

Сергій Олександрович Кравчук (д-р техн. наук, доцент)

Національний технічний університет України “Київський політехнічний інститут”, Київ, Україна

## МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ЙМОВІРНОСТІ ПЕРЕРИВАННЯ ЗВ'ЯЗКУ В МІМО-СИСТЕМІ З РАЙСОНІВСЬКИМИ ЗАВМИРАННЯМИ І ОБМЕЖЕНИМ ВІДНОШЕННЯМ СИГНАЛ-ШУМ

Розроблено математичну модель МІМО-системи для умов райсовських завмирань з урахуванням обмежених значень відношення сигнал-шум SNR в коефіцієнтах передачі для режимів рознесення та мультиплексування, що дозволило більш реально проаналізувати можливість досягнення компромісу між цими двома режимами в МІМО-системі. При цьому виявлено, що просторова кореляція значно знижує досяжній коефіцієнт передачі по рознесеню при обмеженому SNR в порівнянні з високими асимптотичними значеннями SNR. Коефіцієнт передачі при рознесені та при врахуванні обмеження SNR дозволяє оцінити додаткову необхідну потужність, яка потрібна для зменшення ймовірності помилки при використанні в МІМО-системі адаптації по швидкості передачі даних. Наявність LOS-компонентів при райсовських завмираннях робить коефіцієнт передачі при рознесені більшим у випадку асимптотично високих значень SNR. У випадку наближення коефіцієнту передачі при мультиплексуванні до нуля, приведений обмежений коефіцієнт передачі при рознесені в залежності від SNR залишається одним і тим же для різних МІМО-систем і зовнішнього середовища поширення.

**Ключові слова:** просторова кореляція, райсовські завмирання, просторові канали.

### Вступ

На даний час значного поширення при розробці сучасних систем безпроводового доступу набув метод просторово-часового кодування сигналу, при якому передача даних здійснюється за допомогою багатоантенної системи множинного входу і множинного виходу МІМО (Multiple Input Multiple Output), що дозволяє збільшити пропуску здатність безпроводового каналу [1].

Багатоантенну МІМО-систему можна розглядати як систему зв'язку з кількома просторовими каналами, причому всі канали можуть працювати в одній і тій же смузі частот та в той самий час і розділяються тільки за рахунок просторового рознесення випромінюючих і приймальних антен. Можливість організації багатьох просторових каналів пояснює високу спектральну ефективність таких багатоантенних систем. При цьому передавальні і приймальні антени рознесені настільки, щоб досягти слабкої кореляції між сусідніми антенами.

Технологія МІМО характеризується просторовими рознесенням (Spatial Diversity) і мультиплексуванням (Spatial Multiplexing). Просторове рознесення обумовлюється можливістю рознесення антен приймачів і передавачів, при якому копії сигналу передаються з кількох антен, або приймаються на більш ніж одну antennу. Просторове мультиплексування полягає в одночасній передачі більш ніж одного просторового потоку даних на одній частоті. Тому побудова надійних і ефективних МІМО-систем тісно пов'язана з постійним пошуком компромісу між просторовим рознесенням, яке збільшує енергетичний ресурс, і просторовим

мультиплексуванням, що підвищує смуговий ресурс.

Теоретичний опис такого компромісу був представлений в [2], де було отримано асимптотичні межі представлення двох режимів роботи МІМО-системи: рознесення і мультиплексування як методів підвищення надійності і спектральної ефективності, відповідно. Однак отримана асимптотична характеристика компромісу дійсна тільки для випадку високошвидкісної передачі даних і, відповідно, низького рівня помилок, тобто дуже високих значень відношення сигнал-шум SNR, що не є типовим для реальних систем радіозв'язку.

Хоча на даний час мають місце ряд математичних виразів для опису взаємної інформації МІМО і, відповідно, ймовірності переривання зв'язку [3], але вирази для випадку врахування компромісу між режимами рознесення та мультиплексування нам не відомі. При цьому з появою малорозмірних комірок в системах радіодоступу (наприклад, мікростільників) та розвитком систем міліметрового діапазону хвиль збільшується потреба в теоретичній базі щодо умов поширення сигналу при райсовських завмираннях, коли мають місце дві складові: прямої видимості LOS (line-of-sight) і непрямої видимості NLOS (nonline-of-sight) [4].

