

УДК 624.014

## ВИБІР РОЗРАХУНКОВОГО ПЕРЕРІЗУ В РАМАХ ЗМІННОЇ ЖОРСТКОСТІ З СУЦІЛЬНОЮ ГНУЧКОЮ СТІНКОЮ

*д.т.н., проф. Білик С.І.  
ас. Склярів І.О.*

*Київський національний університет будівництва і архітектури, м. Київ*

**Постановка задачі.** На сучасному ринку металевих конструкцій в Україні і світі одними з найбільш привабливих для зведення легких рамних каркасів універсального призначення є зварні двотаврові елементи змінної жорсткості з суцільною гнучкою стінкою [1, 2]. Рациональність таких конструкцій досягається зміною розмірів поперечного перерізу рам (висоти й товщини стінки, ширини й товщини поясів) відповідно до епюри згинальних моментів, що приводить до вирівнювання напружень у всіх точках конструкції. Але існуюча методика розрахунку таких конструкцій передбачає перевірку міцності перерізів з максимальним згинальним моментом і, відповідно, максимальною вистою перерізу. При цьому переріз з максимальними напруженнями може знаходитись не в точці з максимальним моментом, а у будь-якій точці вздовж елемента залежно від співвідношення діючих зусиль та геометричних характеристик елемента (які змінюються відповідно до обраного способу формування). В зв'язку з цим постає науково-практична задача розробки методик пошуку небезпечних перерізів в рамних конструкціях змінної жорсткості для забезпечення їх високої надійності та тривалої експлуатації.

Задача підбору перерізу балки рівного опору, в якій у кожному перерізі при зміні зусиль спостерігаються однакові напруження, є класичною задачею опору матеріалів [3]. Але в переважній більшості підручників ця задача вирішується для елементів зі змінною шириною перерізу, а не його висотою. Задача ж для елементів змінної висоти є дещо складнішою, адже в такому випадку функція зміни жорсткості є степеневою, що ускладнює пошук напружень в них. Для балок прямокутного перерізу з клеєної деревини в роботі [4] проведені дослідження для виявлення максимальних напружень в клейових швах. Автором встановлено, що небезпечні перерізи залежно від ступеня змінності перерізу, зміщуються як по довжині елемента, так і по його висоті. Для двоскатних деревофанерних коробчастих тонкостінних балок покриття задачу пошуку небезпечного перерізу при згині вирішено автором [5]. Грунтовні дослідження характеру розподілу нормальних та дотичних напружень в сталевих балках двотаврового перерізу зі змінною висотою стінки проведено автором [6]. По відношенню до двотаврових рамних конструкцій змінної жорсткості, а тим паче з гнучкою стінкою, ці дослідження потребують корегування та уточнення.

Розглянемо типову конструкцію двохарнірної рами (рис. 1а). Колону рами можна спрощено представити як консольну балку прольотом  $l$  навантажену на вільному кінці поперечною силою  $P$  і стискаючою силою  $N$  (рис. 1б).

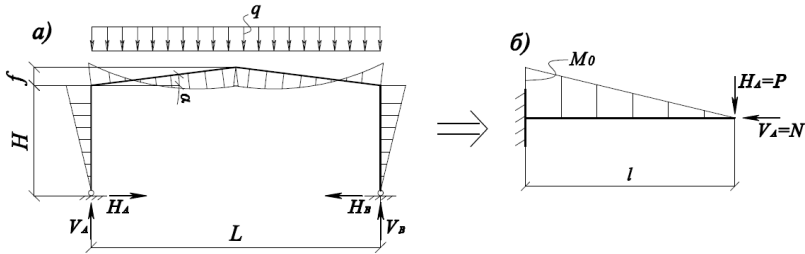


Рис. 1. Конструкція рами (а); модель колони рами у вигляді стиснуто-згнутої консолі (б).

