

УДК 517.977.5:519.857

МОДЕЛИРОВАНИЕ И ОПТИМИЗАЦИЯ КОЛЕБАТЕЛЬНЫХ ПРОЦЕССОВ КОЛЕСНЫХ МАШИН В СИСТЕМЕ МОДЕЛИРОВАНИЯ МВТУ 3.7

ФЕСЕНКО Е. Г.¹, студентка,
ПИНЧУК С.А.², студент
ВЕЛЬМАГИНА Н. А.³, ст. преп.,
ЕРШОВА Н. М.^{4*}, д.т.н., проф.,

¹ Кафедра «Прикладная математика». Государственное высшее учебное заведение «Приднепровская государственная академия строительства и архитектуры», ул. Чернышевского, 24-а, 49600, Днепропетровск, Украина, тел. +38 (0562) 46-98-10, email: lilsmileuef@gmail.com

² Кафедра «Прикладная математика». Государственное высшее учебное заведение «Приднепровская государственная академия строительства и архитектуры», ул. Чернышевского, 24-а, 49600, Днепропетровск, Украина, тел. +38 (0562) 46-98-10, email: stskpnchk@gmail.com

³ Кафедра «Прикладная математика». Государственное высшее учебное заведение «Приднепровская государственная академия строительства и архитектуры», ул. Чернышевского, 24-а, 49600, Днепропетровск, Украина, тел. +38 (0562) 46-98-10, email: velmagine@yandex.ua, ORCID ID: 0000-0002-5584-3748

^{4*} Кафедра «Прикладная математика». Государственное высшее учебное заведение «Приднепровская государственная академия строительства и архитектуры», ул. Чернышевского, 24-а, 49600, Днепропетровск, Украина, тел. +38 (0562) 46-98-10, email: prmat@mail.pgasa.dp.ua, ORCID ID: 0000-0003-1726-0557

Аннотация. Цель. В работах [1-3] доказано, что эффективным методом оптимизации параметров подвески колесных машин является метод динамического программирования для непрерывных динамических систем. В существующих системах моделирования динамических систем этот метод не используется. Главное достоинство системы моделирования МВТУ 3.7 [4] – наличие алгоритмического языка программирования, с помощью которого можно создавать новые программные модули. Цель работы - на простой модели колесной машины пояснить методику оптимизации параметров подвески методом динамического программирования для непрерывных систем и технологию моделирования колебательных процессов в системе моделирования МВТУ 3.7. **Методика.** Аналитические зависимости для жесткости подвески и коэффициента сопротивления, установленных в ней, гасителей колебаний получены матричным методом динамического программирования на основе сравнения коэффициентов при перемещении и скорости в дифференциальных уравнениях свободных колебаний синтезируемой модели и модели аналога. В аналитические зависимости входят весовые коэффициенты квадратичного функционала качества, физический смысл которого – расход энергии на подавление вредных колебаний. При выборе весовых коэффициентов функционала исходили из основного назначения подвески колесной машины - обеспечить комфортные условия пассажирам. Для создания физически осуществимой подвески, которая обеспечит колесной машине требуемые динамические свойства в заданном диапазоне скоростей движения, вводятся дополнительные функциональные ограничения на динамические показатели. Система моделирования МВТУ 3.7 позволяет исследовать переходные процессы исследуемых моделей и анализировать устойчивость колебательных процессов по фазовой траектории. **Результаты.** На простой модели колесной машины рассмотрен алгоритм выбора оптимальных параметров подвески. Приведена технология работы в системе моделирования МВТУ 3.7 при исследовании переходного процесса. Полученная переходная характеристика свидетельствует о том, параметры подвески не оптимальны. **Научная новизна.** Определены методы и средства оптимального проектирования подвески колесных машин. **Практическая значимость.** Намечены задачи практического применения системы моделирования МВТУ 3.7 при исследовании динамики колесных машин.

Ключевые слова: подвеска колесных машин, оптимальное проектирование, система моделирования, переходная характеристика, фазовая траектория

МОДЕЛЮВАННЯ ТА ОПТИМІЗАЦІЯ КОЛІВАЛЬНИХ ПРОЦЕСІВ КОЛІСНИХ МАШИН В СИСТЕМІ МОДЕЛЮВАННЯ МВТУ 3.7

ФЕСЕНКО О.Г.¹, студентка,
ПИНЧУК С.А.², студент,
ВЕЛЬМАГІНА Н. О.³, ст. викл.,
ЕРШОВА Н. М.^{4*}, д.т.н., проф.,

¹ Кафедра «Прикладна математика». Державний вищий навчальний заклад «Придніпровська державна академія будівництва та архітектури», вул. Чернишевського, 24-а, 49600, Дніпропетровськ, Україна, тел. +38 (0562) 46-98-10, email: lilsmileuef@gmail.com

² Кафедра «Прикладна математика». Державний вищий навчальний заклад «Придніпровська державна академія будівництва та архітектури», вул. Чернишевського, 24-а, 49600, Дніпропетровськ, Україна, тел. +38 (0562) 46-98-10, email: stskpnchk@gmail.com

³ Кафедра «Прикладна математика». Державний вищий навчальний заклад «Придніпровська державна академія будівництва та архітектури», вул. Чернишевського, 24-а, 49600, Дніпропетровськ, Україна, тел. +38 (0562) 46-98-10, email: velmagna@yandex.ua, ORCID ID: 0000-0002-5584-3748

^{4*} Кафедра «Прикладна математика». Державний вищий навчальний заклад «Придніпровська державна академія будівництва та архітектури», вул. Чернишевського, 24-а, 49600, Дніпропетровськ, Україна, тел. +38 (0562) 46-98-10, email: prmat@mail.pgasa.dp.ua, ORCID ID: 0000-0003-1726-0557

