

*Владислав Володимирович Кобзєв*

## ПЛАНУВАННЯ ВИБІРКОВИХ ВИПРОБУВАНЬ НА НАДІЙНІСТЬ ВИРОБІВ ОДНОРАЗОВОГО ЗАСТОСУВАННЯ ЗА КРИТЕРІЄМ МАКСИМУМУ СЕРЕДНЬОГО ПРИРОСТУ КІЛЬКОСТІ ІНФОРМАЦІЇ

### Постановка проблеми

Випробування виробів одноразового застосування за своїм характером є руйнівними, оскільки пов'язані з безповоротною втратою виробів, які піддавалися випробуванням. При руйнівному контролі надійності випробуванням піддаються лише деякі вироби із загальної кількості, тобто контроль надійності є вибіркоким, а він, у свою чергу, передбачає проведення випробувань вибірки виробів з партії. При фактичній кількості відмов не більший, ніж заздалегідь визначена приймальна кількість, робиться висновок про відповідність партії вимогам з надійності. Інакше – про невідповідність вимогам. Вартість цих виробів разом з організаційними витратами є складовою вартості таких випробувань, яка при дорогих виробках може сягати значних величин. Тому питання обґрунтування вимог до достовірності контролю показників надійності (ПН) таких виробів є актуальними.

### Аналіз досліджень і публікацій

В загальному випадку обґрунтування вимог до достовірності контролю ПН технічних об'єктів може бути проведене різними методами залежно від потрібної кількості вихідної інформації для планування випробувань [1]. Серед всієї безлічі цих методів можна виділити дві групи методів, які базуються на двох принципово різних підходах. Перший підхід передбачає техніко-економічний аналіз результатів випробувань на надійність і вибір оптимальних (у економічному сенсі) значень відповідних показників точності і достовірності, другий – інформаційну інтерпретацію результатів випробувань на надійність і вибір оптимальних (у інформаційному аспекті) значень показників точності і достовірності. Кожному з цих підходів може бути поставлена у відповідність своя цільова функція, наприклад: мінімізація величини середніх сумарних витрат на проведення випробувань і компенсацію втрат при помилкових рішеннях; максимізація величини середнього приросту кількості інформації, яка отримується в результаті проведення випробувань.

Відомо, що підвищення точності і достовірності результатів випробувань вимагає збільшення об'ємів випробувань і, відповідно, збільшення витрат на їх проведення. Варіант

обґрунтування вихідних характеристик для планування випробувань на надійність повинен вибиратися залежно від наявних вихідних даних.

Застосування варіантів обґрунтування вимог до достовірності контролю ПН за критерієм мінімуму середніх сумарних витрат вимагає наявності відомої інформації про середні величини втрат, задані у вигляді "штрафів" за помилки при контролі ПН, залежність величини втрат від "недостовірності оцінювання", тощо.

Основна ідея підходу до обґрунтування вимог до достовірності результатів випробувань на надійність за критерієм максимуму середнього приросту кількості інформації, яка отримується в результаті проведення випробувань, полягає в тому, що в результаті їх проведення вдається зменшити невизначеність інтервальної оцінки ПН, що може служити мірою ефективності випробувань [1,2].

Виходячи з цього, метою статті є розробка пропозицій щодо визначення об'ємів випробувань вибірки виробів одноразового застосування на основі інформаційного підходу.

### Основний матеріал

Припустимо, що існують дві деякі системи подій, перша —  $X$ , що відображає безліч можливих рішень про значення контрольованого ПН до проведення випробувань, і друга —  $Y$ , що відображає безліч можливих реалізацій інтервальної оцінки цього показника, пов'язані з результатами випробувань на надійність.

Тоді, під кількістю інформації, що міститься в події  $y_k$  відносно події  $x_i$ , розуміється логарифм відношення апостеріорної ймовірності події  $x_i$ , тобто після того, як мала місце подія  $y_k$ , до апіорної ймовірності події  $x_i$ , тобто до того, як мала місце подія  $y_k$ .

$$\inf(x_i, y_k) = \log \frac{P(x_i / y_k)}{P(x_i)} \quad (1)$$

Якщо подія  $x_i$  є елементом системи подій  $X$ , а подія  $y_k$  - елементом системи подій  $Y$ , то в середньому на будь-яку реалізацію пари випадкових подій  $(x_i, y_k)$  доводиться деяка кількість інформації  $INF(X, Y)$ , величина якої може бути обчислена за допомогою співвідношення

$$INF(X, Y) = \sum_{k=1}^L \sum_{i=1}^N P(x_i, y_k) \times \inf(x_i, y_k) \quad 2$$

де  $P(x_i, y_k)$  – ймовірність появи пари подій  $(x_i, y_k)$ .

