УДК 623.412.6

Дмитрий Викторович Романюк

МЕТОДИКА АНАЛИТИЧЕСКОГО ПРОЕКТИРОВАНИЯ СИСТЕМ ОЦЕНИВАНИЯ ВЕКТОРОВ СОСТОЯНИЯ ДИНАМИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ (ИНФОРМАЦИОННЫХ СИСТЕМ) НА ПРИМЕРЕ ОПТИКО-ЭЛЕКТРОННОЙ СИСТЕМЫ ОЦЕНИВАНИЯ УГЛОВЫХ КООРДИНАТ ВОЗДУШНОЙ ЦЕЛИ И РАКЕТЫ КОМПЛЕКСА УПРАВЛЯЕМОГО РАКЕТНОГО ВООРУЖЕНИЯ ТАНКА

Постановка проблемы. Анализ последних исследований и публикаций

Теоретической основой синтеза (аналитического проектирования) оптимальных систем оценивания состояния динамических объектов являются известные теории линейной и нелинейной фильтрации [1]. Суть этих теорий: рассматриваются два случайных процесса, один из которых поставляет полезную информацию, например, о фазовых координатах цели или управляемой ракеты, второй процесс, который “накладывается” на первый, мешая его наблюдать и измерять. Задача состоит в том, чтобы выделить полезный сигнал из шума, провести фильтрацию полезного сигнала и получить его наилучшую оценку $\hat{X}(t)$.

Для получения оценки $\hat{X}(t)$, приближенной к истинному теоретическому виду полезного сигнала X(t), необходимо, чтобы между этими двумя случайными процессами (сигналом и шумом) существовали некоторые известные априори различия. Например, должны различаться статистические характеристики этих процессов.

Известно, что наиболее полной статистической характеристикой случайного процесса является его многомерная функция распределения вероятностей. Однако, для гауссовских процессов, например, достаточно ограничиться рассмотрением их корреляционных функций (ковариаций).

Формулировка цели статьи. Изложение основного материала

В случае линейной фильтрации оценивается сам случайный сигнал или линейная функция этого сигнала (например, интеграл или дифференциал), смесь сигнала и помехи в простейшем случае аддитивная, т.е.

$$Y(t) = C(t)\cdot X(t) + \eta(t), \qquad (1)$$

где C(t) – матрица наблюдения (измеренная);

X(t) – истинный полезный сигнал;

η(t) – маскирующий шум в канале наблюдения, принимается белым гауссовским с интенсивностью $G(t)\cdot\delta(t,\tau)$.

При нелинейной фильтрации полезный случайный сигнал поступает к наблюдателю в форме аргумента некоторой нелинейной функции. В системах управления ракетами эти нелинейные функции описывают оптические, оптико-электронные или радиосигналы S [t, X(t)]. В рассматриваемом случае для танковых управляемых ракет случайная смесь двух процессов, за которой ведется наблюдение, имеет вид:

$$Y(t,\rho) = H(t,\rho)\cdot S[t,\rho,X(t)] + \eta(t,\rho), \qquad (2)$$

где Y(t,ρ) – $(y_1(t,\rho),\ldots y_m(t,\rho))^T$ – поле, что наблюдается на апертуре ω;

η(t,ρ) – аддитивное поле помех, оно образуется внутренними или внешними источниками.

Аддитивное m – мерное поле помех η(t,ρ) будем считать гауссовским белым шумом с нулевым математическим ожиданием и корреляционной матрицей

$$\begin{aligned} &M[\eta(t,\rho)\cdot\eta^T(t',\rho')] = \\ &= G(t,\rho)\cdot\delta(t-t')\cdot\delta(\rho-\rho'). \end{aligned} \qquad (3)$$

Если G(t,ρ) не зависит от t и ρ, тогда поле помех является стационарным и однородным. Физическая размерность компонента $g_{ij}(t,\rho)$ матрицы G(t,ρ) равна произведению размерности компонентов S_i (t,ρ,X) и S_j (t,ρ,X), домноженному на метр и секунду (если S_i и S_j – напряжения (В), то $[g_{ij}(t,\rho)]=B^2\cdot$м·с).