Анотація. Мета. У роботах [1-3] доведено, що ефективним методом оптимізації параметрів підвіски колісних машин є метод динамічного програмування для неперервних динамічних систем. В існуючих системах моделювання динамічних систем цей метод не використовується. Головне достоїнство системи моделювання МВТП 3.7 [4] – наявність алгоритмічної мови програмування, за допомогою якого можна створювати нові програмні модулі. Мета роботи – на простій моделі колісної машини пояснити методику оптимізації параметрів підвіски методом динамічного програмування для безперервних систем і технологію моделювання коливальних процесів у системі моделювання МВТП 3.7. **Методика.** Аналітичні залежності для жорсткості підвіски і коефіцієнта опору, встановлених у ній, гасителів коливань, отримані матричним методом динамічного програмування на основі порівняння коефіцієнтів при переміщенні і швидкості в диференціальних рівняннях вільних коливань синтезованої моделі та моделі аналога. У аналітичні залежності входять вагові коефіцієнти квадратичного функціонала якості, фізичний зміст якого – витрата енергії на придушення шкідливих коливань. При виборі вагових коефіцієнтів функціоналу виходили з основного призначення підвіски колісної машини – забезпечити комфортні умови пасажиром. Для створення фізично здійсненою підвіски, яка забезпечить колісній машині необхідні динамічні властивості в заданому діапазоні швидкостей руху, вводяться додаткові функціональні обмеження на динамічні показники. Система моделювання МВТП 3.7 дозволяє досліджувати перехідні процеси досліджуваних моделей і аналізувати стійкість коливальних процесів по фазовій траєкторії. **Результати.** На простій моделі колісної машини розглянуто алгоритм вибору оптимальних параметрів підвіски. Наведено технологія роботи в системі моделювання МВТП 3.7 при дослідженні перехідного процесу. Отримана перехідна характеристика свідчить про те, що параметри підвіски не оптимальні. **Наукова новизна.** Визначені методи і засоби оптимального проектування підвіски колісних машин. **Практична значущість.** Окреслені завдання практичного застосування системи моделювання МВТП 3.7 при дослідженні динаміки колісних машин.

Ключові слова: підвіска колісних машин, оптимальне проектування, система моделювання, перехідна характеристика, фазова траєкторія

SIMULATION AND OPTIMIZATION OF OSCILLATORY PROCESSES WHEELED VEHICLES IN THE SYSTEM OF SIMULATION ‘STD 3.7’

E. FESENKO¹, *Student*,
S. PINCHUK², *Student*,
N. VELMAGINA³, *Senior Lecturer*,
N. ERSHOVA^{4*}, *Dr. Sc. (Tech.), Prof.*

¹ Applied Mathematics department. Pridniprovsk State Academy of Civil Engineering and Architecture. 24-a Chernishevskogo st. 49600, Dnipropetrovsk, Ukraine, tel. +38 (0562) 46-98-10, email: lilsmileuef@gmail.com

² Applied Mathematics department. Pridniprovsk State Academy of Civil Engineering and Architecture. 24-a Chernishevskogo st. 49600, Dnipropetrovsk, Ukraine, tel. +38 (0562) 46-98-10, email: stskpnchk@gmail.com

³ Applied Mathematics department. Pridniprovsk State Academy of Civil Engineering and Architecture. 24-a Chernishevskogo st. 49600, Dnipropetrovsk, Ukraine, tel. +38 (0562) 46-98-10, email: velmagna@yandex.ua, ORCID ID: 0000-0002-5584-3748

^{4*} Applied Mathematics department. Pridniprovsk State Academy of Civil Engineering and Architecture. 24-a Chernishevskogo st. 49600, Dnipropetrovsk, Ukraine, tel. +38 (0562) 46-98-10, email: prmat@mail.pgasa.dp.ua, ORCID ID: 0000-0003-1726-0557

Annotation. Purpose. In the works [1-3] we proved that the dynamic programming for continuous dynamic systems is the efficient method for options of vehicle’s suspension. In existing systems of simulation of dynamic systems this method is not being used. The main advantage of the ‘STD 3.7’ [4] system of simulation is an availability of algorithmic programming language, using which we can create new program models. Our purpose is explain optimization technique of vehicle’s suspension by method of dynamic programming for continuous systems and technology of simulation of oscillatory processes in the ‘STD’ system on the simple example. **Technique.** Analytical dependences for suspension stiffness and resistance coefficient established therein vibration absorber, which were obtained by the matrix method of dynamic programming based on comparison of the coefficients when displacement and speed in differential equations of free oscillations of synthesized and analogue models. Analytical dependences includes weighting coefficients of quadratic functional of quality, the physical method of which is energy consumption for suppression of harmful vibrations. When selecting the weighting coefficients we proceeded from the main purpose of wheeled

vehicle suspension – to provide comfortable environment for passengers. To create a physically realizable suspension that will provide required dynamic properties in a predetermined range of speeds for the wheeled vehicle by introducing additional functional limitations on dynamic parameters. System of simulation 'STD 3.7' allows you to explore the transitional processes of investigated models and to analyze the stability of oscillatory processes on the phase trajectory. **Results.** On the simple model of the wheeled vehicle was examined algorithm for selecting optimal parameters of the suspension. The technology of working in the system of simulation 'STD 3.7' in the exploring of the transitional process is represented. The resulting transient response shows that the oscillatory process with large amplitudes of displacement of the center of mass of the carcass is occurred in the system. Consequently, the parameters of the suspension are not optimal. **Scientific novelty.** Methods and means of optimal design of suspension of wheeled vehicles are defined. **Practical significance.** Outlined tasks of practical application of system of simulation 'STD 3.7' in the exploring of the dynamics of wheeled vehicles.

Keywords: suspension of wheeled vehicles, optimal design, system of simulation, transient response, phase trajectory.

