

Владислав Володимирович Кобзєв

УРАХУВАННЯ АПРІОРНОЇ ІНФОРМАЦІЇ ПРИ ВИЗНАЧЕННІ ОБ'ЄМІВ КОНТРОЛЬНИХ ВИПРОБУВАНЬ НА НАДІЙНІСТЬ ВИБІРКИ ВИРОБІВ ОДНОРАЗОВОГО ЗАСТОСУВАННЯ

Постановка проблеми

Аналіз відомих методів обґрунтування об'ємів випробувань на надійність вибірок з партій виробів показує, що для забезпечення прийнятної достовірності рішень щодо високонадійних виробів необхідні значні об'єми таких випробувань. Наряду з тим випробування виробів одноразового застосування за своїм характером є руйнівними оскільки пов'язані з безповоротними втратами цих виробів. Вартість цих виробів наряду з організаційними витратами є суттєвою складовою вартості цих випробувань. Для зменшення вартості випробувань необхідно зменшувати об'єми випробувань. Це можна здійснити за рахунок урахування результатів експлуатації виробів даного типу або виробів-аналогів.

Аналіз досліджень і публікацій

При руйнівному контролі надійності випробуванням піддають тільки деякі вироби з загальної кількості, тобто контроль надійності є вибіркоким. Вибірковий контроль передбачає

$$P(n, d, N, D) = \frac{C_n^d p^{n-d} (1-p)^d C_{N-n}^{D-d} p^{N-n-D-d} (1-p)^{D-d}}{C_N^D p^{N-D} (1-p)^D} = \frac{C_n^d C_{N-n}^{D-d}}{C_N^D} \quad (3)$$

Тобто кількість відмов є дискретною випадковою величиною, яка підпорядковується гіпергеометричному розподілу. Якщо $d_{гр}$ – гранично допустима (приймальна) кількість відмов при випробуваннях, то ймовірність прийняти рішення про відповідність партії виробів вимогам до надійності за результатами випробувань вибірки визначається за співвідношенням

$$P(i \leq d_{гр}) = \sum_{i=0}^{d_{гр}} \frac{C_n^i C_{N-n}^{D-i}}{C_N^D} \quad (4)$$

У науково-технічній літературі [4, 6-8] розглянуті різні способи об'єднання апріорної інформації і експериментальних даних, наприклад, метод лінійного об'єднання незміщених оцінок ПН подібних виробів, використання апріорних оцінок, отриманих з попередніх випробувань виробів-аналогів, регресійний метод лінійного об'єднання оцінок, оцінювання параметрів на основі об'єднання двох вибірок, байєсівський підхід, тощо. Вживання вищезазначених способів

проведення випробувань вибірки виробів з партії. Оскільки випробування виробів одноразового застосування є руйнівними, то вибірка виробів для контролю надійності є вибіркою без повернення. Тому кількість можливих розміщень D непрацездатних виробів серед партії об'ємом N визначається як відповідний біноміальний коефіцієнт [1, 2]

$$C_N^D = \frac{N!}{D!(N-D)!} \quad (1)$$

Аналогічно розраховується кількість можливих розміщень d непрацездатних виробів серед вибірки об'ємом n

$$C_n^d = \frac{n!}{d!(n-d)!} \quad (2)$$

Якщо з партії виробів об'ємом N з рівнем дефектності D піддавати випробуванням вибірку виробів об'ємом n з ймовірністю безвідмовної роботи одного виробу p , то ймовірність того, що буде зафіксовано рівно d відмов визначається за співвідношенням [1-6]

(окрім останнього) вимагає, аби до моменту планування випробувань була відома так звана "модель перенесення інформації", яка визначає взаємозв'язок між параметрами подібних виробів. Крім того, більшість цих способів орієнтована на оцінку надійності, а стосовно контролю надійності питання досліджені недостатньо повно.

Якщо прийняти припущення про те, що зміною величин показників надійності (ПН) різних однотипних виробів одноразового застосування, які експлуатуються в однорідних умовах, можна нехтувати, то результати їхньої експлуатації можна вважати однорідними.

Для об'єднання однорідної інформації найбільш універсальним є байєсівський спосіб урахування апріорної інформації [6-8]. Тому застосування цього способу є найбільш доцільним для вирішення завдань контролю надійності вибірки виробів одноразового застосування. Для застосування цього способу статистична інформація про невідоме значення

контрольованого ПН представляється у вигляді деякого апіорного розподілу, його числових характеристик, тощо. Оскільки величина конкретного ПН невідома, вона формально може бути представлена у вигляді випадкової величини. При цьому апіорний розподіл відображає міру визначеності інформації про значення даного ПН на початок випробувань.