H(t,ρ) – известная (mxl) матрица, где m≥l.

Элементы $h_{ij}(t,\rho)$ матрицы H(t,ρ) определяют “вес” составляющих полезного сигнала S_j (t,ρ,X) в каждой составляющей $y_j(t,\rho)$, за которою ведется наблюдение на апертуре ω поля. Таким образом, можно образовать, например, “равносигнальное” или какое-либо иное информационное поле.

В этом случае задача оптимальной фильтрации (оценивания) формулируется следующим образом: в соответствии с выбранным критерием необходимо сформировать оценку полезного случайного сигнала, т.е. осуществить над наблюдением (входной "смесью") некоторое линейное или нелинейное функциональное преобразование $F_л[Y(t)]$ или $F_{нл}[Y(t,\rho)]$.

В линейном варианте задача решается с помощью линейного оптимального фильтра оценивания, на вход которого поступает "смесь" (1) Y(t), а на выходе образуется оценка полезного случайного сигнала $\hat{X}(t)$.

При нелинейной фильтрации задача решается в два этапа: на первом этапе решается задача оптимального декодирования полезного случайного сигнала, который поступает в составе аддитивной смеси $Y(t,\rho)$, и выделения из нее случайного полезного сигнала, подлежащего дальнейшему оцениванию. На втором этапе выполняется процедура, эквивалентная оптимальной линейной фильтрации. В результате появляется возможность получить оптимальную структуру и параметры (т.е. выполнить аналитическое проектирование) автоматической системы слежения за ракетой или целью, например, в комплексе управляемого ракетного вооружения (КУРВ) танка.

Требования к системам автоматического слежения за управляемыми ракетами и целями определяют, например, исходя из обеспечения максимальной (или заданной) вероятности уничтожения цели [2].

Известно, что вероятность уничтожения КУРВ танка цели типа вертолет определяется точностью формирования параметра телеориентирования ракеты (для вертикальной плоскости это величина $\Delta\varepsilon(t)$). Указанная точность определяется качеством работы в боевом цикле как системы совмещения лазерного луча подсвечивания с целью, так и угловой оптико-электронной системы слежения за ракетой, которая в структуре системы наведения ракеты включается последовательно с каналом цели. Поэтому при аналитическом проектировании системы автоматического слежения цели и ракеты комплекс вооружения должен быть подвергнут модернизации. Важными показателями качества являются те, которые характеризуют точность оценивания полезных сигналов (векторов состояния цели и ракеты).

Практически качество оценивания определяют путем вычисления среднего значения выбранной скалярной функции потерь: $Q(z) = f(x - \tilde{x})$, где $\tilde{x}$ – некоторое оценочное значение полезного сигнала.

$$\overline{Q(z)} = M[f(x - \tilde{x})], \qquad (4)$$

где M [ ] – операция математического ожидания (статистического усреднения).

Величина $\overline{Q(z)}$ в теории статистических решений называется средним риском. Средний риск (4) является функционалом, т.е. числом, величина которого определяется видом функции f(). Если оценивание построить таким образом, что средний риск $\overline{Q}$ достигает минимально возможного значения, то такая оценка является оптимальной, т.е.

$$\min \overline{Q(z)} = M[f(x - \hat{x})], \qquad (5)$$

где $\hat{x}(t)$ – оптимальная оценка вектора состояния (полезного сигнала).

Наибольшее распространение получили квадратические функции качества, например

$$f(z) = Z^T(t) \cdot Q_1(t) \cdot Z(t) = \\ = \sum_{i,j=1}^{n} \overline{\overline{Z}}_i(t) \cdot q_{1ij}(t) \cdot \overline{\overline{Z}}_j(t), \qquad (6)$$

где $Q_1(t)$ – весовая матрица неотрицательно определенная.