Введение

В стационарном режиме движения колесных машин их динамические свойства определяются подвеской. Поэтому из всего многообразия задач, сопровождающих процесс их проектирования, будем рассматривать лишь задачу оптимального проектирования подвески. Задача заключается в проектировании физически осуществимой подвески, которая обеспечивает колесной машине требуемые динамические свойства в заданном диапазоне скоростей движения. В работах [1-3] доказано, что эффективным методом оптимизации параметров подвески колесных машин является метод динамического программирования для непрерывных динамических систем.

В существующих системах моделирования динамических систем этот метод не используется. Главное достоинство системы моделирования МВТУ 3.7 [4] – наличие алгоритмического языка программирования, с помощью которого можно создавать новые программные модули. Возникает проблема стыковки программы оптимизации с существующими в системе моделирования программами анализа динамических показателей машин.

Цель

На простой модели колесной машины пояснить методику оптимизации параметров подвески методом динамического программирования для непрерывных систем и технологию моделирования колебательных процессов в системе моделирования МВТУ 3.7.

Методика

Алгоритм матричного метода динамического программирования для непрерывных детерминированных систем поясним на простейшей модели машины, представленной на рис.1.

Запишем дифференциальное уравнение колебательного процесса по второму закону Ньютона $m\ddot{z} = -F$ (1)

или

$$\dot{z} = -u, \tag{2}$$

где $u = F / m$ - неизвестная синтезирующая функция, представляющая собой ускорение.

Уравнение (2) представим в нормальной форме Коши, принимая $z = x_1, \dot{z} = x_2$.

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2; \\ \dot{x}_2 &= -u. \end{aligned} \tag{3}$$

Запишем систему (3) в матричной форме

$$\dot{X} = AX + BU, \tag{4}$$

где

$$X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z \\ \dot{z} \end{bmatrix}; \quad U = [u]; \quad A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}.$$

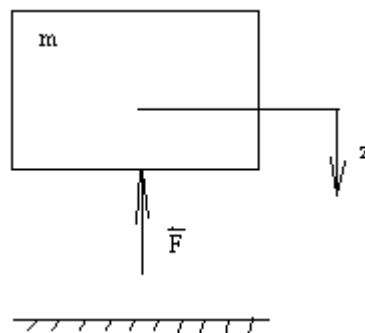


Рис.1. Простейшая расчетная схема колесной машины / The simplest design scheme of the wheeled vehicle.

В качестве критерия оптимальности примем квадратичный функционал качества:

$$J = \int_0^{\infty} (\alpha x_1^2 + \gamma x_2^2 + \mu u^2) dt \tag{5}$$

или в матричной форме

$$J = \int_0^{\infty} (X^T P X + U^T G U) dt. \tag{6}$$

Матрицы P, G функционала (6) имеют вид:

$$P = \begin{bmatrix} \alpha & 0 \\ 0 & \gamma \end{bmatrix}; \quad G = [u], \tag{7}$$

где α, γ, μ - весовые коэффициенты функционала. Физический смысл функционала – расход энергии на подавление вредных колебаний.

Запишем нелинейное алгебраическое уравнение Риккати

$$P + A^T \cdot S + SA - SBG^{-1}B^T S = 0 \tag{8}$$

в развернутом виде

$$\begin{bmatrix} \alpha & 0 \\ 0 & \gamma \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{12} & S_{22} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{12} & S_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} - \\ - \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{12} & S_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1/\mu \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{12} & S_{22} \end{bmatrix} = 0.$$

Откуда получаем систему нелинейных уравнений (9) для определения элементов симметричной матрицы S .

$$\begin{cases} \alpha - S_{12}^2 / \mu = 0; \\ \gamma + 2S_{12} - S_{22}^2 / \mu = 0; \\ S_{11} - S_{12}S_{22} / \mu = 0. \end{cases} \quad (9)$$

Из системы (9) определяем

$$S_{12} = \pm \sqrt{\alpha\mu}; \quad S_{22} = \pm \sqrt{\mu(\gamma + 2S_{12})}; \quad (10)$$

$$S_{11} = S_{12}S_{22} / \mu.$$

Так как матрица S должна быть положительно определена, то из возможных значений S_{11}, S_{12}, S_{22} выбираем для дальнейших расчетов только положительные значения.

Синтезирующая функция определяется матричным выражением

$$U = -G^{-1}B^T SX = - \begin{bmatrix} 1/\mu \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{12} & S_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \\ = \frac{1}{\mu} (S_{12}x_1 + S_{22}x_2) = \frac{1}{\mu} (S_{12}z + S_{22}\dot{z}).$$

После подстановки элементов S_{12}, S_{22} в синтезирующую функцию имеем

$$u(t) = ((\gamma + 2\sqrt{\alpha\mu}) / \mu)^{1/2} \dot{z} + (\alpha / \mu)^{1/2} z.$$

В уравнение (1) подставим $F = mu$ и перенесем составляющие уравнения в левую часть

$$m\ddot{z} + \frac{m}{\mu} S_{22}\dot{z} + \frac{m}{\mu} S_{12}z = 0. \quad (11)$$

Задаемся структурой проектируемого объекта из класса линейных систем. Пусть в подвеске колесной машины будут установлены цилиндрические пружины и гидравлические гасители колебаний, сила сопротивления которых пропорциональна первой степени скорости перемещений. Свободные колебания модели-аналога описываются дифференциальным уравнением

$$m\ddot{z} + b\dot{z} + cz = 0, \quad (12)$$

где c, b - соответственно жесткость подвески и коэффициент сопротивления гасителей колебаний.

Уравнения (11) и (12) описывают одну и ту же систему, следовательно, параметры упруго-диссипативных связей можно определить путем сравнения коэффициентов при z и \dot{z}

$$c = mS_{12} / \mu; \quad b = mS_{22} / \mu. \quad (13)$$

Получили аналитические зависимости для определения значений синтезируемых параметров.

