УДК 358.4 : 656.7

*Рімвідас Вілімович Хращевський*

# РЕКУРЕНТНІ ЦІЛЬОВІ НЕРІВНОСТІ СИСТЕМИ ПЛАНУВАННЯ РОЗПОДІЛУ ПОВІТРЯНОГО ПРОСТОРУ

## Постановка проблеми. Аналіз останніх досліджень і публікацій.

Успішне вирішення завдань, що стоять перед системою планування можуть бути вирішені лише за умови побудови адаптивної системи планування [1, 2]. Відомо [1-5], що побудова адаптивних систем не можлива без формування в них адаптивних регуляторів та вибору параметрів їх підлаштування (побудова рекурентних цільових нерівностей). Іншими словами для побудови механізму адаптації системи планування необхідна побудова рекурентних цільових нерівностей, що характеризують оперативне планування як систему [1, 2].

Питаннями побудови рекурентних цільових нерівностей займалися такі вчені як Г.С. Аксьонов, В.М Фомін, О.Л. Фрадков, В.А. Якубович та багато інших [1-9].

Аналіз публікацій показав, що це питання добре вивчене і реалізоване в галузі автоматики і управління складними системи [2, 4]. В системах прийняття рішення на застосування ресурсу, де людський фактор є домінуючим, це питання до кінця не вивчене [1].

## Формулювання мети статті. Виклад основного матеріалу

**Метою даної статті** є побудова рекурентних цільових нерівностей для механізму адаптації системи планування.

Побудову рекурентних цільових нерівностей адаптивної системи планування почнемо з попереднього розгляду завдань оптимізації в неадаптивній постановці. Це корисно в тому відношенні, що воно дозволяє для кожного завдання визначити набір даних виміру (сенсори), необхідний для синтезу оптимальних зв’язків, і підказує закон адаптивного управління [2-5]. Крім того, порівняння рішень задачі адаптації і відповідного оптимального завдання дозволяє оцінити "якість" рішення задачі адаптації.

Як сенсори природно взяти той набір величин, через які виражається оптимальний або інший, бажаний закон управління. Невідомі коефіцієнти в цьому законі управління слід замінити підлаштовуваними параметрами.

Виходячи з принципів і структури контурів адаптації [1, 6], проведемо вибір параметрів підлаштування (побудова рекурентних цільових нерівностей), в першому наближенні припускаючи, що підсистема планування є динамічним об’єктом (з точки зору процесу планування). У другому наближенні додатково введемо обмеження на управління, і в третьому наближенні введемо запізнення в управління, яке відповідатиме фізиці процесу планування, що відбувається в підсистемі, при ухваленні рішення.

**Для першого наближення адаптивне** управління підказує вибір сенсора $\sigma_t$, яке запишемо у вигляді скалярного добутку

$$u_t = (\sigma_t, \tau^0), \tag{1}$$

де $\sigma_t$ і $\tau^0$ – вектори,

$$\sigma_t = \mathrm{col}\,(u_{t-1}, \dots, u_{t-r+1}, y_t, \dots, y_{t-r+1}), \tag{2}$$

$$\tau^0 = b_1^{-1}\,\mathrm{col}\,(-b_2, \dots, -b_{r+1}, a_1, \dots, a_r). \tag{3}$$

Отже, як сенсор природно взяти вектор (2).

Ми отримали, що дане завдання укладається в абстрактну схему адаптивного регулятора [1, 2], якщо тільки задати клас адаптації $\Xi \subset \{\xi\}$.

**Виконаємо пошук адаптивного** управління у виді, аналогічному (1), замінюючи невідомий вектор $\tau^0$ вектором $\tau_t$ параметрів підлаштування:

$$u_t = (\sigma_t, \tau_t). \tag{4}$$

Для вектору $\tau_t$ ми повинні отримати рекурентні цільові нерівності (РЦН). Вони мають бути знайдені за допомогою перетворення цільової умови $|y_{t+1}| \le C_y$, і кінцево-збіжний алгоритм (КЗА) їх рішення дасть алгоритм визначення $\tau_t$.