Величина  $INF(X, Y)$  є середньою кількістю інформації в одній системі подій відносно іншої, яка відображає таким чином відповідність систем подій в цілому. В результаті проведення випробувань реалізується конкретна оцінка  $y_k^*$ , тому система подій  $Y$  містить єдину оцінку, яка вже не є випадковою. При цьому в якості отриманої інформації  $\inf(x_i, y_k^*)$  необхідно розглядати кількість інформації відносно реалізації будь-якої пари подій  $(x_i, y_k^*)$ , де  $y_k^*$  вже відомо.

Середня кількість отриманої інформації визначається співвідношенням

$$INF\left(\frac{X}{y_k^*}\right) = \sum_{i=1}^N P\left(\frac{x_i}{y_k^*}\right) \times \inf(x_i, y_k^*) \quad (3)$$

Саме ця величина середнього приросту кількості інформації  $INF\left(\frac{X}{y_k^*}\right)$  і

використовується в рамках варіанту обґрунтування вихідних характеристик як міра ефективності випробувань. При контролі надійності використовуються інтервальні оцінки ПН, а це, у свою чергу, призводить до того, що система подій  $X$  містить дві події, які полягають, відповідно, в тому, що невідоме значення ПН знаходиться в межах встановлених вимог або поза ними. Відповідно до (1) і (3), величина середнього приросту кількості отриманої інформації може бути обчислена за співвідношенням [1,2]

$$INF = \gamma_B \log \frac{\gamma_B}{\gamma_A} + (1 - \gamma_B) \log \frac{1 - \gamma_B}{1 - \gamma_A} \quad (4)$$

де  $\gamma_B$  і  $\gamma_A$  – відповідно апостеріорна (після проведення випробувань на надійність) і апіорна (до проведення випробувань на надійність) ймовірність того, що невідоме значення ПН належить області, обмеженій встановленими вимогами до його величини.

Справедливість цього співвідношення може бути показана і безпосередньо таким чином. Кількість отриманої інформації, що невідоме значення ПН належить області, обмеженій встановленими вимогами до його величини,

дорівнює  $\log \frac{\gamma_B}{\gamma_A}$ . Коли приймається рішення про

те, що невідоме значення ПН належить області, обмеженій встановленими вимогами до його величини, то з ймовірністю  $\gamma_B$  воно засноване на

достовірній інформації  $\log \frac{\gamma_B}{\gamma_A}$  і з ймовірністю

$(1 - \gamma_B)$  – на помилковій інформації  $\log \frac{1 - \gamma_B}{1 - \gamma_A}$ .

Величина  $INF$ , що є середнім приростом кількості інформації після проведення випробувань і прийняття після їх закінчення рішення про відповідність партії встановленим вимогам, використовується як показник оптимальності інтервальних оцінок. Останнє визначається тим, що величина приросту інформації є мірою статистичного зв'язку між системою подій  $X$  і оцінкою  $y_k^*$ . Тоді, як критерій оптимізації при обґрунтуванні вимог до достовірності результатів контролю ПН прийнято максимум середнього приросту кількості інформації, отриманої в результаті проведення випробувань.

Далі розглянемо порядок обчислення величин, які входять до співвідношення (4). Оскільки випробування виробів однократного застосування є руйнівними, то вибірка виробів для контролю надійності є вибіркою без повернення. Тому кількість можливих розміщень  $D$  непрацездатних виробів серед партії об'ємом  $N$  визначається як відповідний біноміальний коефіцієнт [2-6]

$$C_N^D = \frac{N!}{D!(N-D)!} \quad (5)$$

Аналогічно розраховується кількість можливих розміщень  $d$  непрацездатних виробів серед вибірки об'ємом  $n$

$$C_n^d = \frac{n!}{d!(n-d)!} \quad (6)$$

Якщо з партії виробів об'ємом  $N$  з рівнем дефектності  $D$  піддавати випробуванням вибірку виробів об'ємом  $n$ , то ймовірність того, що буде зафіксовано рівно  $d$  відмов визначається за співвідношенням [2-6]

$$P(n, d, N, D) = \frac{C_n^d C_{N-n}^{D-d}}{C_N^D} \quad (7)$$

Тобто, кількість відмов є дискретною випадковою величиною, яка підпорядковується гіпергеометричному розподілу. Якщо  $d$  – гранично допустима (приймальна) кількість відмов при випробуваннях, то ймовірність прийняти рішення про відповідність партії виробів вимогам до надійності за результатами випробувань вибірки визначається за співвідношенням [2,3]

$$\gamma_B = 1 - \sum_{i=0}^d \frac{C_n^i C_{N-n}^{D-i}}{C_N^D} \quad (8)$$

Саме ця ймовірність і є апостеріорною ймовірністю того, що невідоме значення ПН належить області, обмеженій встановленими вимогами до його величини зі співвідношення (4).