Решение получается быстро и без особых трудностей, но нет уверенности в том, что при подстановке произвольных значений α, γ, μ получим физически осуществимую подвеску, которая обеспечит колесной машине требуемые динамические свойства в заданном диапазоне скоростей движения. Без решения этих проблем задача оптимизации лишена практического смысла. Следовательно, каждая получаемая совокупность синтезируемых параметров должна быть физически осуществима. Это достигается обоснованным выбором весовых коэффициентов квадратичного функционала качества и введением дополнительных функциональных ограничений на динамические показатели колесной машины: вертикальное ускорение и показатель плавности хода в центре масс кузова; коэффициент вертикальной динамики и др. Таким образом, алгоритм синтеза должен содержать в своем составе алгоритмы анализа динамических показателей колесной машины. Для практической реализации выбирается та совокупность параметров, которая обеспечивает динамические свойства колесной машине во всем диапазоне рабочих скоростей с наилучшими значениями основных динамических показателей. Это считается оптимальным проектным решением, к которому следует стремиться при проектировании новой конструкции или модернизации существующей.

Выбор весовых коэффициентов квадратичного функционала качества

Элементы матриц P, G обычно выбирают методом проб и ошибок, что существенно затрудняет синтез систем по данному критерию. В данной работе при решении этой проблемы исходили из основного назначения проектируемой системы. Создается подвеска колесной машины, одно из назначений которой обеспечить комфортные условия пассажирам. Для этого в системе должен наблюдаться колебательный процесс с малыми амплитудами перемещений и ускорений. Наличие аperiodического закона движения кузова нежелательно. Чтобы исключить резонансные явления в теле человека в период поездки, частота колебаний кузова не должна превышать 2 Гц. Идею выбора весовых коэффициентов при проектировании колесных машин поясним на простейшей модели.

Для получения физически реализуемой подвески исследуем зависимость основных динамических показателей колесной машины от весовых коэффициентов, представленную формулами:

$$v^2 = \sqrt{\alpha / \mu}; \quad k^2 = (b / b_{kp})^2 = 0,5 + \frac{\gamma}{4\sqrt{\alpha\mu}},$$

где $v^2 = c / m$ - квадрат частоты собственных колебаний кузова; b / b_{kp} - степень демпфирования колебательного процесса; m - масса кузова вместе с пассажирами; c - жесткость подвески; $b_{kp} = 2\sqrt{mc}$ -

критическая величина коэффициента сопротивления гасителей колебаний.

Анализ формул свидетельствует о том, что степень демпфирования находится в прямой зависимости от весового коэффициента γ , причем при $\gamma=0$ степень демпфирования $k \approx 0,7$; при $\gamma>0$ - $k > 0,7$, что соответствует аperiodическому закону движения массы. При проектировании подвески коэффициент γ может принимать отрицательные значения.

Частота собственных колебаний зависит от коэффициентов α и μ . Так как частота колебаний величина положительная, то и весовые коэффициенты α и μ должны быть положительными. Зона их допустимых значений определяется реальным диапазоном частот собственных колебаний колесной машины. Частота колебаний кузова должна быть в пределах 1...2 Гц, следовательно, значения α и μ должны соответствовать этому диапазону. Отсюда можно вывести зависимости между весовыми коэффициентами. Для простейшей модели колесной машины имеем $\nu^2 = \sqrt{\alpha/\mu}$, следовательно, справедлива зависимость

$$\alpha \leq \mu \nu^4 = 12,56^4 \mu.$$

Требование положительной определенности матрицы S устанавливает дополнительную зависимость между весовыми коэффициентами. Так для простейшей модели при $\alpha=10^4$ кН*с/м; $\gamma=-151$ кН*с/м; $\mu=1$ кН*с³/м имеем

$$S_{12} = \sqrt{\alpha\mu} = 100 \text{ кН*с/м};$$

$$S_{22} = \sqrt{\mu(\gamma + 2S_{12})} = 7 \text{ кН*с}^2/\text{м};$$

$$S_{11} = S_{12}S_{22}/\mu = 700 \text{ кН}^2\text{*с}^3/\text{м}^2. \text{ Проверим положительную определенность матрицы } S.$$

$$S = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix}; \quad \Delta_1 = |S_{11}| = 700 > 0;$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 700 & 100 \\ 100 & 7 \end{vmatrix} = 4900 - 10^4 < 0.$$

Один из миноров меньше нуля, т.е. нарушена положительная определенность матрицы S . Следовательно, такое сочетание коэффициентов α, γ, μ не подходит. Положим $\gamma = -56$, оставив значения остальных коэффициентов без изменения. В этом случае получим

$S_{22} = 12; S_{11} = 1200; \Delta_2 = 14400 - 10^4 > 0$, т.е. матрица S положительно определена. Для положительной определенности матрицы S необходимо выполнения условия $S_{11}S_{22} > S_{12}^2$ или $S_{22}^2 > \mu S_{12}$, что возможно при следующей зависимости между весовыми коэффициентами

$$\gamma > -\sqrt{\alpha\mu}.$$

Оценка качества динамических систем

Переходной процесс в системе зависит не только от свойств системы, но и от характера внешнего воздействия. В теории автоматического управления поведение систем рассматривают при типовых воздействиях: единичной ступенчатой функции и гармонической функции единичной амплитуды. Динамические качества исследуемых систем можно оценить по переходной характеристике (при единичной ступенчатой функции) или по АЧХ (при гармонической функции единичной амплитуды).

По переходной характеристике $h(t)$ можно определить прямые оценки качества, к которым относятся (рис. 2):

- длительность переходного процесса t_{nn} , определяемая моментом времени, когда кривая переходного процесса входит в зону, ограниченную заданными пределами Δ - величиной абсолютной погрешности выходной переменной (для большинства систем погрешность составляет 5% от максимального значения);
- период затухающих колебаний T_1 , по которому можно определить частоту затухающих колебаний $\nu_1 = 2\pi/T_1$.

К прямым оценкам качества переходного процесса, определяемым по АЧХ (рис. 3), относятся:

- показатель колебательности;
- резонансная частота;
- полоса пропускания частот;
- частота среза и др.