Метою статті є розробка пропозицій щодо математичної моделі випробувань для урахування апіорної інформації за допомогою байєсівської процедури апіорної інформації при визначенні об'ємів контрольних випробувань на надійність вибірки виробів одноразового застосування.

Основний матеріал

Значення показників достовірності результатів контрольних випробувань визначаються з використанням оперативної характеристики [5, 6], яка є функцією параметрів планів випробувань.

Співвідношення, за яким визначається величина довірчої ймовірності γ події "дійсне значення ПН типу "ймовірність" перевищує

$$P(n; d) = \sum_{i=0}^d C_n^i p_{\gamma}^{n-i} (1 - p_{\gamma})^i - \sum_{i=0}^{d-1} C_n^i p_{\gamma}^{n-i} (1 - p_{\gamma})^i \tag{6}$$

У відповідності з [6-8] співвідношення для визначення довірчої ймовірності при фіксованому об'ємі випробувань та заданих апіорній щільності розподілу величини ПН і його однобічній нижній довірчій межі може бути записано у вигляді

$$\gamma = \frac{\int_0^{p_{\gamma}} C_{n-1}^d x^{n-d-1} (1-x)^d f_a(x) dx}{\int_0^1 C_{n-1}^d x^{n-d-1} (1-x)^d f_a(x) dx} \tag{7}$$

де $f_a(x)$ – апіорна щільність розподілу величини ПН типу "ймовірність".

Введемо функціонал $G(p, n, d, f_a(x))$

$$P_a(p, n, d, f_a(x)) = G(p, n, d, f_a(x)) - G(p, n, d-1, f_a(x)) \tag{9}$$

При $d=0$ у співвідношенні (9) від'ємник дорівнює 0, тому

$$P_a(p, n, 0, f_a(x)) = G(p, n, 0, f_a(x)) \tag{10}$$

З урахуванням (3), (9) та (10) співвідношення для визначення ймовірності того, що буде

$$P_a(p, n, d, N, D, f_a(x)) = \frac{P_a(p, n, d, f_a(x)) \cdot P_a(p, N-n, D-d, f_a(x))}{P_a(p, N, D, f_a(x))} \tag{11}$$

Якщо прийняти, що $d_{гр}$ – гранично допустима (приймальна) кількість відмов при випробуваннях, то з урахуванням (4) та (11) ймовірність

$$P_a(i \leq d_{гр} | p, n, i, N, D, f_a(x)) = \sum_{i=0}^{d_{гр}} P_a(p, n, i, N, D, f_a(x)) \tag{12}$$

Величина ризику споживача при цьому розраховується як ймовірність прийняти рішення про відповідність партії виробів вимогам до

відповідну однобічну нижню довірчу межу p_{γ} "

при фіксованому об'ємі випробувань, описує суму ймовірностей попадання траєкторії випробувань в точки, абсциси яких відповідають тривалості випробувань, а ординати – кількості відмов від нуля до наперед заданої кількості [2-7]

$$\gamma = \sum_{i=0}^d C_n^i p_{\gamma}^{n-i} (1 - p_{\gamma})^i \tag{5}$$

де n – кількість проведених циклів випробувань;
 d – кількість відмов при проведенні випробувань.

Ймовірність попадання в конкретну точку можна знайти як різницю ймовірностей подій "дійсне значення ПН не перевищує відповідну однобічну нижню довірчу межу", які визначені за однакову тривалість випробувань і різну кількість відмов, які відрізняються на одиницю (у менший бік). Тобто ймовірність того, що випробування будуть завершені з результатом $(n; d)$ буде дорівнювати

$$G(p, n, d, f_a(x)) = \frac{\int_0^p C_{n-1}^d x^{n-d-1} (1-x)^d f_a(x) dx}{\int_0^1 C_{n-1}^d x^{n-d-1} (1-x)^d f_a(x) dx} \tag{8}$$

де $G(p_{гр}, n, d, f_a(x))$ – довірча ймовірність того, що при результатах випробувань $(n; d)$ невідоме значення ПН типу "ймовірність" належить інтервалу $(0, p)$.