При квадратической функции потерь оптимальные оценки минимизируют также и условный средний риск:

$$\min \overline{Q_Y(z)} = M[f(x - \hat{x})/Y], \qquad (7)$$

где условием являются зафиксированные результаты наблюдения Y(t), $(Y(t,\rho))$. При квадратической функции потерь (6) оптимальные оценки (те, что минимизируют условный риск) имеют минимальную апостериорную (т.е. условную относительно результатов наблюдений) дисперсию ошибок оценивания

$$\min \overline{Q_Y(z)} = M[(x - \hat{x})^T \times \\ \times Q_1 \cdot (x - \hat{x})/Y]. \qquad (8)$$

Дифференцирование (8) по $\hat{x}$ и приравнивание результата нулю дает оптимальную по минимуму условного риска оценку вектора состояния в виде условного математического ожидания:

$$\hat{X}(t) = M[X(t)/Y(t)]. \qquad (9)$$

Формула (9) означает, что оптимальные в среднеквадратическом смысле оценки совпадают с апостериорными (полученными при условии заданных результатов наблюдений) математическими ожиданиями вектор функции X(t) фазовых координат объекта.

В теории статистических решений показано [1], что оптимальная в среднеквадратическом смысле оценка отвечает абсциссе максимума симметричной одномодальной апостериорной плотности вероятностей W(X/Y). Поскольку оцениванию подлежат фазовые координаты подвижных объектов (целей или ракет), то отыскиваемые оценки должны удовлетворять уравнениям динамики и поэтому случайные полезные сигналы, как это показано в работах Р. Стратоновича, являются марковскими процессами. В работе [3] получено выражение для логарифма апостериорной плотности вероятностей для случая пространственно-распределенного канала наблюдения в следующем виде

$$
\begin{aligned}
&\ln Q(X,Y) = \nu - \frac{1}{2}\left(X(0) - m_{x0}\right)^{T} \times \\
&\times Q_0^{-1} \cdot (X(0) - m_{x0}) - \\
&-\frac{1}{2}\int_0^T \xi^T(t) \cdot Q_\xi^{-1} \cdot \xi(t)dt - \\
&-\frac{1}{2}\int_0^T \iint_\omega [Y(t,\rho) - H(t,\rho) \times \\
&\times S(t,\rho,X)]^T \cdot G^{-1}(t,\rho,\rho') \times \\
&\times [Y(t,\rho') - H(t,\rho') \times \\
&\times S(t,\rho',X)]dt\, d\rho\, d\rho'
\end{aligned}
\qquad (10)
$$

где $X(0)$ – начальное (при $t=0$) значение вектор-функции фазовых координат объекта;

m_{x0}, Q_0 – математическое ожидание и дисперсионная матрица случайных начальных условий X_0;

$\xi(t)$ – белый гауссовский шум с интенсивностью $Q_\xi(t)$;

$S(t,\rho,X)$ – полезный сигнал, в котором закодирована информация о векторе $X(t)$ фазовых координат объекта;

$H(t,\rho)$ – апертурная функция в пространственно-распределенном канале наблюдения;

$Y(t,\rho)$ – вектор-функция (поле) наблюдения;

$G(t,\rho,\rho')$ – интенсивность помех в канале наблюдения;

ν – произвольная константа, связанная с условиями нормировки.

Максимизация функционала (10) с учетом априорных уравнений динамики исследуемого летательного аппарата приводит к уравнениям для оптимальных в среднеквадратическом понимании оценок $\hat{X}(t)$, вырабатываемых блоком оценивания и дисперсионной матрицы ошибок оценивания [4]:

$$
\begin{aligned}
&\frac{d\hat{X}(t)}{dt} = A(t,\hat{X}(t)) + B(t,\hat{X})U(t) \\
&+\hat{K}(t) \cdot \int_\omega S_{оп}(t,\rho,\hat{X})[Y(t,\rho) - \\
&-H(t,\rho)S(t,\rho,\hat{X})]d\rho,\ \hat{X}(0) = \hat{X}_0;
\end{aligned}
\qquad (11)
$$

$$
\begin{aligned}
&\frac{d\hat{K}(t)}{dt} = \frac{\partial A(t,\hat{X})}{\partial \hat{X}^T} \cdot \hat{K}(t) + \\
&+\hat{K}(t)\frac{\partial A^T(t,\hat{X})}{\partial \hat{X}} + \\
&+B_\xi(t,\hat{X})Q_\xi B_\xi^T(t,\hat{X}) + \hat{K}(t) \times \\
&\times \{\frac{d}{d\hat{X}^T}\int_\omega S_{оп}(t,\rho,\hat{X})[Y(t,\rho) - \\
&-H(t,\rho)S(t,\rho,\hat{X})d\rho\}\ \hat{K}(t); \\
&\hat{K}(0) = R_0,
\end{aligned}
\qquad (12)
$$