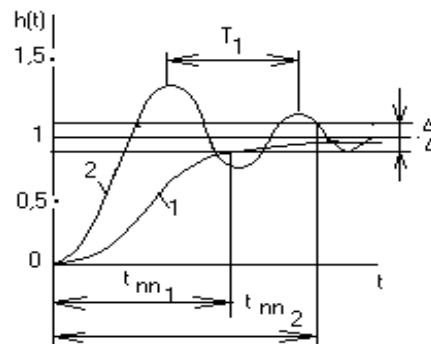


Рис. 2. Переходные характеристики / Transient responses

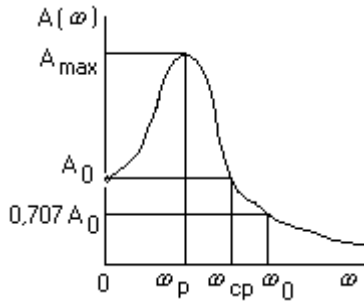


Рис. 3. Амплитудно-частотная характеристика / Frequency response

Показатель колебательности M - отношение максимального значения АЧХ к ее значению при $\omega = 0$ $M = A_{\max} / A_0$.

Показатель колебательности характеризует склонность системы к колебаниям. Чем выше M , тем менее качественна система при прочих равных условиях. Считается допустимым, если $1,1 \leq M \leq 1,5$.

Резонансная частота системы – частота ω_p , при которой АЧХ имеет максимум. На этой частоте гармонические колебания проходят через систему с наибольшим усилением.

Полоса пропускания системы – это интервал частот от $\omega = 0$ до ω_0 , при котором выполняется условие $A(\omega_0) \leq 0,707A_0$.

Полоса пропускания не должна быть слишком широкой, иначе система не сможет гасить высокочастотные воздействия (шумы, помехи).

Частота среза ω_{cp} - частота, при которой АЧХ принимает значение A_0 , т.е. $A(\omega_{cp}) = A_0$. Эта частота косвенно характеризует длительность переходного процесса

$$t_{nn} \cong (1 \div 2)2\pi / \omega_{cp}.$$

Анализ устойчивости систем по фазовой траектории

Анализ устойчивости динамических систем рассмотрим на математической модели колебаний механической системы «автомобиль-дорога». Устойчивость – это внутреннее свойство системы, не зависящее от внешних условий. Свободные колебания кузова автомобиля описываются дифференциальным уравнением (12).

Фазовая плоскость – это плоскость, на которой по одной оси откладывается выходная переменная, а по второй – скорость ее изменения, т.е. строится зависимость $\dot{z} = f(z)$. Графическое изображение этой зависимости называют фазовой траекторией (фазовым портретом).

Получим уравнение фазовой траектории при $b = 0$ – нет сопротивления в системе. Тогда

$m\ddot{z} + cz = 0$ или $\ddot{z} + \nu^2 z = 0$, где $\nu = \sqrt{c/m}$. Характеристическое уравнение $r^2 + \nu^2 = 0$, $r_{1,2} = \pm i\nu$ и решение записывается в виде $z = C_1 \cos \nu t + C_2 \sin \nu t$, где C_1, C_2 – произвольные постоянные, определяемые по начальным условиям. Для удобства введем новые переменные $C_1 = a \cos \varphi$; $C_2 = a \sin \varphi$. Тогда будем иметь $z = a \cos(\nu t - \varphi)$, (14)

где $a = \sqrt{C_1^2 + C_2^2}$ - максимальная амплитуда, $\nu = 2\pi/T$ - круговая частота, φ - начальная фаза гармонических колебаний, $tg \varphi = C_2 / C_1$.

Продифференцируем уравнение (14) по времени $\dot{z} = -\nu a \sin(\nu t - \varphi)$. (15)

Для определения уравнения фазовой траектории разделим обе части уравнения (14) на a и уравнения (15) – на νa , затем возведем в квадрат левые и правые части полученных уравнений и сложим. В итоге получим

$$\frac{z^2}{a^2} + \frac{\dot{z}^2}{\nu^2 a^2} = 1, \quad (16)$$

т.е. фазовая траектория гармонических колебаний представляет собой эллипс с полуосями a и νa соответственно по осям z и \dot{z} . На рис. 4 изображены график гармонических колебаний $z = f(t)$ и соответствующий ему фазовый портрет системы.

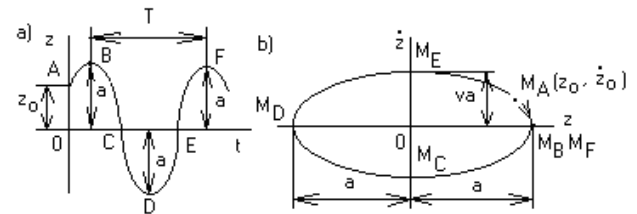


Рис. 4. Гармонические колебания / Harmonic oscillations

Точка M с индексом на фазовой траектории называется изображающей точкой. Индекс соответствует точкам графика $z = f(t)$, т.е. за определенное время изображающая точка проходит вполне определенную часть фазовой траектории, например, каждому периоду T колебаний соответствует прохождение изображающей точкой M контура BCDEF.

Затухающий колебательный процесс на фазовой плоскости изображается в виде спиралевидной сходящейся фазовой траектории (рис. 5).

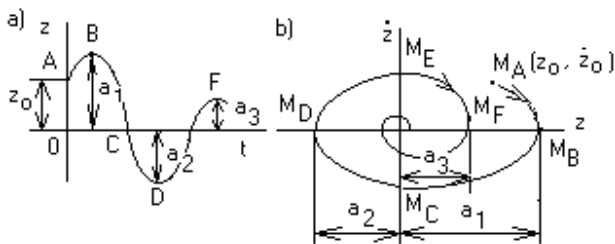


Рис. 5. Затухающий колебательный процесс / Damped oscillatory process

Когда наступает та же фаза колебаний, что и в начальный момент времени, изображающая точка окажется на расстоянии меньшем, чем z_0 .

