспутниковая радионавигационная система, воздействие противника, комбинации "созвездий" радионавигационных точек.

The article offers the model of enemy's influence on elements of pseudo-satellite radio-navigation system on the basis of the combination-stochastic theory approach that enables to calculate the probability of the condition vector of the user with set precision characteristics. Combinatorial character of the account of the enemy's possible influence enables to form a set of possible variants of construction of a spatial structure of a system.

*Key words:* pseudo-satellite radio-navigation system, enemy's influence, combination of radio-navigation points "constellations".