Таким чином, метою даної роботи є розробка математичної моделі МІМО-системи для умов райсовських завмирань з урахуванням обмежених значень SNR в коефіцієнтах передачі для режимів рознесення та мультиплексування; отримання функціональної залежності ймовірності переривання зв'язку такої системи при врахуванні

компромісу між рознесенням і мультиплексуванням.

**Системна модель.** Розглянемо вузькосмугову MIMO-систему з  $N$  передавальними і  $M$  приймальними антенами. Відповідно просторовий канал такої системи буде мати матрицю  $H$  розмірністю  $N \times M$ .

У випадку райсонівських завмирань канальна матриця може бути записана у вигляді

$H = H_{\text{LOS}} + H_{\text{NLOS}}$ , де  $H_{\text{LOS}}$  і  $H_{\text{NLOS}}$  – канальні матриці компонент прямих видимості LOS і непрямої видимості NLOS, відповідно. При відсутності просторової кореляції часто використовувані моделі для цих матриць наступні:

$$H_{\text{LOS}} = [K/(K+1)]^{1/2} I_{N \times M}$$

і

$$H_{\text{NLOS}} = [1/(K+1)^{1/2}] H_w,$$

де  $K$  – райсовський  $K$ -фактор;

$I_{N \times M}$  – матриця розмірністю  $N \times M$ , що складається з одиниць;

$H_w$  – матриця розмірністю  $N \times M$ , елементи якої є комплексними гауссівськими випадковими змінними з нульовим середнім і одиничною дисперсією [5].

Слід зазначити, що LOS-матриці неповного рангу описують звичайний випадок, коли антенні рознесення на передавальних і приймальних решітках значно менше, ніж діапазон, або відстань між передавачем і приймачем. Діагональні фазові матриці необхідні для врахування загальної орієнтації антенної решітки. Можна показати, що будь-яка діагональна матриця фаз приймача не впливає на співвідношення між рознесенням та мультиплексуванням. Крім того, якщо орієнтація передавальної решітки відома, то діагональна матриця фаз передавача може бути компенсована шляхом регулювання фази передавальної антени. Позначимо вектори переданих  $x$  та отриманих  $y$  сигналів, відповідно. Тоді рівняння системи MIMO може бути задане у вигляді  $y = Hx + n$  [1], де  $n$  – комплексний AWGN-вектор з коваріацією  $N_0 I_M$ ;  $I_M$  – одинична матриця розмірністю  $M \times M$ .

При допущенні квазістатичного характеру завмирань ймовірність появи помилок в пакеті PER (Packet Error Rate) пропорційна ймовірності порушення зв'язку. Тоді звичайні асимптотичні визначення коефіцієнтів передачі при мультиплексуванні та рознесенні в системі MIMO з високими значеннями SNR можуть бути записані наступним чином [2]:  $r_{\text{asymp}} = \lim_{\text{snr} \rightarrow \infty} \left( \frac{R}{\log_2 \text{snr}} \right)$ ;

$$d_{\text{asymp}} = - \lim_{\text{snr} \rightarrow \infty} \left( \frac{\log_2 P_{\text{out}}}{\log_2 \text{snr}} \right), \text{ де } r_{\text{asymp}} \text{ і } d_{\text{asymp}} –$$

асимптотичні коефіцієнти передачі при мультиплексуванні та рознесенні, відповідно;  $R$  – спектральна ефективність (біт/с/Гц) у системі MIMO;  $\text{snr}$  – середнє значення SNR на приймальній антені;  $P_{\text{out}}$  – ймовірність переривання зв'язку.

Однак на практиці значення SNR обмежені, тому виникає потреба в новому аналізі компромісу між рознесенням і мультиплексуванням для реальних SNR з урахуванням PER. Коефіцієнт передачі при мультиплексуванні  $r$  визначається як відношення  $R$  до пропускної здатності каналу з AWGN при  $\text{snr}$  з коефіцієнтом передачі решітки  $q$ :  $r = R/\log_2(1+qsnr)$ .

