

УДК 519.242:519.25

## СИСТЕМНЫЙ ПОДХОД К СОЗДАНИЮ СТРОИТЕЛЬНЫХ МАТЕРИАЛОВ С ЗАДАНЫМИ СВОЙСТВАМИ

*д. т. н., проф. Ершова Н. М.*

*ГВУЗ «Приднепровская государственная академия строительства и архитектуры», г. Днепропетровск*

**Проблема.** Несмотря на то, что эффективность методов оптимизации и планирования эксперимента, особенно при решении прикладных задач, была не раз доказана, идеи оптимального проектирования и многофакторного эксперимента очень медленно внедряются в инженерную практику. Кажущаяся сложность матрицы планирования и расчетов отпугивает исследователей с недостаточной подготовкой по математической статистике.

**Цель статьи.** Ознакомить читателей с современными информационными технологиями, которые позволяют реализовать алгоритм создания строительных материалов с заранее заданными свойствами.

В приложении Excel имеется пакет анализа, надстройка «Поиск решения», мастер функций и др. инструментальные средства, значительно облегчающие и ускоряющие процесс оптимизации и обработку данных эксперимента. Кроме того, упрощается методика планирования и проведения эксперимента.

**Изложение основного материала.** Системный подход предполагает рассматривать все элементы активного эксперимента как единой системы. С этих позиций представляют общие свойства эксперимента как объекта исследования и дают рекомендации по выбору математических приемов и методов, которыми может пользоваться экспериментатор при выборе решений в ходе подготовки эксперимента, его проведении и обработке результатов.

Перед проведением активного эксперимента необходимо выбрать из некоторого множества добавок к создаваемому строительному материалу ту, которая оказывает существенное влияние на исследуемые отклики. Для этой цели используется инструмент «Однофакторный дисперсионный анализ» пакета анализа приложения Excel [2]. Например, получена матрица экспериментов исследования влияния на прочность бетона различных добавок (рис. 1), результаты

обработки которой приведены на рис.2.

	A	B	C	D	E
1	Влияние на прочность бетона различных добавок				
2	Номер		Уровни фактора		
3	измерения	без доб.	1-я доб.	2-я доб.	3-я доб.
4	1	67	60	79	90
5	2	67	69	64	70
6	3	55	50	81	79
7	4	42	35	70	88

Рис.1. Матрица экспериментов для однофакторного дисперсионного анализа

Однофакторный дисперсионный анализ						
ИТОГИ						
Группы	Счет	Сумма	Среднее	Дисперсия		
без доб.	4	231	57,75	142,25		
1-я доб.	4	214	53,5	212,3333		
2-я доб.	4	294	73,5	63		
3-я доб.	4	327	81,75	84,25		
		<i>alfa</i>	<i>Wp</i>	t1 доб.	t2 доб.	t3 доб.
Дисперсионный анализ		0,05	2,17881	-0,461398	2,198715	3,189386372
Источник вариации	SS	df	MS	F	P-Значение	F критическое
Между группами	2108,25	3	702,75	5,601461	0,012284	3,490294821
Внутри групп	1505,5	12	125,458			
Итого	3613,75	15				

Рис.2. Выходная информация инструмента «Однофакторный дисперсионный анализ»

Расчетное значение  $F$  - критерия равно 5,601, критическое значение - 3,49. Следовательно, влияние добавок на прочность бетона значимо (существенно).

Для сравнения двух выборочных средних используют  $t$  - статистику. Если имеется 2 выборки равного объема  $n$ , тогда вычисляют общую дисперсию двух выборок (без добавки и с добавкой) и расчетное значение  $t$  - статистики по формулам:

$$s^2 = \frac{s_1^2 + s_2^2}{2}; \quad t_{pac} = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2)\sqrt{n/2}}{s}. \quad (1)$$

Критическое значение  $t$  - статистики определяется с помощью статистической функции *СТЮДРАСПОБР*.