З урахуванням (6) ймовірність завершення випробувань коли рівень ПН дорівнює p з результатами $(n; d)$ може бути визначена як

зафіксовано рівно d відмов при проведенні випробувань вибірки виробів об'ємом n , які були відібрані з партії виробів об'ємом N з рівнем дефектності D з урахуванням апіорного розподілу невідомого значення ПН має вигляд

завершення випробувань з прийнятною кількістю відмов визначається за співвідношенням

надійності за результатами випробувань вибірки (12) за співвідношенням

$$\beta = P_a \left(i \leq d_{гр} \mid p = p_{гр}, n, i, N, D, f_a(x) \right) = \sum_{i=0}^{d_{гр}} P_a \left(p_{гр}, n, i, N, D, f_a(x) \right). \quad (13)$$

де $p_{гр}$ – гранично допустиме значення ПН типу "ймовірність", що визначається як

$$p_{гр} = \frac{N - D}{N}. \quad (14)$$

З урахуванням співвідношень (8)–(14) проведений розрахунок об'ємів випробувань для

різних значень рівномірного апріорного розподілу невідомої величини ПН. Величини інших вихідних були такими $N = 100$; $D = 5$; $\beta = 0,2$. Результати розрахунків наведені у таблиці 1.

Таблиця 1

Необхідний об'єм вибірки виробів для прийняття рішення про відповідність партії вимогам до надійності

Нижня межа однобічного інтервалу апріорного розподілу показника надійності	Приймальна кількість відмов $d_{гр}$			
	0	1	2	3
0	27	49	67	83
0,5	27	49	67	83
0,8	27	48	62	72
0,85	25	43	55	65
0,9	12	26	32	43

Отримані співвідношення (8) – (14) є математичною моделлю випробувань вибірок виробів одноразового застосування, яка узагальнює відому модель випробувань (3), (4) при контролі надійності партій технічних об'єктів i , в частковому випадку, зводиться до неї.

Висновки

На відміну від відомої моделі випробувань без урахування апріорної інформації, розроблена математична модель описує процес вибіркового випробувань з використанням байєсівського підходу до урахування апріорної інформації про

величину ПН, накопиченої за даними попередньої експлуатації однотипних виробів.

Проведений порівняльний аналіз обчислених за допомогою розроблених математичних моделей об'ємів випробувань з тими, що відповідають відомим методам, підтверджує зменшення цих об'ємів. Величина цього зменшення тим суттєвіша, чим більш точно і достовірно є апріорна інформація про величину контрольованого ПН. Запропонований підхід може бути використаний при плануванні контрольних випробувань на надійність кошовних однотипних об'єктів, наприклад зенітних керованих ракет, тощо.

Література

1. **Вентцель Е.С.** Теория вероятностей. / Вентцель Е.С. – М.: Высшая школа, 2001. – 575 с. 2. **Гречин А.Л.** Выборочное обследование качества продукции машиностроения и радиоэлектроники. / А.Л. Гречин, В.С. Зайчик – Минск: Наука и техника, 1986. – 240 с. 3. **Барлоу Р.** Статистическая теория надежности и испытания на безотказность. / Р. Барлоу, Ф. Прошан – М.: Наука, 1984.-328с. 4. **Северцев Н.А.** Надежность сложных систем в эксплуатации и отработке / Северцев Н.А.– М.: Высшая школа, 1989. – 432 с. 5. **ДСТУ 2864-94.** Надійність техніки. Експериментальне оцінювання та контроль надійності. Основні положення. – К.:

Держстандарт України, 1995. – 30 с. 6. **Надежность и эффективность в технике:** Справочник. В 10 т. / [Ред. совет: В.С. Авдеевский (пред.) и др.] – М.: Машиностроение, 1989. – Т.6: Экспериментальная отработка и испытания. – 376 с. 7. **Александровская Л.И.** Современные методы обеспечения безотказности сложных технических систем: Учебник. / Л.И. Александровская, А.П. Афанасьев, А.А. Лисов – М.: Логос, 2003. – 208 с. 8. **Савчук В.П.** Байесовские методы статистического оценивания: Надежность технических объектов. / Савчук В.П.– М.: Наука, 1989. – 328 с.

Разработана математическая модель испытаний выборки изделий однократного применения на надежность, позволяющая учитывать априорную информацию о надежности, полученную по результатам эксплуатации изделий данного типа или изделий-аналогов.

Ключевые слова: выборочные испытания на надежность, оперативная характеристика, показатель надежности.

Mathematical model of reliability testing disposable products sample for incorporating prior information about reliability, which derived from the results operation this type products or analogs is developed

Key words: selective reliability testing, operational characteristic, reliability index.