При низьких значеннях SNR коефіцієнт передачі решітки залежить від взаємної інформації  $I$  MIMO-каналу. При умові  $\lim \text{snr} \rightarrow 0$ ,

$$I \approx \log_2 \left[ 1 + \frac{\text{snr}}{N} \|H\|_F^2 \right], \text{ де } \|H\|_F = \sqrt{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n |h_{ij}|^2} –$$

норма Фробеніуса матриці каналу. Таким чином, для порівняння характеристик рознесення і переривання зв'язку нахрест різних  $N$  і  $M$  при низьких і середніх значеннях SNR, коефіцієнт передачі решітки  $q$  обирається так, що

$$g = \frac{1}{N} M \left[ \|H\|_F^2 \right] = M.$$

При постійному коефіцієнту передачі при мультиплексуванні спектральна ефективність збільшується при збільшенні SNR. Коефіцієнт передачі при мультиплексуванні  $r$  забезпечує індикацію чутливості поведінки адаптації швидкості передачі даних при зміні SNR.

Коефіцієнт передачі  $d(r, \text{snr})$  при рознесенні системи з адаптацією по швидкості передачі даних з фіксованим коефіцієнтом передачі мультиплексування  $r$  при  $\text{SNR} = \text{snr}$  визначається негативним нахилом кривої ймовірності переривання зв'язку від SNR в логарифмічному масштабі.

$$d(r, \text{snr}) = -\text{snr} \frac{\partial \ln P_{\text{out}}(r, \text{snr})}{\partial \ln \text{snr}}, \quad (1)$$

де  $P_{\text{out}}(r, \text{snr}) = \Pr[I < r \log_2(1+qsnr)]$  – ймовірність переривання зв'язку MIMO-системи як функція від коефіцієнту передачі при мультиплексуванні і SNR.

**Імовірність переривання зв'язку.** Визначимо нижню межу ймовірності переривання зв'язку для системи MIMO з адаптацією до швидкості передачі даних в умовах райсовських завмирань. Нижню межу буде використано для оцінки коефіцієнта передачі рознесення при обмеженому SNR за допомогою виразу (1).

Нижня межа ймовірності переривання зв'язку розраховується в припущення, що інформація про стан каналу CSI (channel-state information) відома тільки на стороні приймача. У цьому випадку на кожний антennний елемент передавача подається однакова потужність (рівномірний розподіл потужності на стороні передавача). Тоді взаємна інформація MIMO-системи може бути визначена за допомогою виразу [6]:

$$I = \log_2 \det \left( I_N + \frac{\text{snr}}{N} H * H \right),$$

де індекс  $*$  позначає сполучену транспозицію. Для простоти приймаємо, що  $N \geq M$ .

Для визначення нижньої межі ймовірності переривання зв'язку в умовах райсовських завмирань використаємо властивості нецентральних матриць Уїшарта. Для того, щоб використовувати ці результати, райсовська канальна матриця повинна бути модифікована шляхом застосування фіксованого унітарного перетворення на передавальній стороні.

Позначимо вектор інформаційних символів, які повинні бути передані, через  $\mathbf{s}$ ; матрицю дискретного перетворення Фур'є (ДПФ)  $M_T$  – точок через  $F_N$ , елементами такої матриці є  $(F_N)_{k,n} = \exp(-j2\pi kn/N)$ , де  $k, n = 0, 1, \dots, N-1$ ; матрицю перестановки розмірністю  $N \times N$   $P_N$  через

$$P_N = \begin{vmatrix} 0 & \cdots & 0 & 1 \\ 1 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & & \vdots \\ 0 & \cdots & 1 & 0 \end{vmatrix}.$$

Тоді вектор передавальних сигналів буде мати вигляд:  $\mathbf{x} = F_N P_N \mathbf{s}$ . При застосуванні унітарних перетворень узагальнена канальна матриця буде мати дві складові компонент прямої і непрямої видимості:

$$H_\Sigma = H_\Sigma^{\text{los}} + H_\Sigma^{\text{nlos}},$$

де

$$H_\Sigma^{\text{los}} = H_{\text{LOS}} F_N P_N = \left[ \text{Zero}_{M \times (N-1)} \mathbf{1}_{M \times 1} \right] \left( \frac{KN}{K+1} \right)^{1/2},$$

$$H_\Sigma^{\text{nlos}} = H_{\text{NLOS}} F_N P_N = \tilde{H}_w \left( \frac{1}{K+1} \right)^{1/2},$$

$\text{Zero}_{M \times (N-1)}$  – матриця нульових елементів розмірністю  $M \times (N-1)$ ;

$\tilde{H}_w$  – матриця незалежних з ідентичним розподілом комплексних гауссівських випадкових змінних, еквівалентних по розподілу  $H_w$ .

