УДК 624.014

МЕТОДИКА РОЗРАХУНКУ НА СТІЙКІСТЬ ХОЛОДНОГНУТИХ ШВЕЛЕРІВ З УРАХУВАННЯМ ПЛАСТИЧНИХ ДЕФОРМАЦІЙ

д.т.н. Білик С.І., ас. Усенко В.М.
Київський національний університет будівництва і архітектури, м. Київ

Використання тонкостінних холодногнутих швелерів у фермах, колонах і рамах, а також наближення вітчизняних діючих норм до європейських, підвищує актуальність задач з поглибленого дослідження стійкості профілів відкритого профілю з урахуванням впливу розвитку пластичних деформацій і залишкових напружень.

Дослідження стійкості центрально-стиснутих елементів симетричного перерізу сталевих конструкцій збагачені теоретичними підходами та експериментальними дослідженнями [1-10]. Особливості втрати стійкості центрально-стиснутих профілів симетричного перерізу з урахуванням розвитку пластичних деформацій не втрачають важливості в силу необхідності врахування впливу на їх стійкість залишкових деформацій після прокатування [10-11], а також в силу суттєвого впливу несиметричності перерізу. Ряд останніх теоретичних та експериментальних досліджень показали необхідність вдосконалення теоретичних моделей розрахунку стійкості стержнів відкритого профілю несиметричного перерізу з урахуванням початкових відхилень форми, початкових ексцентриситетів та відхилень граничних умов закріплень при врахуванні розвитку пластичних деформацій [9-11]. Теоретичні положення дотичного і подвійного модуля на сьогодні є основами з визначення несучої здатності стиснутих і позацентрово-стиснутих металевих стержнів у нормативних документах.

У статті розвивається фізико-математична модель стійкості центрально-стиснутого холодногнутого швелера з урахуванням пружно-пластичної роботи сталі, а також врахування залишкових напружень і початкових недосконалостей.

Розглянута втрата стійкості центрально-стиснутого стержня моно-симетричного перерізу (швелера) при початкових недосконалостях ($e_b / i_y , \lambda_y / 750$) в площині найменшої жорсткості (OX). Загальні деформації в крайніх фібрових волокнах при втраті стійкості центрально-стиснутого стержня складаються із залишкових деформацій (ε_0) від прокатування, деформації від згину стержня, а також від поздовжніх середніх деформацій.

$$\varepsilon_i = \pm\varepsilon_0 + \varepsilon_N + \varepsilon_M , \qquad (1)$$

де $\varepsilon_N = \dfrac{N}{AE_{tN}} = \dfrac{N}{AE}\beta_E$, $\beta_E = \dfrac{E}{E_{tN}}$ − середні деформації від поздовжньої сили (N) при приведеному модулі (E_{tN}); ε_0 – залишкові деформації; ε_M –

деформації від згину стержня при кривизні стержня (ρ_y) і відстані від нейтральної поздовжньої осі до фібрових волокон x_j :

$$\varepsilon_{Mj} = \frac{\Delta}{dz} \to tg\alpha = \frac{dz}{\rho_y} = \frac{\Delta}{x_j} \to \frac{x_j}{\rho_y} = \frac{\Delta}{dz}.$$

Максимальні деформації від згину будуть залежати від радіуса кривизни стержня. Кривизна стержня при згині та переміщення (ξ) пов’язані приблизною диференціальною залежністю: $1/\rho_y = -\xi''$. Таким чином, між максимальними деформаціями і кривизною стержня є залежність.

$$\varepsilon_{Mm} = \frac{\Delta}{dz} = \frac{x_m}{\rho_y}.\ \varepsilon_{Mm} = \frac{x_m}{\rho_y} = -\xi'' x_m. \quad (2)$$

Рівняння рівноваги в перерізі розвитку пластичних деформацій при втраті стійкості буде залежати від прогину (f), початкових ексцентриситетів (e_b), і додаткового ексцентриситету (e_t) від зсуву нейтральної осі при розвитку пластичних деформацій з одного боку стержня.

$$\xi'' E_d I_y = -N\left(f + e_b + e_t + l/750\right). \quad (3)$$

В залежності від напрямку розвитку пластичних деформацій та початкових недосконалостей приведена жорсткість стержня ($E_d I_y = EI_{yd}$) з урахуванням розвитку пластичних деформацій буде визначатися за формулою:

$$E_{d1} I_y = \left(E_t I_{y1} + EI_{y2}\right) \to E_{d1} = \frac{E}{I_y}\left(\frac{E_t}{E} I_{y1} + I_{y2}\right),$$

$$E_{d2} I_y = \left(EI_{y1} + E_t I_{y2}\right) \to E_{d2} = \frac{E}{I_y}\left(I_{y1} + \frac{E_t}{E} I_{y2}\right).$$

Рівновага моментів зовнішніх сил і внутрішніх зусиль описується диференціальним рівнянням.