Якщо консольний елемент рами навантажений на вільному кінці поперечною зосередженою силою  $P$  і стискаючою силою  $N$ , тоді згинальний момент буде змінюватися за лінійним законом:

$$M_{xz} = Pl(1-t_z), \quad M_{xz} = M_{x0}(1-t_z), \quad (1)$$

де  $M_{x0} = Pl$  – максимальний згинальний момент від зосередженої сили  $P$ , яка розташована на вільному кінці. Проектування рам змінного перерізу вимагає, щоб для кожного перерізу виконувалась умова міцності:

$$N/A + M_{xz}/W_{xz} \leq R_y \gamma_c; \quad N/A + M_{x0}/W_{x0} \leq R_y \gamma_c. \quad (2)$$

На рис. 2 зображено конструкцію рамного елемента, в якого зміна перерізу досягається використанням стінки, висота якої змінюється по довжині елемента за законом:  $h_z = h_0(1 - \gamma_h z/l)$ , де  $\gamma_h = 1 - h_n/h_0$ ,  $z$  – координата довільної точки по довжині елемента.

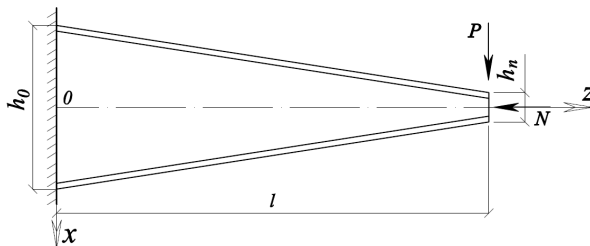


Рис. 2. Консольний елемент рами змінного перерізу з гнучкою стінкою.

Тоді площа перерізу в будь-якій точці з координатою  $z$  по довжині елемента може бути визначена за формулою:  $A = A_0(1 - \gamma_A z/l)$ , де  $\gamma_A = 1 - A_n/A_0$ ,  $A_0$  – площа перерізу максимальної висоти,  $A_n$  – площа перерізу мінімальної висоти. В такому випадку можемо представити формулу (2) у вигляді:

$$\frac{N}{A_0(1-\gamma_A \frac{z}{l})} + \frac{M_{xz}}{W_{xz}} \leq R_y \gamma_c. \quad (3)$$

Перенесемо складову напружень від стискаючої сили у виразі (3) в праву частину, помноживши чисельник і знаменник на  $R_y$ :

$$\frac{M_{xz}}{W_{xz}} \leq R_y \gamma_c - \frac{NR_y}{A_0 R_y (1-\gamma_A \frac{z}{l})}.$$

Замінімо  $\frac{N}{A_0 R_y} = \alpha_0$ ,  $\frac{z}{l} = t_z$ . Тоді умова міцності довільного перерізу

набуває вигляду:

$$\frac{M_{xz}}{W_{xz}} \leq R_y \left( \gamma_c - \frac{\alpha_0}{(1-\gamma_A t_z)} \right). \quad (4a)$$

Для зручності запишемо умову (4a) у вигляді:

$$W_{xz} - \frac{M_{xz}}{R_y \left( \gamma_c - \frac{\alpha_0}{(1-\gamma_A t_z)} \right)} \leq 0. \quad (4b)$$

$W_{xz}$  (момент опору довільного перерізу з координатою  $z$ ) також змінюється, але не за лінійним, а за степеневим законом. Момент опору двотаврового перерізу в цілому можна представити як суму моментів опору полиць  $W_{xf} = W_{xf0}(1-\gamma_{htz})$  і моменту опору стінки  $W_{xw} = W_{xw0}(1-\gamma_{htz})^2$ , які теж змінюються залежно від координати перерізу по довжині елемента рами.

У розгорнутому вигляді умова міцності для будь-якого перерізу елемента рами зі змінною висотою перерізу приймає вигляд (за умови заміни міцності максимального перерізу через необхідний момент опору максимального перерізу):

$$\Phi_z = W_{xf0}(1-\gamma_{htz}) + W_{xw0}(1-\gamma_{htz})^2 - \frac{M_{x0}}{R_y} \frac{(1-t_z)}{\left( \gamma_c - \frac{\alpha_0}{(1-\gamma_A t_z)} \right)} \leq 0 \quad (5)$$

$$\Phi_z = W_{xf0}(1-\gamma_{htz})(\gamma_c(1-\gamma_A t_z) - \alpha_0) + W_{xw0}(\gamma_c(1-\gamma_A t_z) - \alpha_0)(1-\gamma_{htz})^2 - \frac{M_{x0}}{R_y}(1-\gamma_A t_z)(1-t_z) \leq 0$$