Приєммо, що  $\Phi$  – комплексна нецентральна матриця Уїшарта розмірністю  $m \times m$  зі ступенем свободи  $n (n \geq m)$ ,  $\Sigma$  – коваріаційна матриця,

$\Omega = M[G] * M[G] \Sigma^{-1}$  – матриця параметрів нецентральності. Тоді  $\Phi \sim W'_m(n, \Sigma, \Omega)$  при умові, що  $\Phi = G * G$ , де  $G$  – матриця розмірністю  $n \times m$  незалежних комплексних гауссівських вектор-рядків з коваріаційною матрицею  $\Sigma$  і математичним очікуванням  $M[G]$ . Тоді взаємну інформацію в ММО-системі при райсовських завмираннях можна записати в наступному вигляді:  $I_{\text{райс}} \cong \log_2 \prod_{l=1}^N (1 + \lambda_{\text{райс}, l} / N)$ , де  $\lambda_{\text{райс}, l} \leq \dots \leq \lambda_{\text{райс}, N}$  – власне значення комплексної нецентральної матриці Уїшарта  $\Phi_{\text{райс}} \sim W'_m(M, I_N \frac{1}{K+1}, (K+1)) H_\Sigma^{\text{los}} * H_\Sigma^{\text{nlos}}$ .

При райсовських завмираннях ймовірність

переривання зв'язку як нижня можлива межа може бути визначена через функцію одномірної щільності імовірності (ФІІ)  $F_{X_l}$  у наступному вигляді

$$P_{\text{out}}(r, \text{snr}) > \prod_{l=1}^N F_{X_l}(\tilde{\beta}_{\rho, l}),$$

$$\text{де } r = \sum_{l=1}^N \tilde{\beta}_l \tilde{\beta}_0 = 0;$$

$$\tilde{\beta}_{\rho, l} = \left[ (1 + g\rho)^{\tilde{\beta}_l} - (1 + g\rho)^{\tilde{\beta}_{l-1}} \right] N/\rho;$$

$X_n$  – незалежні випадкові змінні ( $0 < x_1 < \dots < x_N$ ). Для  $l = 1, 2, \dots, N-1$   $X_l$  є гамма-змінною з параметрами  $(M - N + 2l - 1, 1/(K+1))$ , а  $X_N$  – нецентральною гамма-змінною з параметром форми  $M + N - 1$ , нецентральним параметром  $KMN$  і параметром масштабування  $1/(K+1)$ . Тоді для  $l = 1, 2, \dots, N$  буде справедливим нерівність ймовірностей  $\Pr[\lambda_{\text{райс}, N} < x_l] \geq \Pr[\sum_{n=1}^l X_n < x_l]$ . При

$l = 1, 2, \dots, N-1$  ФІІ  $F_{X_l}$  для  $X_l$  буде мати наступний вигляд:

$F_{X_l}(x) = \gamma(M - N + 2l - 1, (K+1)x) / \Gamma(M - N + 2l - 1)$ , де  $\gamma()$  і  $\Gamma()$  – неповна гамма-функція і гамма-функція, відповідно. Максимізувати значення  $P_{\text{out}}(r, \text{snr})$  можна за допомогою нелінійного послідовного квадратичного програмування по  $\{\tilde{\beta}_l\}$  для кожного  $r$  і  $\text{snr}$  [7].

Використовуючи отриманий вираз для ймовірності переривання зв'язку при райсовських завмираннях, можна провести оцінку коефіцієнта передачі при рознесенні як функції від  $\text{SNR}$  і коефіцієнта передачі при мультиплексуванні. Для  $\text{SNR} = \text{snr}$  і коефіцієнту передачі при мультиплексуванні  $r$  оцінка коефіцієнту передачі при рознесенні має наступний вигляд:

$$d(r, \rho) = \left[ \tilde{\beta}_{\rho, 1} - \frac{Ng}{1+g\rho} \left( \tilde{\beta}_1 (1 + g\rho)^{\tilde{\beta}_1} - \tilde{\beta}_1 (1 + g\rho)^{\tilde{\beta}_1 - 1} \right) \right] \times \sum_{l=1}^N F'_{X_l}(\tilde{\beta}_{\rho, l}) / F_{X_l}(\tilde{\beta}_{\rho, l}),$$