Перейдемо до побудови РЦН. Використовуючи позначення (2), (3), перепишемо рівняння системи планування $y_t + a_1 y_{t-l} + \ldots + a_r y_{t-r} = b_1 y_{t-l} + \ldots + b_r y_{t-r} + v_t$, замінивши t на t + 1, у вигляді

$$y_{t+l} = b_1\,[u_t - (\sigma_t, \tau^0)] + v_{t+1}. \tag{5}$$

Підкреслимо, що (5) – лише записане в іншому виді рівняння системи планування; воно справедливе для будь-якого управління. Підставляючи (4) в (5), а отриманий вираз $|y_{t+1}| \le C_y$ і замінюючи $\tau_t$ на $\tau$, отримаємо необхідні РЦН:

$$|b_1\,[(\sigma_t, \tau) - (\sigma_t, \tau^0)] + v_{t+1}| \le C_y. \tag{6}$$

При $\tau = \tau_t$ (6) співпадає з $|y_{t+1}| \le C_y$ і вираз під знаком модуля в (6) дорівнює $y_{t+1}$. Таким чином, виконання (6) для $\tau = \tau_t$ означає виконання $|y_{t+1}| \le C$ для цього моменту часу; алгоритм визначення $\tau_t$ має бути побудований так, щоб існував такий момент $t_* \ge t_*(\xi)$, що при $t > t_*(\xi)$ усі нерівності (6) (а значить, і $|y_{t+1}| \le C_y$) були виконані. Це означає виконання мети управління при $t \ge t_*(\xi)$, тобто адаптивність системи. Підкреслимо, що нерівності (6) не задані – це рекурентні умовні нерівності, лише після завдання алгоритму їх рішення вони визначаються остаточно (в даному випадку знайдуться вектори $\sigma_t$).

**Для другого наближення** при додатковому завданні обмеження на управління накладаються досить тяжкі умови на коефіцієнти $a_j$, $b_j$ об'єкту. З'ясуємо, які ці умови. З регулятора $u_t = b_1^{-1}$ $[b_2u_{t-1} - \ldots - b_ru_{t-r} + a_1y_t + \ldots + a_ry_{t-r+1}]$ і $|y_t| \le Q_y, \ldots, |y_{t-r}| \le Q$ отримуємо

$$|u_t| \le |b_1|^{-1}\left(Q_u\sum_{j=2}^{r}|b_j| + Q_y\sum_{j=1}^{r}|a_j|\right),$$

причому рівність досягається. Права частина не повинна перевершувати $Q_u$:

$$Q_u\sum_{j=2}^{r}|b_j| + Q_y\sum_{j=1}^{r}|a_j| \le Q_u|b_1|. \qquad (7)$$

Остання нерівність може бути виконана, лише якщо числа $b_j$ задовольняють співвідношенню (за умови $Q_y\sum_{j=1}^{r}|a_j| \ne 0$. Останнє співвідношення передбачається виконаним. У разі $a_1 = \ldots = a_r = 0$ рішення задачі лише спрощується)

$$|b_1| > |b_2| + \ldots + |b_r|. \qquad (8)$$

При виконанні (8) для будь-яких $Q_u$, $a_j$ знайдеться таке $Q_y$, що виконано (7). Отже, при зроблених припущеннях мають бути виконані нерівності (7), (8). Замість (7) вважатимемо виконаною аналогічну строгу нерівність (зі знаком < замість ≤), або, інакше, нерівність

$$Q_u\,(|b_1| - |b_2| - \ldots - |b_r|) \ge \rho_0 Q_y\,(|a_1| + \ldots - |a_r|), \qquad (9)$$

де $\rho_0 < 1$. Число $\rho_0$ характеризує "запас", з яким оптимальне управління $u_t = b_1^{-1}$ $[b_2u_{t-1} - \ldots - b_ru_{t-r} + +a_1y_t +\ldots+ a_ry_{t-r+1}]$ задовольняє необхідній оцінці $|u_t| \le Q_u$: для управління $u_t = b_1^{-1}$ $[b_2u_{t-1} - \ldots - b_ru_{t-r} + a_1y_t +\ldots+ a_ry_{t-r+1}]$ з (9) виходить $|u_t| \le \rho_0 Q_u$.

Нерівності (9) і (8) (з фіксованим числом $\rho_0$) і будуть нерівностями, що визначають клас адаптації Ξ. Зауважимо, що з (8) виходить стійкість об'єкту по управлінню.