Технология работы в системе моделирования МВТУ 3.7

Рассмотрим на примере подготовительную работу человека при использовании системы моделирования МВТУ 3.7.

Пример. Дифференциальное уравнение вертикальных колебаний простейшей модели системы «автомобиль-дорога» имеет вид $m\ddot{z} + b\dot{z} + cz = ch \cos \omega t$, (17)

где m - обрессоренная масса кузова автомобиля вместе с пассажирами или грузом и водителем, b - коэффициент сопротивления гидравлического гасителя колебаний, установленного в подвеске автомобиля, c - жесткость подвески, h - максимальная амплитуда неровностей дороги, ω - частота повторения неровностей дороги, z, \dot{z}, \ddot{z} - соответственно перемещение, скорость и ускорение центра масс кузова.

Требуется составить структурную схему модели и подготовить информацию для исследования модели в системе моделирования МВТУ 3.7 при данных для автомобиля МАЗ-7310: $m=38,5\tau$; $b=80\text{кН}\cdot\text{с}/\text{м}$; $c=2216\text{кН}/\text{м}$; $h=0,02\text{ м}$; $\omega=10\text{ }\tilde{\pi}^{-1}$.

Для составления структурной схемы модели разрешим уравнение (17) относительно старшей производной

$$\ddot{z} = (-1/m)(b\dot{z} + cz - ch \cos \omega t). \quad (18)$$

Как видно, \ddot{z} равно сумме трех составляющих и для получения z требуется выполнить дважды интегрирование. Следовательно, структурную схему можно представить в виде рис. 6. На схеме

интегратор изображен передаточной функцией $\frac{1}{p}$; сигналы обратных связей входят в сумматор с обратным знаком, о чем свидетельствует затемненный сектор сумматора.

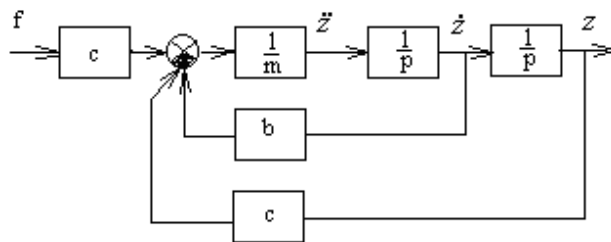


Рис. 6. Структурная схема модели / The block diagram of model

Технология работы в системе моделирования может быть разделена на несколько этапов.

Этап 1. Заполнение Схемного Окна необходимыми типовыми блоками (рис.7)

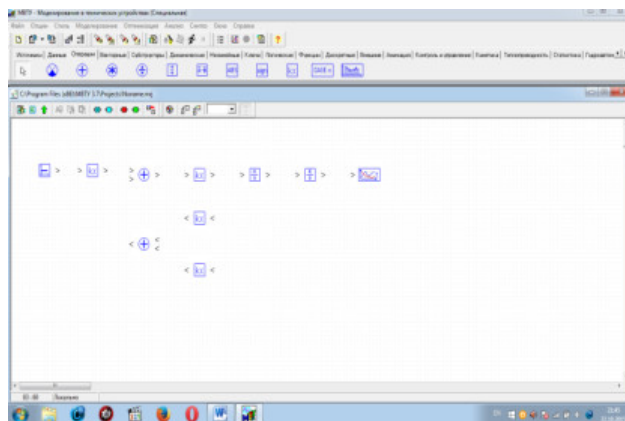


Рис.7. Схемное окно, заполненное типовыми блоками / Circuit window filled by typical blocks

Этап 2. Проведение линий связи на структурной схеме (рис.8)

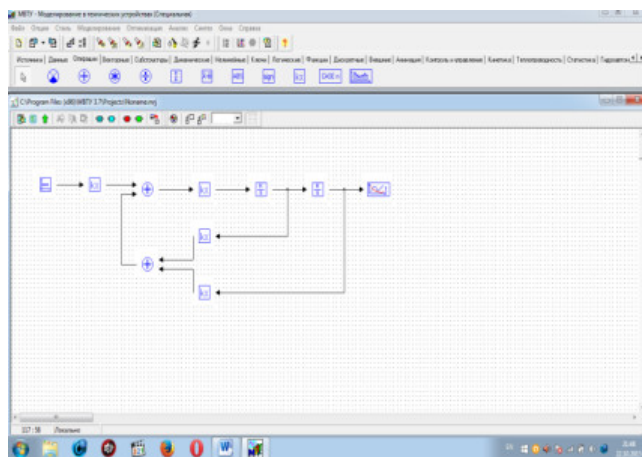


Рис.8. Структурная схема моделирования / Block diagram of the simulation

Этап 3. Ввод параметров структурной схемы (рис.9-10)

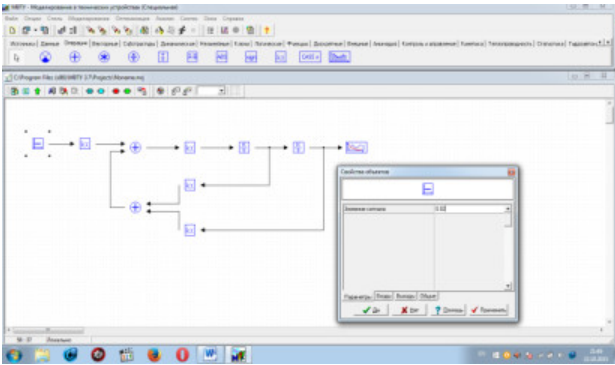


Рис.9. Схемное Окно с диалоговым окном блока Входное воздействие / Circuit window with a dialog window of block Driving force