$$\text{де } F'(x) = F(x)/dx.$$

**Чисельні результати.** Для моделювання ймовірності переривання зв'язку ММО-системи було застосовано програмне середовище Matlab. В моделі ММО на передавальній і на приймальній сторонах була застосована однорідна лінійна антenna решітка, у якої рознесення між антенними елементами складало половину довжини хвилі сигналу. Для райсонівських завмирань К-фактор вибирається в межах від 5 до 10 дБ. Параметри тестуемої системи відповідають моделі радіоканалу, наданої в стандарті IEEE 802.11-3 WLAN Task Group N [8]. При цьому коваріансна матриця передавача для  $N = M = 2$  мала наступний вигляд:

$$R_T = \begin{vmatrix} 1,0 & 0,0043 + j0,9789 \\ 0,0043 - j0,9789 & 1,0 \end{vmatrix}.$$

Залежність коефіцієнтів передачі при рознесенні від коефіцієнтів передачі мультиплексуванні за умови обмежених SNR представлено на рис. 1.

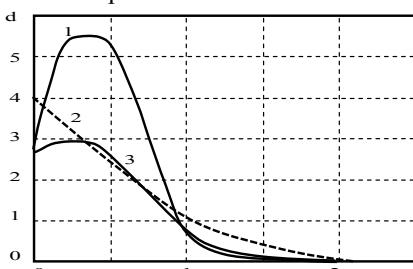


Рис. 1. Залежність компромісу коефіцієнтів передачі при рознесенні від коефіцієнтів передачі при мультиплексуванні за умови обмежених SNR = 12 дБ (M = N = q = 2) і

райсовнівських завмирань з:

1 –  $K = 10 \text{ дБ}$ ; 2 –  $\text{SNR} \rightarrow \infty$ ; 3 –  $K = 5 \text{ дБ}$

При середніх значеннях SNR і незмінному коефіцієнту передачі при мультиплексуванні  $r$ , що відповідає  $0 < r_{\min} < r < 1$  для деяких  $r_{\min}$ , має місце спочатку зростання характеристики ймовірності переривання зв'язку, а потім її різке падіння як видно із рис. 2.

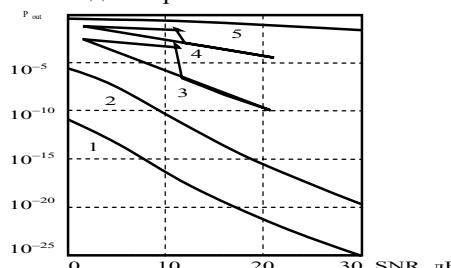


Рис. 2. Залежність ймовірності переривання зв'язку від SNR для різних коефіцієнтів передачі при мультиплексуванні  $r$  в умовах райсонівських завмирань з  $K = 10 \text{ дБ}$  (M = N = q = 2):

1 –  $r = 0,25$ ; 2 –  $r = 0,5$ ; 3 –  $r = 0,75$ ;  
4 –  $r = 1,0$ ; 5 –  $r = 1,25$

При збільшенні значення SNR мінімальне значення власних значень  $H^*H$  починає впливати на ймовірність переривання зв'язку. Тому для  $0 < r_{\min} < r < 1$  характеристика ймовірності переривання зв'язку має точки перегину і коефіцієнт передачі при рознесенні при середніх значеннях SNR є більшим ніж при високих асимптотичних значеннях SNR. Для  $r < r_{\min}$  вплив

LOS-компонентів на ймовірність перериву зв'язку значно знижується так як чутливість алгоритмів адаптації по швидкості передачі даних теж знижується. Накінець, для  $1 < r$  коефіцієнт передачі при рознесенні досягає значень, близьких до нуля.

## Висновок

Розроблено математичну модель МІМО-системи для умов райсовських завмирань з урахуванням обмежених значень SNR в коефіцієнтах передачі для режимів рознесення та мультиплексування, що дозволило більш реально проаналізувати можливість досягнення компромісу між цими двома режимами в МІМО-системі. При цьому виявлено наступне.

Просторова кореляція значно знижує досяжний коефіцієнт передачі по рознесенню при обмеженому SNR в порівнянні з високими асимптотичними значеннями SNR.