Сравнивая расчетные значения  $t$  - статистик с критическим значением убеждаемся, что 3-я добавка существенно влияет на прочность бетона и ее следует включать в состав смеси бетона.

*Цель проведения эксперимента* – создание адекватной, статистически значимой модели регрессии.

Для этого необходимо:

- выбрать отклики  $y_1, y_2, \dots, y_m$  и факторы  $x_1, x_2, \dots, x_k$ ;
- составить матрицу планирования полного факторного эксперимента (ПФЭ  $2^k$ ) [1], в которой вместо «+1» записать значения верхних уровней факторов, а вместо «-1» - значения нижних уровней факторов;
- провести 4 опыта (на нескольких образцах) в последовательности, определенной матрицей плана, фиксируя в каждом из них значения откликов;
- в среде электронных таблиц, используя инструмент «Однофакторный дисперсионный анализ» пакета анализа, проверить адекватность линейной модели регрессии и с помощью критерия Кохрена - возможность воспроизведения опытов;
- в случае отрицательных результатов следует отрегулировать приборы измерения, повторить опыты и их обработку;
- после получения адекватной модели линейной регрессии продолжить опыты по плану эксперимента;
- используя инструменты пакета анализа, получить модель регрессии и оценить ее качество, т.е. установить статистическую значимость полученной модели регрессии.
- выполнить прогнозирование на основе уравнения многомерной линейной регрессии и методов оптимизации.
- решить дополнительные, предусмотренные методикой исследования, задачи.

Для оценки адекватности модели регрессии экспериментальным данным используют  $F$  - критерий Фишера. Определяют расчетное значение  $F$  - критерия в виде отношения факторной дисперсии к остаточной дисперсии

$$F = s_f^2 / s_0^2. \quad (2)$$

В выходной информации инструмента *Однофакторный дисперсионный анализ* выдаются расчетное и критическое значения  $F$  - критерия. Гипотеза об адекватности модели регрессии подтверждается, если  $F < F_{кр}$ .

Проверка статистической значимости уравнения регрессии проводится по  $F$  - критерию Фишера, расчетное значение которого определяется отношением дисперсий

$$F = s_{\bar{y}_x}^2 / s_0^2, \quad (3)$$

где  $s_{\bar{y}_x}^2$  - факторная дисперсия,  $s_0^2$  - остаточная дисперсия и выдается в выходной информации инструмента «Регрессия» пакета анализа. Критическое значение  $F_{\text{ед}}$  определяется по статистической функции *FRASПОБР*. Если  $F > F_{\text{ед}}$ , то с вероятностью 0,95 уравнение регрессии в целом статистически значимо, т.е. имеется хорошее соответствие данным эксперимента. Статистическую значимость параметров модели регрессии  $a_j$  можно установить по трем критериям:  $t$  - статистики,  $P$  - значению и границам доверительного интервала. Выходная информация инструмента *Регрессия* содержит все параметры и оценки качества модели регрессии.

После проведения активного эксперимента решаем задачу о смеси с заданными физическими свойствами, в которой в качестве целевой функцией выступает стоимость единицы создаваемого материала и дополнительными ограничениями являются уравнения регрессии откликов [2].

Например, смесь состоит из трех компонентов, содержание которых может изменяться в заданных пределах:

$$0,198 \leq x_1 \leq 0,6; \quad 0,1 \leq x_2 \leq 0,7; \quad 0,3 \leq x_3 \leq 0,9.$$

Стоимость 1 кг компонента смеси  $c_1 = 9$ ;  $c_2 = 5$ ;  $c_3 = 2,66$  гривен соответственно. В результате проведения эксперимента получены уравнения регрессии для трех откликов, которые характеризуют физические свойства создаваемого материала.

