УДК 519.85

ОПТИМИЗАЦИЯ РАСПОЛОЖЕНИЯ ДАТЧИКОВ В ИНФОРМАЦИОННЫХ СЕТЯХ

д. физ.-мат. н., проф. Косолап А. И.,
аспирант Долгополая А. А.
ГВУЗ «Украинский государственный химико-технологический Университет», г. Днепропетровск

Введение. В современном информационном обществе все большее внимание занимает проблема автоматизированного сбора данных. Такие устройства как сканеры уже давно используются в повседневной практике. В последние годы для сбора данных все больше используются сенсорные датчики. Их устанавливают на предприятиях и в организациях, в труднодоступных и опасных местах, на дорогах и многих других местах. Число таких датчиков стремительно растет. Каждый датчик сканирует определенное пространство, и данные о нем поступают в компьютер для последующей обработки и хранения. Число датчиков может исчисляться тысячами. Чем их больше, тем сложнее и дороже информационная система. Поэтому много публикаций посвящено минимизации количества датчиков в информационных сетях посредством оптимального их расположения [1–8]. Существуют системы, которые уже имеют какое-то количество датчиков с заданной структурой, и необходимо дополнить эту структуру новыми датчиками. Задача локализации датчиков в сети заключается в том, чтобы определить такую структуру датчиков, которая полностью охватывает заданный объект наблюдения. При большом количестве датчиков задача становится сложной и требует разработки новых методов оптимизации.

Целью данной работы является использование нового метода точной квадратичной регуляризации для решения задачи локализации датчиков в сети.

Постановка задачи. Рассмотрим задачу оптимального расположения датчиков в сети [7–8]. Задача локализации датчиков в сети состоит в нахождении оптимального расположения датчиков, которое удовлетворяет заданным расстояниям между ними. Пусть имеется граф $G=(V,E)$. Датчиками называют его вершины, координаты которых необходимо определить.

Пусть имеется m закрепленных вершин графа $a^1,\dots,a^m \in R^w$ и n вершин $x^1,\dots,x^n \in R^w$, расположение которых нам необходимо определить (каждая вершина определяется w компонентами – координатами точек в пространстве). Нам известны значения евклидовых расстояний d_{ij} между точками a^i и x^j для некоторых i,j, и $\bar{d}_{ij}$ между точками x^i и x^j для $i<j$. Введем обозначения: пусть

$$N_a=\{(i,j), d_{ij} \text{ задано}\},\ N_x=\{(i,j): i<j,\ \bar{d}_{ij} \text{ задано}\}.$$

Задача локализации датчиков в сети состоит в поиске таких $x^1,\dots,x^n$, которые удовлетворяют следующим условиям:

$$||a^i-x^j||^2=d_{ij}^2 \quad \forall (i,j)\in N_a,$$

$$||x^i-x^j||^2=\bar{d}_{ij}^2 \quad \forall (i,j)\in N_x, \tag{1}$$

где через ||.|| обозначено евклидову норму вектора.

Таким образом, задача локализации датчиков в сети свелась к решению нелинейной квадратичной системы уравнений (1). Решить эту задачу достаточно сложно и к тому же она может не всегда иметь решение (заданные расстояния между датчиками невозможно реализовать), поэтому заменим ее оптимизационной задачей:

$$\min\{\sum_{i,j\in N_a}(||a^i-x^j||^2-d_{ij}^2)^2+\sum_{i,j\in N_x}(||x^i-x^j||^2-\bar{d}_{ij}^2)^2\}, \tag{2}$$

Таким образом, целевая функция задачи (2) минимизирует суммарное отклонение датчиков от заданных расстояний. Очевидно, что задача (2) всегда имеет решение.

Метод точной квадратичной регуляризации для оптимизации расположения датчиков в информационных сетях.

Используя метод точной квадратичной регуляризации [9, с. 188-203], задачу (2) преобразуем к максимизации квадрата нормы вектора на выпуклом множестве

$$\max\{||z||^2 | \sum_{i,j\in N_a}(||a^i-x^j||^2-d_{ij}^2)^2+\sum_{i,j\in N_x}(||x^i-x^j||^2-\bar{d}_{ij}^2)^2+ \tag{3}$$
$$s+(r-1)||z||^2\le d\},$$

где $z=(x,x_{wn+1})$. Такое преобразование содержит два новых параметра s и r и две новых переменных x_{wn+1} и d. Параметр s должен удовлетворять условию

$$s \geq ||x^*||^2 - f(x^*),$$

где x^* - решение задачи (2), а

$$f(x) = \sum_{i,j \in N_a} (||a^i - x^j||^2 - d_{ij}^2)^2 + \sum_{i,j \in N_x} (||x^i - x^j||^2 - \bar{d}_{ij}^2)^2 .$$

Параметр $r > 0$ выбираем таким образом, чтобы допустимая область задачи (3) была выпуклая. Переменную d будем фиксировать. Минимальное значение d находим, решая выпуклую задачу

$$\min\{d \mid f(x) + s + (r-1)||z||^2 \leq d, r||z||^2 \leq d\}.$$

Далее, будем увеличивать значение d на величину $h > 0$ и для каждого значения d решаем задачу (3) прямо-двойственным методом внутренней точки [10]. Методом дихотомии определим минимальное значение d^*, для которого выполняется условие $r||z^*||^2 = d^*$, где z^* - решение задачи (3). При минимальном значении d выполняется неравенство $r||z||^2 < d$ и, при увеличении d, значение $r||z||^2 - d$ будет монотонно возрастать, что позволяет найти оптимальное значение d^* методом дихотомии. Решение z^* задачи (3) при $d = d^*$ содержит искомые координаты датчиков.