Коефіцієнт передачі при рознесенні та при врахуванні обмеження SNR дозволяє оцінити додаткову необхідну потужність, яка потрібна для зменшення ймовірності помилки на задане значення при використанні в МІМО-системі адаптації по швидкості передачі даних. Коефіцієнт передачі по рознесенню в залежності від SNR для фіксованих коефіцієнтів передачі по мультиплексуванню може бути визначений за допомогою негативного нахилу кривої графіку функції ймовірності переривання зв'язку від SNR в логарифмічному масштабі.

Для традиційної МІМО-системи коефіцієнт передачі при рознесенні може бути оцінений шляхом використання нижньої межі ймовірності переривання зв'язку для певного коефіцієнта передачі при мультиплексуванні.

Наявність LOS-компонентів при райсовських завмираннях робить коефіцієнт передачі при рознесенні більшим у випадку асимптотично високих значень SNR.

Коли коефіцієнт передачі при мультиплексуванні наближається до нуля, то приведений обмежений коефіцієнт передачі при рознесенні в залежності від SNR залишається одним і тим же для різних МІМО-систем і зовнішнього середовища поширення.

На практиці значення SNR обмежені і це, відповідно, відіграє важливу роль при аналізі реального співвідношення між рознесенням і мультиплексуванням у МІМО-системах. Тому доцільно в подальшому проведення дослідження по розробці аналогічної математичної моделі МІМО-систем для інших видів завмирань.

## Література

- Ільченко М. Ю. Телекомунікаційні системи широкосмугового радіодоступу / М. Ю. Ільченко, С. О. Кравчук // Наукова думка. – К., 2009. – 312 с.
- Zheng L. Diversity and multiplexing: A fundamental tradeoff in multiple antenna channels / L. Zheng, D.N.C. Tse // IEEE Trans. Inf. Theory. – 2003. – Vol. 49, № 5. – pp. 1073–1096.
- Кравчук С. О. Моделі ергодичної пропускної здатності і ймовірності помилки багатоантенної радіосистеми з просторово-часовим кодуванням в каналі із завмираннями / С. О. Кравчук, Д. А. Міночкін // Збірник наукових праць Військового інституту Київського національного університету імені Тараса Шевченка. – К., 2009. – № 20. – С. 63–71.
- Кравчук С. О. Математична модель імовірності переривання зв'язку в стільниковій системі широкосмугового радіодоступу з райсонівськими завмираннями / С. О. Кравчук // Проблеми телекомунікацій: Матер. 8-ї міжнар. наук.–техн. конф., Кіїв, 22–25 квітня 2014 р. – К.: НТУУ “КПІ”, 2014. – С. 122–124.
- Paulraj A. Introduction to Space–Time Wireless Communications / A. Paulraj, R. Nabar, D. Gore. – Cambridge, U.K.: Cambridge Univ. Press, 2003. – 438 p.

6. Telatar E. Capacity of multi-antenna Gaussian channels / E. Telatar // European Trans. Telecomm. (ETT). – 1999. – Vol. 10, № 6. – pp. 585–596. 7. Gill P. E. Practical Optimization / P. E. Gill, W. Murray, M. H. Wright. – London, U.K.: Academic, 1981. – p. 570.
8. TGnChannelModels, IEEE 802.11 WirelessLANs // standard contribution 802.11-03/940r4. 2004-05-10. //http://www.mathworks.com/help/comm/examples/ieee-802-11n-channel-models.html.

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ВЕРОЯТНОСТИ ПРЕРЫВАНИЯ СВЯЗИ В МИМО-СИСТЕМЕ С РАЙСОНОВСКИМИ ЗАМИРАНИЕМ И ОГРАНИЧЕННЫМ ОТНОШЕНИЕМ СИГНАЛ-ШУМ

Сергей Александрович Кравчук (д-р техн. наук, доцент)

Национальный технический университет Украины “Киевский политехнический институт”, Киев, Украина

Разработана математическая модель МИМО-системы для условий райсоновских замираний с учетом ограниченных значений отношения сигнала-шума SNR в коэффициентах передачи для режимов разнесения и мультиплексирования, что позволило более реально проанализировать возможность достижения компромисса между этими двумя режимами в МИМО-системе. При этом выявлено, что пространственная корреляция значительно снижает достижимый коэффициент передачи по разнесению при ограниченном SNR по сравнению с высокими асимптотическими значениями SNR. Коэффициент передачи при разнесении и при учете ограничения SNR позволяет оценить дополнительную необходимую мощность, которая требуется для уменьшения вероятности ошибки при использовании в МИМО-системе адаптации по скорости передачи данных. Наличие LOS-компонентов при райсоновских замираниях делает коэффициент передачи при разнесении больше в случае асимптотически высоких значений SNR. В случае приближения коэффициента передачи при мультиплексировании к нулю, приведенный ограниченный коэффициент передачи при разнесении, в зависимости от SNR, остается одним и тем же для различных МИМО-систем и внешней среды распространения.