Апіорна ймовірність того, що невідоме значення ПН належить області, обмеженій встановленими вимогами до його величини, за відсутності до проведення випробувань на надійність відомостей про його можливу величину (що найбільш характерно для виробів однократного застосування високої вартості, які знаходяться на зберіганні), може бути обчислена за співвідношенням

$$\gamma_a = 1 - \frac{N-D}{D} \quad (9)$$

З використанням розглянутих співвідношень розраховані залежності величини середньої кількості інформації, яка отримується в результаті випробувань вибірки, від об'єму цієї вибірки для

партії об'ємом 100 виробами при допустимому рівні дефектності 5 для різної приймальної кількості числа відмов. Ці залежності наведені на рисунку 1.

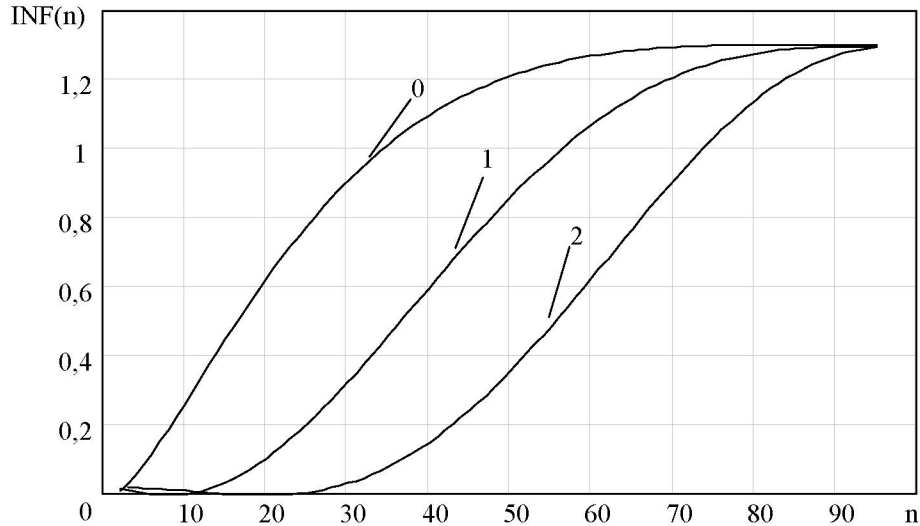


Рис. 1. Залежність величини середньої кількості інформації  $INF(n)$ , яка отримується в результаті випробувань, від об'єму вибірки  $n$

Можна бачити, що це криві з кривизною, що змінюється відносно різних по величині об'ємів вибірок.

Також були розраховані величини середнього приросту кількості інформації  $\Delta INF(n)$ , яка

отримується в результаті випробувань чергового  $n$ -го виробу зі складу вибірки при різній кількості відмов. Графічне представлення цих залежностей наведене на рис. 2

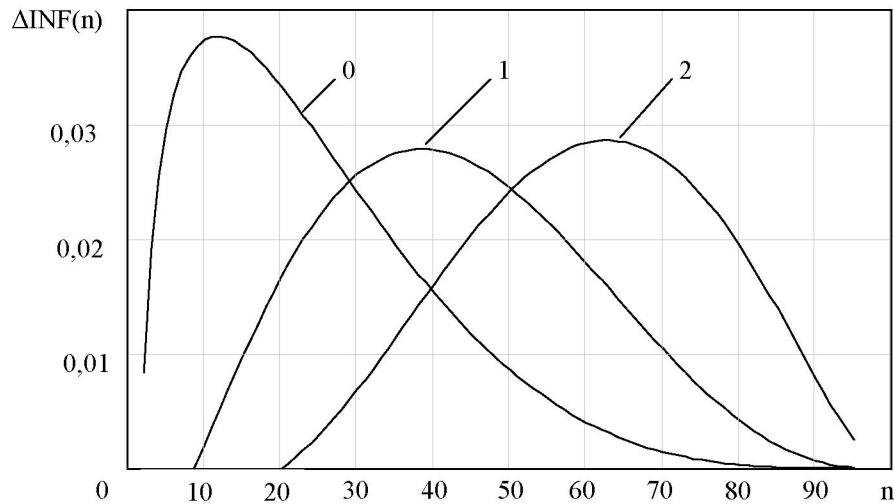


Рис. 2. Залежність величини приросту середньої кількості інформації  $\Delta INF(n)$ , яка отримується в результаті випробувань, від об'єму вибірки  $n$

Як видно, ці графіки мають виражений екстремум у вигляді максимуму в точці, що відповідає порядковому номеру виробу, результат випробувань якого вносить найбільшу кількість інформації до прийняття рішення про відповідність партії вимогам до надійності. Іншими словами, інформація про випробування

даного виробу є найбільш корисною.