Результаты численных экспериментов. Для решения задачи (3) использовалась надстройка Поиск решений в Excel 2010.

В следующем примере задача локализации датчиков в сети решалась методом точной квадратичной регуляризации.

Рассмотрим задачу локализации датчиков в сети с пятью известными вершинами и тремя датчиками на плоскости. Имеем известные вершины

$$a_1(2, 2),\ a_2(3, 7),\ a_3(8, 6),\ a_4(9, 3),\ a_5(6, 1)$$

и заданные расстояния между известными вершинами и датчиками:

d_{i1}^2	5	17	25	25	8	$\bar{d}_{12}^2 = 4$
d_{i2}^2	13	5	17	29	20	$\bar{d}_{13}^2 = 10$
d_{i3}^2	29	34	5	5	10	$\bar{d}_{23}^2 = 10$

Графически положение известных вершин представлено на рис. 1, из которого очевидно, что задача (1) не имеет решения (невозможно расположить датчики так, чтобы расстояния между ними и известными вершинами были заданным расстояниям). В тоже время задача (2) имеет решение. Поэтому будем решать задачу (2) методом точной квадратичной регуляризации.

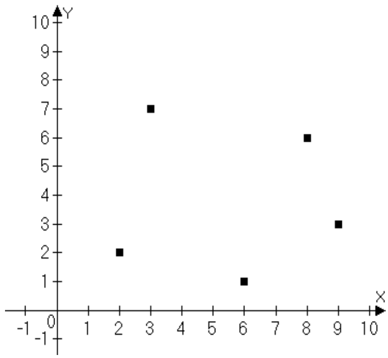

Рис. 1. Заданные вершины

Этим методом найдены следующие координаты датчиков:

$$x_1 = \begin{pmatrix} 4{,}03 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad x_2 = \begin{pmatrix} 4{,}07 \\ 4{,}97 \end{pmatrix}, \quad x_3 = \begin{pmatrix} 7{,}27 \\ 3{,}5 \end{pmatrix}$$

и значение минимума 32,00932, которое является оптимальным.

На рис. 2 изображено расположение вершин и координаты оптимального расположения датчиков.

Выводы. В данной работе решалась задача локализации датчиков в сети путем преобразования ее к задаче оптимизации. Затем использовался метод точной квадратичной регуляризации. Было проведено значительное количество численных экспериментов, которые подтверждают эффективность выбранного метода для решения задачи локализации датчиков в сети.

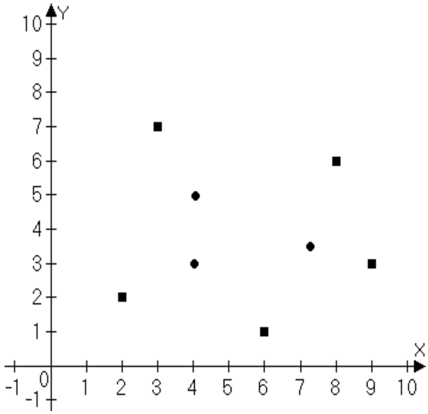

Рис. 2. Оптимальное расположение датчиков

ИСПОЛЬЗОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Nie J. Sum of Squares Method for Sensor Network Localization / J. Nie. – University of Minnesota, 2006. – 24 p.
2. An Adaptive Subproblem Algorithm For Scalable Wireless Sensor Network Localization / Michael W. Carter, Holly H. Jin, M. A. Saunders [et al.] // Siam J. Optim. – 2006. – Vol. 17, N 4. – P. 1102 – 1128.
3. Anderson B.D.O. Wireless sensor network localization techniques / B.D.O. Anderson, G. Mao, B. Fidan // Computer Networks. – 2007. – N 51. – P. 2529 – 2553.
4. Biswas P. Semidefinite programming for ad hoc wireless sensor network localization / P. Biswas, Y.Ye // Proc. of the 3-rd International Symposium on Information Processing in Sensor Networks: Berkeley, CA, USA. – 2004. – P. 46 – 54.
5. Cassioli A. Solving the Sensor Network Localization Problem using Heuristic Multistage Approach / A. Cassioli. – Universita degli Studi di Firenze, 2009. – 25 p.
6. Krislock N. Explicit Sensor Network Localization using Semidefinite Representations and Facial Reductions / N. Krislock, F. Wolkowicz. – Waterloo: University of Waterloo, 2010. – 35 p.

7. Man-Cho A. Theory of Semidefinite Programming for Sensor Network Localization / A. Man-Cho, Y. Ye. – ACM-SIAM Symposium on Descrete Algorithms, 2004. – 16 p.
8. SFSDP: a Sparse Version of Full Semidefinite Programming Relaxation for Sensor Network Localization Problems / S. Kim, M. Kojima, H. Waki [et al.]. – Tokyo, 2009. – 19 p.
9. Косолап А.И. Методы глобальной оптимизации / А.И. Косолап. – Дн-ск.: Наука и образование, 2013. – 316 с.
10. Nocedal J. Numerical optimization / J. Nocedal, S. J. Wright. – Springer, 2006. – 685 p.