$$\xi'' + \frac{N}{E_d I_y}\xi = -\frac{N}{E_d I_y}\left(e_b + e_t + l/750\right). \quad (4)$$

Загальне рішення однорідного рішення відповідного однорідного рівняння ($\xi'' + \frac{N}{E_d I_y}\xi = 0$) для шарнірно опертого стержня буде:

$$\xi = f\sin\left(\frac{\pi z}{l}\right) \to \xi'' = -\frac{\pi^2 f}{l^2}\sin\left(\frac{\pi z}{l}\right).$$

Максимальні переміщення (f) при координаті $z = l/2$ і кривизна стержня при втраті стійкості зв’язані через другу похідну за переміщенням та кривизну зігнутого поздовжньою силою стержня.

$$\xi''_{z=l/2} = -\frac{\pi^2 f}{l^2}\sin\left(\frac{\pi l}{2l}\right) = -\frac{\pi^2 f}{l^2}\,;\ \frac{1}{\rho_{yz=l/2}} = \frac{\pi^2 f}{l^2}\,. \tag{5}$$

Тепер, максимальні деформації крайніх фібрових волокон середнього перерізу стержня залежать від максимальних переміщень (f).

$$\varepsilon_{Mm} = \frac{x_m}{\rho_y} = -\xi'' x_m\,;\ \varepsilon_{Mm} = \frac{\pi^2 f}{l^2} x_m\,. \tag{6}$$

Враховуючи останні відношення, рівняння рівноваги стержня переходить до рівняння рівноваги, яке об'єднує зовнішній згинальний момент, приведену жорсткість стержня, максимальні переміщення:

$$-\frac{\pi^2 f}{l^2} E_d I_y + N\left(f + e_t + l/750 + e_b\right) = 0\,.$$

При позначенні умовної критичної сили $N_{crt} = \dfrac{\pi^2 E_d I_y}{l^2}$ з останнього рівняння миттєво випливає формула для визначення поперечних переміщень при поздовжньому згині з урахуванням початкових ексцентриситетів і прогинів та з урахуванням розвитку пластичних деформацій $f = \dfrac{e_b + l/750 + e_t}{N_{crt} E_d I_y / N - 1}$. В останній отриманій формулі зручно перейти до критичних напружень (σ_{crt}) через гнучкість стержня $\lambda_y^2 = \dfrac{l^2}{i_y^2}$ та поточних нормальних напружень $\sigma_N = N/A$.

$$\sigma_{crt} = \frac{\pi^2 E_d I_y}{l^2 A} = \frac{\pi^2 E_d i_y^2}{l^2}\,.\quad \sigma_{crt} = \frac{\pi^2 E_d}{\lambda_y^2}\,.\quad f = \frac{e_b + l/750 + e_t}{\sigma_{crt}/\sigma_N - 1}\,. \tag{7}$$

Приведення переміщень за відношенням (7) до радіусу інерції дає такий запис останньої формули (7).

$$\frac{f}{i_y} = \frac{e_b/i_y + \lambda_y/750 + e_t/i_y}{\sigma_{crt}/\sigma_N - 1}\,. \tag{8}$$

Загальні деформації при поздовжньому згині з урахуванням малих ексцентриситетів і пружно-пластичній роботі сталі та залишкових деформацій від прокатування при врахуванні отриманих відношень (6,8) приймуть вигляд:

$$\varepsilon_i = \pm\varepsilon_0 + \frac{N}{AE}\frac{E}{E_{tN}} + \frac{\pi^2}{\lambda_y^2}\frac{e_b/i_y + \lambda_y/750 + e_t/i_y}{\sigma_{crt}/\sigma_N - 1}\frac{x_m}{i_y}\,. \tag{9}$$

Останнє рівняння вирішують шляхом числових досліджень кожного окремого стержня заданого перерізу, або, приблизно прийнявши, що при максимальних пластичних деформаціях $\varepsilon_i = \varepsilon_y$ відношення напруження до розрахункового опору сталі за границею текучості прийнято за коефіцієнт поздовжнього згину при малих ексцентриситетах $\frac{N}{AR_y} = \frac{\sigma_N}{R_y} = \varphi_{yet}$, а момент опору перерізу ($W_y = I_y / x_m$) пов'язаний із зовнішнім згинальним моментом:

$$m_y = \frac{e_b x_m}{i_y^2} = \frac{e_b x_m A}{I_y} = \frac{e_b A}{W_y} .$$

$$\varepsilon_i = \varepsilon_0 + \varphi_{yet} \frac{R_y}{E_{tN}} + \frac{\pi^2}{\lambda_y^2} \frac{e_b / i_y + \lambda_y / 750 + e_t / i_y}{\frac{\sigma_{crt}}{\varphi_{yet} R_y} - 1} m_y \frac{i_y}{e_b} . \qquad (10)$$