$$\begin{aligned} \bar{Y}_{1x} = & 0,57x_1 + 0,6x_2 + 0,59x_3 + 0,02x_1x_2 + 0,04x_1x_3 - \\ & - 0,02x_2x_3 - 0,03x_1x_2x_3 \end{aligned};$$

$$\begin{aligned} \bar{Y}_{2x} = & 19x_1 + 29x_2 + 34x_3 + 52x_1x_2 - 2x_1x_3 - \\ & - 2x_2x_3 - 126x_1x_2x_3 \end{aligned};$$

$$\begin{aligned} \bar{Y}_{3x} = & 30x_1 + 41x_2 + 49x_3 + 38x_1x_2 - 10x_1x_3 + \\ & + 16x_2x_3 - 186x_1x_2x_3 \end{aligned}.$$

Предельные значения показателей физических свойств:

$$y_1 = 0,6; \quad y_2 = 37; \quad y_3 = 49.$$

Требуется определить состав смеси, который обеспечивает ее минимальную стоимость при условии, что расчетные значения показателей физических свойств не превысят предельных значений.

Решение выполнено в среде электронных таблиц с помощью надстройки «Поиск решения». На рис. 3 представлены результаты оптимизации.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	x1	x2	x3	x1x2	x1x3	x2x3	x1x2x3			
2	0,198	0,1	0,702	0,0198	0,139	0,0702	0,0139			
3	коэффициенты ограничений									пр.ч.зн.л.ч.
4	1	1	1						1	1
5	0,57	0,6	0,59	0,02	0,04	-0,02	-0,03		0,6	0,59
6	19	29	34	52	-2	-2	-126		37	29,4
7	30	41	49	38	-10	16	-186		49	42,3
8	коэффициенты целевой функции									зн.цел.функ
9	9	5	2,66						4,15	
10	x1n	x2n	x3n	x1v	x2v	x3v				
11	0,198	0,1	0,3	0,6	0,7	0,9				

Рис. 3. Результаты оптимизации

*Анализ результатов оптимизации.* Минимальная стоимость 1 кг смеси 4,15 грн. Смесь должна содержать 0,198 кг первого, 0,1 кг второго и 0,702 кг третьего компонента.

**Обсуждение результатов.** Обработка данных эксперимента инструментальными средствами Excel позволяет отказаться от кодирования факторов; рандомизации опытов; определения по формулам параметров и критериев оценки качества модели регрессии; таблиц по определению критических значений  $F$  - критерия и  $t$  - статистики; ручной реализации численных методов оптимизации, что делает активный эксперимент привлекательным и ускорит его внедрение в инженерную практику. Кроме того, значительно ускоряются процессы планирования, проведения и обработки результатов эксперимента и исследователь получает ответы на следующие вопросы:

- как нужно организовать эксперимент, чтобы наилучшим образом решить поставленную задачу (в смысле затрат времени и средств или точности результатов);

- как следует обрабатывать результаты эксперимента, чтобы получить максимальное количество информации об исследуемом объекте или явлении;
- какие обоснованные выводы об исследуемом объекте можно сделать по результатам эксперимента.

**Вывод.** Алгоритм создания строительных материалов с заранее заданными физическими свойствами должен предусматривать:

1. выбор с помощью дисперсионного анализа добавки, которая существенно влияет на физические свойства создаваемого материала;
2. проведение активного эксперимента для получения адекватных, статистически значимых уравнений регрессии откликов;
3. решение задачи о смеси с заданными физическими свойствами, в которой в качестве целевой функцией выступает стоимость единицы создаваемого материала и дополнительными ограничениями являются уравнения регрессии откликов.

### ИСПОЛЬЗОВАННЫЕ ИСТОЧНИКИ

1. Барабашук В.И. Планирование эксперимента в технике / В.И. Барабашук, Б.П. Креденцер, В.И. Мирошниченко. - К.: Техніка, 1984. – 200 с.
2. Ершова Н.М. Обработка данных средствами Excel при планировании эксперимента: учеб. пособие для вузов / Н.М. Ершова, В.Н. Деревянко, Р.А. Тимченко, О.В. Шаповалова. – Д.: ПГАСА, 2012. – 350 с.
3. Ершова Н.М. Твір наукового характеру «Алгоритм планирования, проведения и обработки активного эксперимента» №39237 от 19.07.2011.