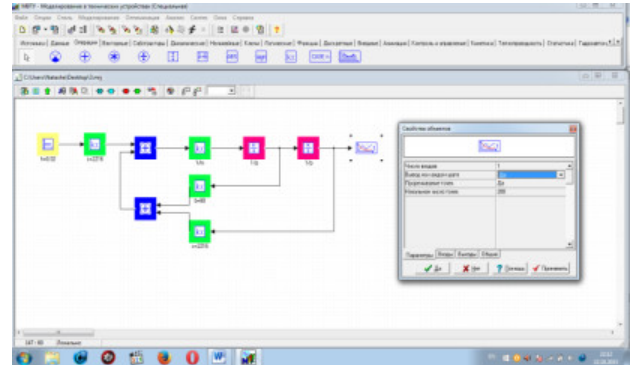


Рис. 12 Схемное Окно с диалоговым окном блока Временной график / Circuit window with a dialog window of block Timeline

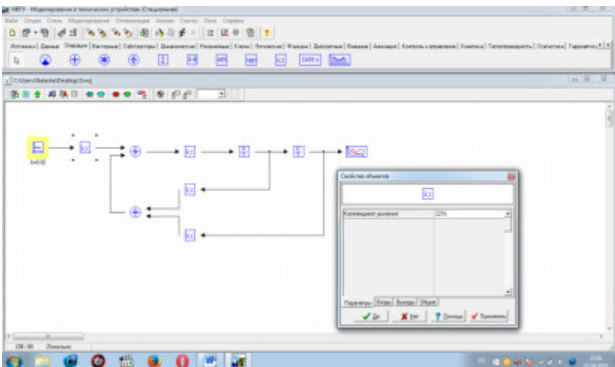


Рис.10 Схемное Окно с диалоговым окном блока Усилитель / Circuit window with a dialog window of block The amplifying unit

Этап 4. Установка параметров интегрирования (рис.11)

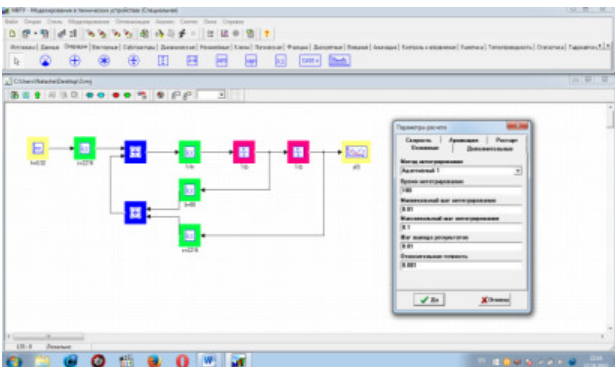


Рис. 11. Диалоговое окно «Параметры расчета» / Dialog window «Calculation parameters»

Этап 5. Открытие Графического окна и ввод его параметров (рис.12)

Этап 6. Моделирование переходного процесс (рис.13)

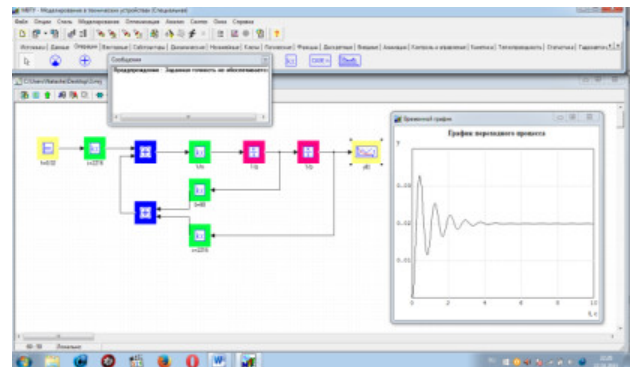


Рис. 13. График переходного процесса / Diagram of the transition process

Система моделирования MBTU 3.7 позволяет моделировать переходные процессы, исследовать устойчивость и выполнять синтез параметров колебательных процессов различных технических устройств: механических, гидравлических, теплотехнических, электротехнических и др., в том числе средств и систем автоматики. Ограниченная версия применима к техническим устройствам с 15-ю степенями свободы.

При проектировании подвесок колесных машин важную роль имеют амплитудно-частотные характеристики. Кроме того, требуется знать не только оптимальные параметры переходного процесса, но и оптимальные параметры подвески. Для этой цели используются современные методы теории управления. Наиболее эффективен метод динамического программирования для непрерывных динамических систем.

В работе [5] ставилась задача создать систему моделирования с графическим редактором, которая позволяла бы создавать в рабочем поле модель структурной схемы и по ней проводить исследования. За основу предлагалось брать блоки системы моделирования ПДС (проектирование динамических систем) [6]. Система моделирования MBTU 3.7 отвечает этим требованиям. Более того,

она имеет алгоритмический язык, на котором можно создавать программные модули для решения других задач.

Результаты

На простой модели колесной машины рассмотрен алгоритм выбора оптимальных параметров подвески. Приведена технология работы в системе моделирования МВТУ 3.7 при исследовании переходного процесса. Полученная переходная характеристика свидетельствует о том, что в системе наблюдается колебательный процесс с большими амплитудами перемещений центра масс кузова. Следовательно, параметры подвески не оптимальны.