Причому повинна виконуватись умова:

$$[\gamma_c(1-\gamma_A t_z) - \alpha_0] \neq 0$$

Для пошуку небезпечного перерізу нас в першу чергу цікавить граничний випадок, коли функція  $\Phi_z$  прівнюється до нуля:

$$W_{xf0}(1-\gamma_{htz})(\gamma_c(1-\gamma_A t_z) - \alpha_0) + W_{xw0}(\gamma_c(1-\gamma_A t_z) - \alpha_0)(1-\gamma_{htz})^2 - \frac{M_{x0}}{R_y}(1-\gamma_A t_z)(1-t_z) = 0$$

Перетворимо останній вираз до вигляду:

$$\frac{W_{xf0}R_y}{M_{x0}}(1-\gamma_h t_z)(\gamma_c(1-\gamma_A t_z)-\alpha_0) + \frac{W_{xf0}R_y}{M_{x0}}(\gamma_c(1-\gamma_A t_z)-\alpha_0)(1-\gamma_h t_z)^2 - (1-\gamma_A t_z)(1-t_z) = 0$$

Ведемо позначення:  $W_{xf0}R_y / M_{x0} = \delta_{Mf0}$  – частина згинального моменту, що сприймається полічками;  $W_{xw0}R_y / M_{x0} = \delta_{Mw0}$  – частина згинального моменту, що сприймається стінками перерізу.

Після перетворення і групування відносно параметра  $t_z$  отримаємо кубічне рівняння в загальному вигляді:

$$t_z^3(\psi_1) + t_z^2(\psi_2) + t_z(\psi_3) + (\psi_4) = 0,$$

З наступними позначеннями:

$$(\delta_{Mw0}(\gamma_A \gamma_c h^2)) = \psi_1; \quad (\delta_{Mf0}(\gamma_h \gamma_c \gamma_A) + \delta_{Mw0}(\gamma_h^2 \gamma_c + 2\gamma_h \gamma_A \gamma_c - \gamma_h^2 \alpha_0) - \gamma_A) = \psi_2;$$

$$(\delta_{Mf0}(-\gamma_c \gamma_A - \gamma_h \gamma_c + \gamma_h \alpha_0) + \delta_{Mw0}(-2\gamma_h \gamma_c - \gamma_A \gamma_c + \alpha_0 2\gamma_h) + \gamma_A + 1) = \psi_3;$$

$$(\delta_{Mf0}(\gamma_c - \alpha_0) + \delta_{Mw0}(\gamma_c - \alpha_0) - 1) = \psi_4.$$

Двотаври з гнучкою стінкою характерні тим, що в них доля стінки в моментів опорі перерізу (а відповідно і доля згинального моменту, який вона сприймає) є досить невисокою і знаходиться в межах:  $\delta_{Mf0}=0,25\dots 0,1$ . Відповідно частина згинального моменту, що сприймається полічками:  $\delta_{Mw0}=0,75\dots 0,9$ . Розглянемо весь діапазон можливих значень змінності перерізу, тобто  $h_n=0,01\dots 0,99$ : за таких умов параметри  $\gamma_h=0,01\dots 0,99$ ;  $\gamma_A=0,32\dots 0,03$ .

Проведені числові дослідження показали, що значення параметра  $\psi_1$  для елементів змінного перерізу з гнучкою стінкою знаходяться в межах  $\psi_1=3,24 \cdot 10^{-8}\dots 0,03$ . При цьому значення коефіцієнтів  $\psi_2, \psi_3, \psi_4=0,1\dots 309$ . За обраною системою координат  $0 \leq t_z = z/l \leq 1$ , тож значення  $t_z^3 \ll 1$ . В зв'язку з цим можна стверджувати, що добуток  $t_z^3 \psi_1$  є величиною на кілька порядків нижчою за інші складові рівняння, тож ним можна знехтувати без суттєвого впливу на кінцевий результат.