Продовження випробувань призводить до меншого приросту інформації, але пов'язане з вартістю інформації, яка буде збільшуватися. Іншими словами, витрати на проведення випробувань не будуть відповідати корисності отримуваної інформації.

Результати розрахунків оптимального за даним критерієм об'єму вибірок при різній приймальній кількості відмов для об'єму партії в 100 виробів і різних допустимих рівнів дефектності на ведені в табл. 1.

Таблиця 1

**Значення оптимального об'єму вибірки при об'ємі партії N=100**

Приймальна кількість відмов, d	Допустимий рівень дефектності партії, D		
	20	10	5
0	5	7	12
1	11	20	38
2	17	32	63

Для порівняння, у табл. 2 наведені результати розрахунків потрібних об'ємів вибірки при тих самих вихідних даних і величині ризику споживача, який дорівнює 0,2.

Таблиця 2

**Значення потрібного об'єму вибірки при об'ємі партії N=100 і величині ризику споживача  $\beta=0,2$**

Приймальна кількість відмов, d	Допустимий рівень дефектності партії, D		
	20	10	5
0	7	15	27
1	14	27	49
2	20	38	67

Як видно, при формуванні планів вибірових випробувань за критерієм максимуму середнього приросту кількості інформації об'єм вибірки завжди менший. Причому, чим вищі вимоги до надійності, тим ця різниця більша. Це дає істотний економічний ефект.

При застосуванні інформаційного підходу такі заходи, як обґрунтування вимог до достовірності контролю ПН і обґрунтування параметрів планів відповідних випробувань, нероздільні, оскільки оптимальна величина  $\gamma_v$  розраховується згідно з задалегідь відомими математичними моделями

Разработан математический аппарат планирования испытаний выборки изделий однократного применения на надежность, использующий информационную интерпретацию результатов испытаний для обоснования требуемых объемов.

*Ключевые слова:* выборочные испытания на надежность, количество информации, апостериорная вероятность.

випробувань і жорстко пов'язана зі значеннями параметрів планів випробувань, для яких вона розрахована.

**Висновки**

Перевагою інформаційного підходу до обґрунтування вимог до достовірності контролю ПН при плануванні випробувань є його універсальність, оскільки для його застосування не потрібні відомості про вартості ремонтів і технічних обслуговувань в процесі експлуатації, великі об'єми експлуатаційних спостережень, які необхідні для визначення законів розподілу різних величин і показників, тощо.

Недоліками цього підходу є те, що необхідно умовою для його застосування є наявність розрахункових співвідношень, які дозволяють оцінити зміну довірчої ймовірності  $\gamma_v$ , в залежності від об'ємів випробувань на надійність, а також те, що при обґрунтуванні вихідних характеристик розглядається лише процес проведення випробувань, а вартісні характеристики подальшої експлуатації виробів не враховуються

**Література**

1. **Аронов И.З.** Оценка надежности по результатам сокращенных испытаний. / И.З. Аронов, Е.И. Бурдасов. – М.: Издательство стандартов, 1987. – 184 с.  
 2. **Надежность и эффективность в технике:** Справочник. В 10 т. / [Ред. совет: В.С. Авдеевский (пред.) и др.]. – М.: Машиностроение, 1989. – Т.6: Экспериментальная обработка и испытания. – 376 с.  
 3. **Вентцель Е.С.** Теория вероятностей. / Вентцель Е.С. – М.: Высшая школа, 2001. – 575 с.  
 4. **Гречин А.Л.** Выборочное обследование качества продукции машиностроения и радиоэлектроники. / А.Л. Гречин, В.С. Зайчик. – Минск: Наука и техника, 1986. – 240 с.  
 5. **Барлоу Р.** Статистическая теория надежности и испытания на безотказность. / Р. Барлоу, Ф. Прошан – М.: Наука, 1984.- 328с.  
 6. **ДСТУ 2864-94.** Надійність техніки. Експериментальне оцінювання та контроль надійності. Основні положення. – К.: Держстандарт України, 1995. – 30 с.

The mathematical apparatus developed for planning reliability test sample of disposable products, which used information interpretation of the test results to justify the required volumes.

*Key words:* selective reliability testing, information amount, a posterior probability.