Определены методы и средства оптимального проектирования подвески колесных машин. Намечены задачи практического применения системы моделирования МВТУ 3.7 при исследовании динамики колесных машин.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ / REFERENCES

1. Ершова, Н. М. Прикладное динамическое программирование: Монография / Н. М. Ершова. – Днепропетровск: Приднепровская государственная академия строительства и архитектуры, 2013. – 354 с.
Ershova N.M. *Prikladnoe dinamicheskoe programmirovaniye: Monografiya* [Applied Dynamic Programming: Monografiya]. Dnepropetrovsk, Pridneprovskaya gosudarstvennaya akademiya stroitelstva i arkhitektury Publ., 2013. 354 p.
2. Ершова, Н. М. Оптимальное проектирование системы подвешивания железнодорожных экипажей: диссертация д-ра техн. наук: 05.22.07 / Ершова Нина Михайловна; Московский институт инженеров транспорта. – Москва, 1989. – 346 с.
Ershova N.M. *Optimalnoye proektirovaniye sistemy podveshivaniya zheleznodorozhnykh ekipazhey* Dokt. Diss. [Optimal design of the suspension of railway vehicles. Doct. Diss.]. Moscow, 1989. 346 p.
3. Ершова, Н. М. Моделирование и оптимизация колебательных процессов колесных машин: Конспект лекций / Н. М. Ершова, В. И. Ершов. – Днепропетровск: Приднепровская государственная академия строительства и архитектуры, 2001. – 148 с.
Ershova N.M., Ershov V.I. *Modelirovaniye i optimizatsiya kolebatelnykh protsessov kolesnykh mashin: Konspekt lektsiy* [Modeling and optimization of processes of vibrational-wheeled vehicles: Lectures]. Dnepropetrovsk, Pridneprovskaya gosudarstvennaya akademiya stroitelstva i arkhitektury Publ., 2001. 148 p.
4. Системы автоматического регулирования: практикум по математическому регулированию / под ред. Б. А. Карташова. – 2-е изд., перераб. – Ростов-на-Дону: Феникс, 2015. – 458 с.
Kartashov B.A. *Sistemy avtomaticheskogo regulirovaniya* [Systems of automatic regulation]. Rostov-na-Donu: Feniks Publ., 2015. 458 p.
5. Фесенко, Е. Г. К вопросу разработки интерфейса пользователя системы моделирования «Проектирование динамических систем» / Е. Г. Фесенко, Н. М. Ершова // Строительство, материаловедение, машиностроение: сборник

Выводы

Для создания комфортных условий пользователю, который занимается проектированием подвесок колесных машин в системе моделирования МВТУ 3.7, необходимо:

1. Разработать программный модуль «Оптимизация параметров подвески колесной машины методом динамического программирования для непрерывных динамических систем».
2. Разработать программный модуль «Расчет и построение графика амплитудно-частотной характеристики».
3. Организовать взаимодействие новых программных модулей с программами анализа динамических свойств системы моделирования МВТУ 3.7.

научных трудов Приднепровской государственной академии строительства и архитектуры. – Днепропетровск, 2014. – Вып. 78. – С. 282-286.

Fesenko E. G., Ershova N. M. K voprosu razrabotki interfeysa polzovatelya sistemy modelirovaniya «Proyektirovaniye dinamicheskikh sistem» [On the question of the development of the user interface modeling system "Design of dynamic systems"]. *Stroitelstvo, materialovedeniye, mashinostroeniye: sbornik nauchnykh trudov Pridneprovskaya gosudarstvennaya akademiya stroitelstva i arkhitektury* [Construction, materials science, mechanical engineering: Proceedings of the Dnieper State Academy of Construction and Architecture], 2014, issue 78, pp. 282-286.

6. Котов, Е. А. Программный комплекс для автоматизированного исследования и проектирования промышленных роботов / Е. А. Котов, А. М. Максимов, Л. М. Скворцов. – Москва: Машиностроение, 1991. – 56 с.

Kotov E.A., Maksimov A.M., Skvortsov L.M. *Programmnyy kompleks dlya avtomatizirovannogo issledovaniya i proektirovaniya promyshlennykh robotov* [The software package for computer-aided research and design of industrial robots]. Moscow, Mashinostroeniye Publ., 1991. 56 p.

7. Крутько, П. Д. Алгоритмы и программы проектирования автоматических систем / П. Д. Крутько, А. И. Максимов, Л. М. Скворцов. – Москва: Радио и связь, 1988. – 306 с.

Krutko P.D., Maksimov A.M., Skvortsov L.M. *Algoritmy i programmy proektirovaniya avtomaticheskikh sistem* [Algorithms and software design of automatic systems]. Moscow, Radio i svyaz Publ., 1988. 306 p.

8. Инструкция пользователя программным комплексом «Моделирование в технических устройствах» (ПК «МВТУ», версия 3.6) / О. С. Козлов, Д. Е. Кондаков, Л. М. Скворцов, В. В. Ходаковский. – Москва: Учебно-научный центр «НУКЛОН» при МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2008. – 187 с.

Kozlov O.S., Kondakov D.E., Skvortsov L.M., Khodakovskiy V.V. *Instruktsiya polzovatelya programmnyim kompleksom "Modelirovaniye v tekhnicheskikh ustroystvakh" (PK "MVTU", versiya 3.6)* [Manual software package "Simulation in Technical Devices" (PC "SITD", version 3.6)]. Moscow, Uchebno-nauchnyy tsentr "Nuklon" Publ., 2008. 187 p.

9. Пупков, К. А. Методы классической и современной теории автоматического управления. Т. 1-5. / К. А. Пупков, Н. Д. Егупов. – Москва : Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2004.

Pupkov K.A., Yegupov N.D. *Metody klassicheskoy i sovremennoy teorii avtomaticheskogo upravleniya*. [Methods of classic and present theories of automatic management]. Moscow, Moskovskiy gosudarstvennyy tekhnicheskij universitet imeni N. E. Baumana Publ., 2004.

10. Карташов, Б. А. Практикум по автоматике. Математическое моделирование систем автоматического регулирования. / Б. А. Карташов. – Москва : КолосС, 2006. – 184 с.

Kartashov B.A. *Praktikum po avtomatike. Matematicheskoe modelirovanie sistem avtomaticheskogo regulirovaniya* [Workshop on automation. Mathematical modeling of the automatic control systems]. Moscow, KolosS Publ., 2006. 184 p.

11. Певзнер, Л. Д. Практикум по теории автоматического управления. / Л. Д. Певзнер. – Москва : Высшая школа, 2006. – 590 с.

Pevzner L.D. *Praktikum po teorii avtomaticheskogo upravleniya* [Workshop on automatic control theory]. Moscow, Vysshaya shkola Publ., 2006. 590 p.