Отриманий критерій стійкості (10) за деформаціями вказує на зв'язок між обмеженими (граничними) поточними крайовими пластичними деформаціями сталі (ε_i), поздовжнім навантаженням при врахуванні змінного дотичного модуля і змінними геометричними характеристиками перерізу внаслідок розвитку пластичних деформацій в залежності від гнучкості стержня. Перетворення рівняння виконано за умови: $\frac{\pi^2}{\lambda_y^2} \frac{E_d}{\varphi_{yet} R_y} - 1 \neq 0$.

$$\varphi_{yet}^2 - \frac{E_{tN}}{R_y} \varphi_{yet} \left[\frac{\sigma_{crt}}{E_{tN}} + (\varepsilon_i \mp \varepsilon_0) + \frac{\pi^2}{\lambda_y^2} (e_b / i_y + \lambda_y / 750 + e_t / i_y) m_y \frac{i_y}{e_b} \right] + \frac{\sigma_{crt}}{R_y} \frac{E_{tN}}{R_y} (\varepsilon_i \mp \varepsilon_0) = 0 \cdot$$

Рішення останнього квадратного рівняння відносно φ_{yet} .

$$\varphi_{yet} = \frac{1}{2} \frac{E_{tN}}{R_y} \left[\frac{\sigma_{crt}}{E_{tN}} + (\varepsilon_i \mp \varepsilon_0) + \frac{\pi^2}{\lambda_y^2} (e_b / i_y + \lambda_y / 750 + e_t / i_y) m_y \frac{i_y}{e_b} \right] \pm \qquad (11)$$

$$\pm \sqrt{\frac{1}{4} \left\{ \frac{E_{tN}}{R_y} \left[\frac{\sigma_{crt}}{E_{tN}} + (\varepsilon_i \mp \varepsilon_0) + \frac{\pi^2}{\lambda_y^2} (e_b / i_y + \lambda_y / 750 + e_t / i_y) m_y \frac{i_y}{e_b} \right] \right\}^2 - \frac{\sigma_{crt}}{R_y} \frac{E_{tN}}{R_y} (\varepsilon_i \mp \varepsilon_0)} .$$

Слід відмітити, що основна складність обчислення за отриманою формулою (φ_{yet}) лежить в площині встановлення, або прийняття, взаємозв'язку між гнучкістю стержня (λ_y^2) і дотичним модулем пружності (E_{tN}), які зі свого боку пов'язані зі значенням приведеного модуля (E_d), формою перерізу і відповідного можливого значення додаткового ексцентриситету (e_t) від зсуву нейтральної осі при розвитку пластичних деформацій. Розроблена більш вдосконалена фізико-математична модель втрати стійкості центрально-стиснутих профілів відкритого несиметричного перерізу відкриває можливість правильно оцінити результати експериментальних досліджень.

ВИКОРИСТАНА ЛІТЕРАТУРА

1. Нілов О.О., Пермяков В.О., Шимановський О.В., Білик С.І., Лавріненко Л.І., Володимирський В.О, Бєлов І.Д. Металеві конструкції./ Під. заг. ред. О.О. Нілов, О.В. Шимановський - К.: «Сталь», 2010.- 869.
2. Стрелецкий Н.С. Работа сжатых стоек. – М.: Госстройиздат, 1959. – 281 с.
3. Блейх Ф. Устойчивость металлических конструкций. – М.: Госиздат физ-мат литературы, 1959. – 544 с.
4. Бельский Г.Е., Одеський П.Р. О едином подходе к использованию диаграмм работы строительных сталей. – Пром. стр-во, 1980, №7, с. 4-6.
5. Стрелецкий Н.Н., Бельский Г.Е., Любаров Б.И., Чернов А.Л. Расчет элементов стальных конструкций по критерию предельных пластических деформаций. – Промышленное строительство, 1978, №6, с. 7-11.
6. Чувикин Г.М. Об устойчивости за пределом упругости внецентренно-сжатых тонкостенных стержней открытого профиля. – В кн.: Исследования по стальным конструкциям. – М.: Госстройиздат, 1982, с. 70–159.
7. Феодосьев В.И. Избранные задачи и вопросы по сопртивлению материалов. – М.: Наука, 1975.-376 с.
8. Белый Г.И. К деформационному расчёту упруго-пластических тонкостенных стержней. – Известия вузов. Строительство и архитектура, 1984, №9, с. 24-27.
9. Астахов И.В. Пространственная устойчивость элементов конструкций из холодногнутых профилей. Дис. на соиск. учен. степ. канд. техн. наук (05.23.01) – Санкт-Петербург, 2006. – 123 с.
10. Малевич А.И., Ракша С.В. О нормативном расчете местной устойчивости центрально-сжатых тонкостенных стержней // Вісник Придніпров'я. Держ. Академії буд-ва і арх-ри: Зб. наук. пр. - 2003 – С. 22–27.
11. Бєлов І.Д., Білик С.І., Усенко М.В., Джамбуєв М.М. Експериментальні випробування сталевих гнутих профілів з перерізами відкритого типу. // Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди. // Зб. наук. пр. Вип. 16. – Рівне. МОН України, НУВГП, 2008. – С. 66–72.