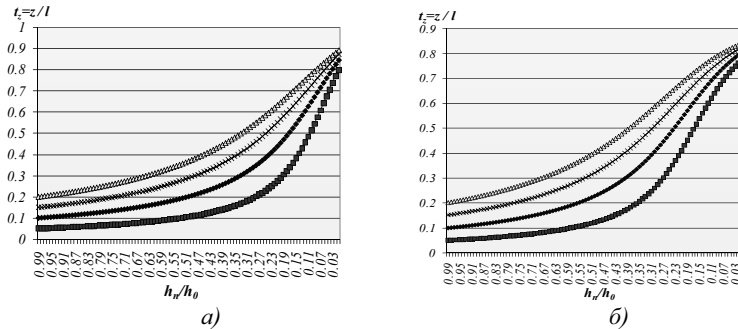


Рис. 3. Координати небезпечного перерізу за значень:

а)  $\delta_{Mf0}=0,75 \delta_{Mw0}=0,25$ ; б)  $\delta_{Mf0}=0,9 \delta_{Mw0}=0,1$ .

Таким чином, функцію небезпечного перерізу можна остаточно представити у вигляді:

$$t_z^2(\psi_2) + t_z(\psi_3) + (\psi_4) = 0.$$

Корені цього рівняння дають нам змогу оцінити координату небезпечного за зведеними нормальними напруженнями перерізу по довжині елемента змінної жорсткості з гнучкою стінкою. Значення цих координат при різних параметрах змінності перерізу наведено на рис 3.

**Висновки.** На основі проведених числових досліджень можна стверджувати, що небезпечним за нормальними напруженнями перерізом елемента із двотавра з гнучкою стінкою змінної висоти при дії стискаючої сили та згинального моменту буде не переріз з максимальним значенням згинального моменту, як прийнято вважати, а точка, розміщена на певній відстані від опори. Координата цієї точки залежить від ступеня змінності перерізу та співвідношень між згинальним моментом та стискаючою силою. Отримані формули цілком прийнятні для пошуку оцінки небезпечних перерізів рамних конструкцій змінної жорсткості з гнучкою стінкою при відповідній схемі статичної відповідності прийнятій розрахунковій схемі.

### ВИКОРИСТАНА ЛІТЕРАТУРА

1. Білик С. І., Склярів І. О. Рациональні рамні каркаси постійного та змінного двотаврового перерізу з підвищеною гнучкістю стінки / С. І. Білик, І. О. Склярів // Збірник наукових праць Українського науково-дослідного та проектного інституту сталевих конструкцій імені В. М. Шимановського. Вип. 5. – К. : Вид-во «Сталь», 2010. – С. 199-209.
2. Склярів І. О., Білик С. І., Бабічев П. Є. Вдосконалення раціональної конструктивної форми рам із елементів змінного двотаврового перерізу з гнучкою стінкою / І. О. Склярів, С. І. Білик, П. Є. Бабічев // Наукова конференція молодих вчених, аспірантів і студентів КНУБА : тези доповідей. – в 2-х частинах. – Ч. 1. – К. : КНУБА, 2010. – С. 53-54.
3. Беляев Н. М. Сопротивление материалов / под ред. И.К. Снитко/ – М. : «Наука», 1965. – 856 с.
4. Кириленко В.Ф. Определение напряжений в клеевых швах дощатоклееных элементов переменной высоты // Композиционные материалы и конструкции для сельскохозяйственного строительства: Межвуз. темат. сб. тр. – Саранск, 1983. – С. 31-34.
5. Кириленко В.Ф., Кузенков М.Ю., Пинчук Е.А. Напряжения в деревофанерних балках постоянного и переменного сечения // Motrol: Motorizacja: Energetyka Rolnictwa. - Vol. 11B. - Simferopol – Lublin, 2009. - С. 196-211.
6. Білик С. І. Рациональні сталеві каркаси малоенергоємних будівель із двотаврів змінного перерізу : дисертація на здобуття ученого ступеня доктора технічних наук : спец. 05.23.01 “Будівельні конструкції, будівлі та споруди” – К., 2008. – 460 с.