**Ключевые слова:** пространственная корреляция; райсоновские замирания; пространственные каналы.

## THE MATHEMATICAL MODEL OF THE OUTAGE PROBABILITY IN MIMO-SYSTEM WITH RICIAN FADING AND LIMITED SIGNAL-TO-NOISE RELATION

Serhii O. Kravchuk (Doctor of Technical Sciences, Associate Professor)

National Technical University of Ukraine “Kyiv Polytechnic Institute”, Kyiv, Ukraine

The mathematical model of the MIMO-system for Rician fading conditions taking into account the limited ratio values of the signal-to-noise SNR in transmission coefficients for the diversity and multiplexing modes, allowing more realistically analyze the possibility of the tradeoff between these two regimes in the MIMO system. Thus revealed the spatial correlation significantly reduces the attainable transmission coefficient on diversity under limited SNR in comparison with the high asymptotic SNR values. Transfer coefficient under diversity and taking into account the SNR limitations allows evaluate the additional required power, which is required to reduce the error probability when using data rate adaptation in the MIMO-system. Having LOS-components under Rician fading make transfer coefficient under diversity higher in the case of high SNR values. In the case of transmission coefficient under multiplexing approaches zero, the given limited transmission coefficient under diversity, depending on SNR is the same for different MIMO-systems and the external propagation environment.

**Keywords:** spatial correlation; raysonovskie stoppings beating; prostanstvennye ductings.

## References

1. Ilchenko M.Yu., Kravchuk S.O. (2009) Telecommunication Systems of broadband radio access. [Telekomunikatsiini sistemy shirokostmuhovoho radiodostupu], Naukova dumka, Kyiv, 312 p. 2. Zheng L., Tse D.n.c. (2003) Diversity of and multiplexing: An of fundamental tradeoff in multiple antenna channels. IEEE Trans. Inf. Theory, Vol. 49, No. 5, pp. 1073–1096.
3. Kravchuk S.O., Minochkin D.A. (2009) Models of the ergodic bandwidth and error probability of multi-antenna radio systems with space-time coding in channel with fading. [Modeli erhodychnoi propusknosti zdatnosti i imovirnosti pomylky bahatoantennoi radiosystemy z prostorovo-chasovym koduvanniam v kanali iz zavmyranniam]. Zbirnyk naukovykh prats Viiskovoho institutu Kyivskoho natsionalnoho universytetu imeni Tarasa Shevchenka, No. 20, pp. 63–71. 4. Kravchuk S.O. (2014) Mathematical model of the probability of communication interruption in cellular broadband radio access system with raysonovskim fading. [Matematichna model imovirnosti pereryvannya zviazku v stilnykovii systemi shirokostmuhovoho radiodostupu z raysonivskymy zavmyranniamy], Problemy telekomunikatsii: Materialy 8-iyi mizhnarodnoi naukovo-tehnichnoi konferentsii, Kyiv, 22–25 kvitnia 2014 r., pp. 122–124. 5. Paulraj A., Nabar R., Gore D. (2003) Introduction to Space-Time Wireless Communications, Cambridge Univ. Press, Cambridge, U.K., 438 p. 6. Telatar E. (1999) Capacity of multi-antenna Gaussian channels, European Trans. Telecomm. (ETT), Vol. 10, No. 6, pp. 585–596. 7. Gill P. E., Murray W., Wright M. H. (1981) Practical Optimization, Academic, London, U.K., 570 p. 8. TGnChannelModels, IEEE 802.11 WirelessLANs // standard contribution 802.11-03/940r4. 2004-05-10. //http://www.mathworks.com/help/comm/examples/ieee-802-11n-channel-models.html.

Отримано: 27.01.2015 року