где опорное поле $S_{оп}(t,\rho,\hat{X})$ определяется соотношением

$$
\begin{aligned}
&S_{оп}(t,\rho,\hat{x}) = \int_\omega \frac{\partial S^T(t,\rho,\hat{x})}{\partial \hat{x}} H^T(t,\rho) \times \\
&\times G^{-1}(t,\rho,\rho')]d\rho
\end{aligned}
\qquad (13)
$$

Блок оценивания (11) включает в себя оптимальный дискриминатор (интеграл во втором слагаемом) и линейный фильтр сглаживания и оценивания, представляемый матрицей динамики $A(t,\hat{X})$ в дифференциальном уравнении оценивания (12).

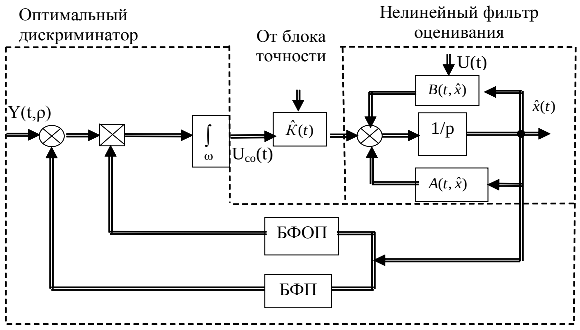

Рис. 1. Схема блока оценивания

На рисунке 1 представлена структура блока оценивания, построенная согласно уравнению (11).

Структура оптимального дискриминатора полностью определяется видом полезного сигнала $S(t,\rho,X)$, в котором закодирован вектор фазовых координат объекта, подлежащий оцениванию, а также видом и характеристиками помех $\eta(t,\rho)$ в пространственно-распределенном канале наблюдения.

В математических моделях систем оценивания модели дискриминаторов стремятся привести к такому виду, который наилучшим образом отображал основное функциональное предназначение проектируемой системы, т.е. оцениванию фазовых координат объекта. В этом случае входами модели дискриминатора должны быть задающее воздействие $X(t)$ и его оцененное значение $\hat{X}(t)$, а выходом – напряжение сигнала ошибки $U_{co}(t)$.

В связи с действием помех $\eta(t,\rho)$ канала наблюдения и случайного характера изменения $X(t)$ и $\hat{X}(t)$, напряжение сигнала ошибки будет также случайным, подчиненным многомерному нормальному закону распределения вероятностей. При этом напряжение сигнала ошибки $U_{co}(t)$ полностью характеризуется математическим ожиданием, которое называют дискриминационной характеристикой

$$
m_{co}(t) = M[U_{co}(t)] = \varphi_д(z), \qquad (14)
$$

где $z(t) = x(t) - \hat{x}(t)$ – вектор ошибки оценивания вектора состояния $X(t)$;

и корреляционной матрицей (ковариацией)

$$
\begin{aligned}
&R_{co}(t,\tau) = M[(U_{co}(t) - \\
&-m_{co}(t))(U_{co}(t+\tau) - , \\
&-m_{co}(t+\tau))^T] = \varphi_д(z)
\end{aligned}
\qquad (15)
$$

Случайная составляющая напряжения сигнала ошибки обуславливается только помехами в канале наблюдения, т.е.

$$\eta_д(t) = U_{co}(t) - m_{co}(t), \qquad (16)$$

Помеха $\eta_д(t)$ представляет собой гауссовский шум, для которого корреляционную функцию $R_{co}(t,\tau)$ можно записать:

$$R_{co}(t,\tau) = G_д(t)\cdot\delta(t-\tau), \qquad (17)$$

где $G_д(t)$ – интенсивность $\eta_д(t)$ с размерностью $В^2$с.

