

УДК 044.421: 624.074.435

АЛГОРИТМ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ОСЕСИММЕТРИЧНОГО НДС ТОНКИХ СОСТАВНЫХ ОБОЛОЧЕК ПРИ ОДНОСТОРОННЕЙ СВЯЗИ МЕЖДУ НИМИ И УПРУГИМ ОСНОВАНИЕМ

к. т. н., доц. Запорожец Е. В., к. т. н., доц. Горлач С. Н.,

к. т. н., доц. Запорожец В. Б.

ГВУЗ «Приднепровская государственная академия строительства и архитектуры», г. Днепропетровск

Постановка проблемы и ее связь с научными и практическими задачами. Расчетом оболочек, расположенных на различных видах основания посвящено много работ [1-3 и др.]. В большинстве из них поведение оболочек описывается в рамках линейной теории, основанной на гипотезах Кирхгофа - Лява. В то же время, существует ряд конструкций, элементами которых являются тонкие оболочки, поведение которых должно описываться геометрически нелинейной теорией изгиба. Аналитические решения, которые обеспечивают достаточную точность определения всех необходимых компонентов напряженно-деформированного состояния таких оболочек, отсутствуют. Одним из методов, который может быть эффективно использован при расчете таких тонких оболочек, является метод конечных элементов (МКЭ) [4-6 и др.].

Целью данной статьи является разработка алгоритма определения напряженно-деформированного состояния тонких составных оболочек на упругом основании, который будет учитывать возможность потери контакта между оболочкой и упругим основанием. Для иллюстрации эффективности работы программы, которая разработана на основании этого алгоритма, был проведен ряд расчетов по результатам которых были сделаны соответствующие выводы.

Материал и результаты исследований. Для моделирования поведения составных оболочек чаще всего используются треугольные и четырехугольные плоские и оболочечные элементы. При исследовании осесимметричных задач могут применяться осесимметричные оболочечные конечные элементы. Их применение существенно упрощает построение расчетной модели, сокращает время расчета и существенно снижает влияние погрешностей описания геометрии исходной конструкции. Поэтому для нашего исследования

применялись осесимметричные конечные элементы в виде круглой пластины, кольцевой пластины и усеченной конической оболочки. Получение матриц жесткости таких элементов обсуждалось в работах [7-8]. Особенностью рассматриваемых конечных элементов есть то, что они позволяют одновременно учесть как работу конструкции, так и работу основания. Поведение оболочки описывается в рамках теории тонких оболочек [9].

Считается, что материал элемента имеет изотропные свойства, поэтому выражения для определения погонных нормальных усилий (N_1 , N_2) и изгибающих моментов (M_1 , M_2), соответственно в меридиональном и круговом направлениях, имеют вид

$$\begin{aligned} N_1 &= \frac{Eh}{1-\nu^2}(\varepsilon_1 + \nu \varepsilon_2), & N_2 &= \frac{Eh}{1-\nu^2}(\varepsilon_2 + \nu \varepsilon_1), \\ M_1 &= D(\chi_1 + \nu \chi_2), & M_2 &= D(\chi_2 + \nu \chi_1). \end{aligned} \quad (1)$$

где ν , E – соответственно коэффициент Пуассона и модуль упругости материала элемента; h – толщина, а D – цилиндрическая жесткость элемента

$$D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}. \quad (2)$$

Деформации и перемещения связаны между собой такими выражениями

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 &= \frac{du}{ds} + \frac{1}{2} \left(\frac{dw}{ds} \right)^2, & \varepsilon_2 &= \frac{u}{s} - \frac{w}{s} \operatorname{tg} \varphi, & \chi_1 &= -\frac{d^2w}{ds^2}, \\ \chi_2 &= -\frac{1}{s} \frac{dw}{ds}. \end{aligned} \quad (3)$$

В локальной системе координат меридиональное (u) и поперечное (w) перемещения любой точки срединной поверхности элемента описываются выражениями

$$\begin{aligned} u &= (1-L)u_i + L u_j, \\ w &= N_i(L) w_i + M_i(L) \beta_i + N_j(L) w_j + M_j(L) \beta_j. \end{aligned} \quad (4)$$

Перемещения всей системы определяются конечным количеством узловых параметров $\{\delta\}$.

Задача определения напряженно-деформированного состояния тонкой оболочки без основания является нелинейной, поэтому для ее решения используется метод Ньютона-Рафсона. Алгоритм использования метода Ньютона для конечно-элементной модели приведен в работе [4].