Оптимальне управління $u_t = b_1^{-1}$ $[b_2u_{t-1} - \ldots - b_ru_{t-r} + a_1y_t +\ldots+ a_ry_{t-r+1}]$ запишемо у вигляді $u_t = (\sigma_t, \tau^0)$, де $\sigma_t$, $\tau^0$ – вектори (2) і (3). Нерівності (8), (9) означають, що в допустимій області $|y_t| \le Q_y, \ldots, |y_{t-r}| \le Q_y$ для усіх $\sigma_t$ виконано

$$|(\sigma_t, \tau^0)| \le \rho_0 Q_u. \qquad (10)$$

**Для третього наближення**, виходячи з $u_t = (\sigma_t, \tau^0)$ для оптимального управління, адаптивне управління шукатимемо у вигляді

$$u_t = (\sigma_t, \tau_t), \qquad (11)$$

де $\tau_t$ – вектор параметрів підлаштування (тієї ж розмірності, що і $\tau^0$, який слід знаходити по одному з КЗА рішення РЦН.

Перейдемо до отримання РЦН для $\tau_t$ оскільки в $y_{t+k} - y^0 = [\nabla^{-k} F(\nabla)d(\nabla)\, b(\nabla)\, u_t - \nabla^{s} G(\nabla)y_t - y^0] + F(\nabla)w_{t+k}$ дужка $[\ldots] = b_k(u_t - (\sigma_t, \tau^0)]$, то

$$y_{t+k} - y^0 = b_k\,[(\sigma_t, \tau_t) - (\sigma_t, \tau^0)] + F(\nabla)\, w_{t+k}. \qquad (12)$$

Підставляючи значення (12) в цільову нерівність $|y_{t+k} - y^0| \le C_y$ і замінюючи $\tau_t$ на $\tau$, отримаємо наступні умовні РЦН:

$$|b_k\,[(\sigma_t, \tau) - (\sigma_t, \tau^0)] + F(\nabla)\, w_{t+k}| \le C_y. \qquad (13)$$

Помітимо, що нерівність (13) – рекурентна: значення $\sigma_t$ в ній не визначені і залежать від алгоритму, який буде запропонований для їх вирішення.

Нижче, нерівність (13) означатиме $|y_{t+k} - y^0| \le C_y$, оскільки саме з цієї нерівності воно отримане і переходить в нього при $\tau = \tau_t$.

## Висновки

Таким чином, отримано рекурентні цільові нерівності з додатково введеними запізненням і обмеженнями при управлінні, що адекватно характеризує систему планування. Це дає змогу за допомогою кінцево-збіжних алгоритмів вибрати алгоритми адаптації.

## *Література*

**1. Фомин В. Н.** Адаптивное управление динамическими объектами. / В. Н. Фомин, А. Л. Фрадков, В. А. Якубович– М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1981.–448 с. **2. Андриевский Б. Р.** Избранные главы теории автоматического управления с примерами на языке MATLABR / Б. Р. Андриевский, А. Л. Фрадков – СПб.: Наука, 2000. – 475с. **3. Александров А. Г.** Оптимальные и адаптивные системы: Учебное пособие. / А. Г. Александров – М.: Высш. шк., 1989. 263с. **4. Андриевский Б. Р.** Проектирование адаптивных систем управления с БЦВК: Учебное пособие. Б. Р. Андриевский, Д. П. Деревицкий, В. Н. Уткин, А. Л. Фрадков– Л.: ЛМИ, 1981. 98с. **5. Хращевськйй Р. В.** Формирование принципов адаптивных систем планирования / Р. В. Хращевський – Liptovsky Mikulaš: Akademia ozbrojenych sil M.R. Štefanika, - Zbornik vedeckych a odbornych prac.– 2009. – С. 357-362. **6. Анциферов Е. Г.** Методы оптимизации и их приложение. / Е. Г. Анциферов – Новосибирск: Наука, 1990. - 160 с. **7. Беляев Л. С.** Решение сложных оптимизационных задач в условиях неопределенности. / Л. С. Беляев - Новосибирск: Наука, 1978. - 126 с. **8. Хращевськйй Р. В.** Проблема формування адаптивної системи оперативного планування Збройних Сил України К.: НАОУ, – Труди університету. – 2009. – № 1(91). – С. 177-185. **9. Александров А. Г.** Оптимальные и адаптивные системы / А. Г. Александров // Учебное пособие. М.: Высш.шк., 1989. 263с.

На основании сложившихся принципов и структуры контура адаптации системы планирования сформированы рекуррентные целевые неравенства системы планирования распределения воздушного пространства.

*Ключевые слова*: адаптивность, планирование, рекуррентные неравенства, система.

On the basis of the principles and structure of the generated contour adaptation planning system formed by recurrent target inequalities of the system of planning the distribution of air space.

*Key words*: adaptability, planning, recurrent inequalities, system.