Квадратная симметричная (nxn) матрица $G_д(t)$ определяет флуктуационную характеристику дискриминатора блока оценивания с помощью соотношения

$$\varphi_ф(x,\hat{x})\cdot\varphi_ф^T(x,\hat{x}) = G_д(t). \qquad (18)$$

Если в (18) ввести вектор ошибки оценивания, то получим:

$$\varphi_ф(z)\cdot\varphi_ф^T(z) = G_д(t), \qquad (19)$$

при этом случайная составляющая вектора сигнала ошибки имеет вид:

$$\eta_д(t) = \varphi_ф(z) - \eta_o(t), \qquad (20)$$

где $\eta_o(t)$ – белый шум с единичной матрицей интенсивности.

Математическая модель оптимального дискриминатора имеет вид

$$U_{co}(t) = \varphi_д(z) + \varphi_ф(z)\cdot\eta_o(t). \qquad (21)$$

Если ошибки оценивания вектора состояния объекта сравнительно невелики, то допустима линеаризация выражения (21), после чего получим:

$$\begin{aligned}\tilde{U}_{co}(t) &= K_д z(t) + \varphi_ф(0)\cdot\eta_o(t) = \\ &= K_д(x-\hat{x}) + \varphi_ф(0)\cdot\eta_0(t)\end{aligned}, \qquad (22)$$

где $K_д = \left.\frac{d\varphi_д}{dz}\right|_{z=0}$ – крутизна дискриминационной характеристики.

Формулу (22) представим в виде

$$\tilde{U}_{co}(t) = \left[x - \hat{x} + \frac{\varphi_ф(0)}{K_д}\cdot\eta_o(t)\right]\cdot K_д. \qquad (23)$$

Обозначим случайную составляющую напряжения ошибки, пересчитанную ко входу дискриминатора через $\eta_в(t) = \frac{\varphi_д(0)}{K_д}\cdot\eta_0(t)$. При этом интенсивность будет определяться формулой $G_в(t) = G_д(t)\cdot K_д^{-2}$.

Выражение (23) можно представить как модель модернизированного канала наблюдения

$$\left.\begin{aligned}Y_в(t) &= CX(t) + \eta_в(t) \\ \tilde{U}_{co} &= (Y_в(t) + C\hat{X})\cdot K_д\end{aligned}\right\}, \qquad (24)$$

где матрица C учитывает вид и количество компонентов вектора состояния X(t), с помощью которых замыкается обратная связь блока оценивания и какие из них подаются на выход.

Используя формулу линеаризованной модели дискриминатора и принимая линейную модель динамики объекта, вместо уравнений нелинейной фильтрации (11) и (12) можно перейти к их линейным эквивалентам:

$$\begin{aligned}\frac{d\hat{X}(t)}{dt} &= A\hat{X}(t) + \hat{K}(t)\cdot(Y_в(t) - \\ &- C\hat{X})\cdot K_д,\ \hat{X}(0)\neq 0;\end{aligned} \qquad (25)$$

$$\begin{aligned}\frac{dP(t)}{dt} &= AP(t) + P(t)A^T + \\ &+ B_\xi\cdot Q_\xi\cdot B_\xi^T - P(t)\cdot C^T(t)\cdot G_в^{-1}(t)\times \\ &\times C^T(t)\cdot\hat{X})\cdot P(t),\ P(0) = R_0;\end{aligned} \qquad (26)$$

$$K(t) = P(t)\cdot C^T(t)\cdot G_в^{-1}. \qquad (27)$$

Представленная методика синтеза оптико-электронных систем оценивания угловых координат воздушной цели и танковой ракеты на рис. 2 иллюстрируется схемой алгоритмов синтеза.