Считается, что оболочка находится на упругом малосвязном основании, поведение которого может быть описано в рамках модели Винклера [1]. Интенсивность внешних сил p , которые действуют на конечный элемент в окрестности рассматриваемой точки, состоит из интенсивности заданной нагрузки q и реактивного давления основания p^*

$$p = q - p^*, \quad (5)$$

при этом
$$p^* = k^* w^*, \quad (6)$$

где k^* – коэффициент постели основания; w^* – перемещение поверхности основания, которое равно перемещению срединной поверхности элемента w в точке, которая рассматривается, в случае, если контакт между конечным элементом и основанием не нарушается. В то же время, при односторонней связи под частью оболочки может быть случай, когда $w \neq w^*$, то есть происходит нарушение контакта.

При рассмотрении случая односторонней связи между оболочкой и упругим основанием, в решении задачи используется еще и метод последовательных приближений. Алгоритм, по которому была разработана программа и проводились расчеты, приведен на рис.1.

На этапе введения исходных данных определяются размеры оболочки, количество элементов и их характеристики, а также характеристики упругого основания и нагрузок, которые действуют на оболочку. Далее для оболочки, которая расположена на упругом основании, определяются общие матрицы жесткости и вектор нагрузок при односторонней связи. При помощи метода Ньютона определяется вектор перемещений оболочки на упругом основании с односторонней связью. Это решение принимается в качестве первого приближения. Потом проверяется условие перехода к следующему приближению. В качестве такого условия выступает присутствие отрицательных поперечных перемещений. В следующих приближениях в узлах, где наблюдается растяжение основания, основание должно «выключаться» из работы, при этом происходит преобразование входных данных для нового приближения. После вычисления перемещения для новых входных данных, определяются положения и размеры места, где произошло нарушение контакта между оболочкой и основанием. Процесс повторяется до тех пор, пока в двух последовательных наблюдениях размеры и положение зон нарушения контакта между основанием и оболочкой не будут равными между собою. После

остаточного определения вектора перемещений определяются усилия и напряжения в оболочке, а так же происходит выведение полученных результатов.



Рис. 1. Алгоритм решения задачи

Выводы. Приведенный алгоритм позволяет выполнять расчеты составных оболочек, расположенных на упругом основании при односторонней и двусторонней связи между конструкцией и основанием.

ИСПОЛЬЗОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Власов В.З., Леонтьев Н.Н. Балки, плиты и оболочки на упругом основании. - М.: Физматгиз, 1960. - 491 с.
2. Климанов В.И., Литвиненко А.Г., Каваева В.П. Конические фундаменты – оболочки. – М.: Стройиздат, 1988. – 127 с.
3. Flügge W. Powłoki oblczenia statyczne. – Warszawa: Arkady, 1972. – 510 s.
4. Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике. – М.: Мир, 1975. – 544 с.
5. Немчинов Ю.И. Метод пространственных конечных элементов с применением к расчету зданий и сооружений. – К.: НДІБК, 1995. – 368с.
6. Bakker M.C.M., Pekoz T. The Finite Element Method for Thin-Walled Members – Basic Principles // Third International Conference on Thin-Walled Structures. – Elsevier. – 2001. – P.417-425.
7. Запорожец Е.В. Расчет методом конечных элементов симметричного изгиба круглых гибких пластин на упругом основании и без основания // Теоретичні основи будівництва. - Дніпропетровськ: ПДАБтаА. - 2003. - № 11. - С. 107-112.
8. Запорожец Е.В. Расчет методом конечных элементов осесимметричного изгиба гибких конических оболочек, расположенных на упругом основании // Вісник Придніпровської державної академії будівництва та архітектури. – Дніпропетровськ: ПДАБтаА, 2004. -№ 3. – С. 24 – 29.
9. Вольмир А.С. Гибкие пластины и оболочки. - М.: Гостехиздат, 1956. – 419 с.
10. Горлач С.Н., Запорожец В.Б., Запорожец Е.В. Поведение полой конической оболочки, расположенной на упругом основании, при внешнем давлении // Теоретичні основи будівництва. - Дніпропетровськ: ПДАБтаА. - 2005. - № 13. - С. 107 – 112.
11. Запорожец В.Б., Запорожец Е.В., Горлач С.Н. К расчету конического днища вертикального цилиндрического резервуара // Theoretical Foundations of Civil Engineering. – Warsaw-Vilnius.- 2006. - № 14. - С. 563 – 568.