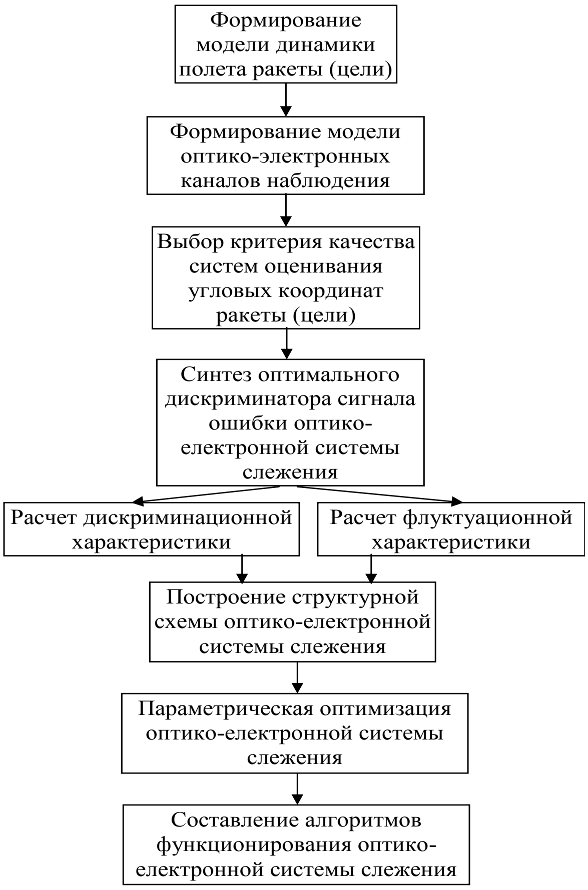

Рис. 2 Граф-схема алгоритмов синтеза

Выводы

Из изложенного выше можно определить основные этапы аналитического проектирования (синтеза) оптимальных систем оценивания векторов состояния динамических объектов (информационных систем) на примере оптико-электронной системы оценивания угловых координат воздушной цели и ракеты комплекса управляемого ракетного вооружения танка, что и являет собой предложенную методику:

1. Формулировка задачи. Определение типа проектируемой системы оценивания вектора фазовых координат объекта.
2. Разработка математической модели динамики объекта (цели и ракеты).
3. Разработка математической модели канала наблюдения.
4. Формулировка критерия качества (оптимальности) системы.
5. Синтез оптимальной системы (интерпретация общих уравнений линейной и нелинейной фильтрации на конкретный случай оптико-электронных систем КУРВ танка). Оценка потенциальных характеристик синтезированных оптимальных систем оценивания.
6. Анализ структуры оптимальной системы оценивания, поиск путей ее упрощения. Структура подоптимальной системы.
7. Формулировка рекомендаций по построению физической реализации разработанной системы.

Литература

1. Баранов О.А., Лісовий І.П., Шматок С.О. Нелінійна стохастична динаміка фільтрів оцінювання: захоплення та розподіл сигналів. – К.: Радіоаматор, 2000. – 214 с. **2.** Система 1А45 ТО и ИЭ. – Заводское изд.1986. – 624 с. **3. Доброленский Ю.П.** Автоматика управляемых снарядов: Учебник. Под ред. Поспелова. – М.: Оборониздат, 1963. – 327 с. **4. Марков Л.Н.** Нелинейная фильтрация сигналов в пространственно-распределенных системах // Радиотехника и электроника. 1979, т.26, №2 – с. 286 – 292.

У статті запропоновані основні етапи аналітичного проектування (синтезу) оптимальних систем оцінювання векторів стану динамічних об'єктів (інформаційних систем) на прикладі оптико-електронної системи оцінювання кутових координат повітряної цілі й ракети комплексу керованого ракетного озброєння танка, що являє собою методику аналітичного проектування систем оцінювання векторів стану динамічних об'єктів (інформаційних систем)

Ключові слова: корисний сигнал, білий шум, оптико-електронна система, канал спостереження, дискримінація тор.

The article proposes the main stages of the analytical design (synthesis) of the optimal estimation of the state vector of dynamic objects (information systems) as an example opto-electronic system for evaluating the angular coordinate air targets and missiles guided missile complex tank, which is a method of analytical design of evaluation vectors of dynamic objects (information systems).

Key words: useful signal, white noise, optical-electronic system, channel monitoring, discrimination torus.