

## РАСЧЕТ УСТОЙЧИВОСТИ БОРТА КАРЬЕРА С УЧЕТОМ ТРЕЩИН И СЛАБЫХ КОНТАКТОВ МЕЖДУ ЭЛЕМЕНТАМИ

к.т.н., доц. Полищук А.С.

Днепропетровский национальный университет, г. Днепропетровск

**Введение.** Инженерные методики расчета устойчивости имеют ограниченные возможности по учету различных неоднородностей и тектонических нарушений внутри горного массива. Применение методик, основанных на методе конечных элементов (МКЭ), дает в этом случае определенные преимущества, т.к. МКЭ может служить аппаратом математического моделирования всех процессов, протекающих в массиве. При этом появляется возможность при решении задачи автоматически сопоставлять напряжения с прочностными свойствами горных пород и с помощью определенных процедур обеспечить соответствие картины напряжений условиям равновесия и заданным свойствам массива. [1]

**Основная часть.** Как показывает анализ основных деформационных процессов на карьерах, основное влияние на устойчивость борта карьера оказывают прослой слабые пород и такие структурные нарушения как трещины. С учетом этого в методику расчета устойчивости борта карьера при использовании МКЭ оказывается необходимым введение дополнительных элементов, имитирующих контакт слоев и трещины. Вообще говоря, возможно изображение таких контактов и трещин набором элементов обычной формы с пониженными прочностными свойствами. Однако, использование обычных элементов, которые не могут быть очень узкими и длинными, требуют искусственного увеличения толщины контакта либо чрезмерного сгущения сети элементов, что может сказаться на точности расчетов. В настоящее время существуют различные способы моделирования контактов. Р.Гудман [2] предложил специальный контакт- элемент, который завоевал широкую популярность при решении задач подобного рода. Контакт- элемент схематически изображен на рис.1.

Хотя он изображен в виде прямоугольника с четырьмя узлами 1,2,3,4, пары узлов 1 и 2, 3 и 4 имеют одинаковые координаты, т.е. фактически элемент имеет нулевое раскрытие.

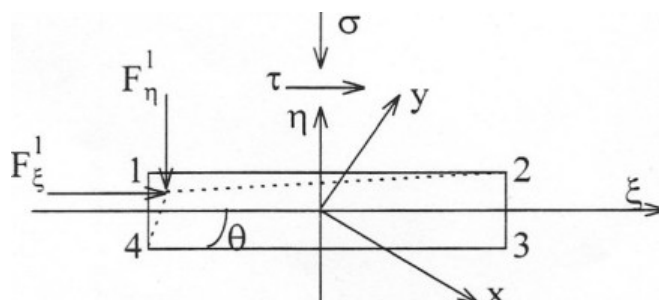


Рис.1. Контакт-элемент Гудмана.

Под действием нормального  $\sigma$  и касательного  $\tau$  напряжений элемент испытывает нормальные  $\delta_\eta$  и касательные  $\delta_\xi$  деформации. Связь напряжений с деформациями, характеризуется линейными уравнениями:

$$\sigma = k_\eta \delta_\eta \quad \tau = k_\xi \delta_\xi \quad (1)$$

Минимально возможное (растягивающее) напряжение, нормальное к плоскости контакта, ограничивается прочностью контакта на растяжение  $T$  ( $\sigma_{\min} = T$ ). У разорванного контакт-элемента прочность на растяжение снижается до нуля.

После полного закрытия контакта при сжатии его нормальный модуль  $K$  возрастает до модуля окружающих блоков.

Предельное сопротивление сдвигу характеризуется уравнением Кулона

$$\tau_{\max} = C + tg\varphi \quad (2)$$

Система уравнений, связывающая восемь нормальных и касательных узловых сил с восемью перемещениями, имеет вид:

$$\begin{Bmatrix} F_\xi^1 \\ F_\eta^1 \\ F_\xi^2 \\ F_\eta^2 \\ F_\xi^3 \\ F_\eta^3 \\ F_\xi^4 \\ F_\eta^4 \end{Bmatrix} = l \begin{bmatrix} 2k_\xi & 0 & -k_\xi & 0 & k_\xi & 0 & -2k_\xi & 0 \\ 0 & 2k_\eta & 0 & -k_\eta & 0 & k_\eta & 0 & -2k_\eta \\ -k_\xi & 0 & 2k_\xi & 0 & -2k_\xi & 0 & k_\xi & 0 \\ 0 & -k_\eta & 0 & 2k_\eta & 0 & -2k_\eta & 0 & k_\eta \\ k_\xi & 0 & -2k_\xi & 0 & 2k_\xi & 0 & -k_\xi & 0 \\ 0 & k_\eta & 0 & -2k_\eta & 0 & 2k_\eta & 0 & -k_\eta \\ -2k_\xi & 0 & k_\xi & 0 & -k_\xi & 0 & 2k_\xi & 0 \\ 0 & -2k_\eta & 0 & k_\eta & 0 & -k_\eta & 0 & 2k_\eta \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta_\xi^1 \\ \delta_\eta^1 \\ \delta_\xi^2 \\ \delta_\eta^2 \\ \delta_\xi^3 \\ \delta_\eta^3 \\ \delta_\xi^4 \\ \delta_\eta^4 \end{Bmatrix}, \quad (1.3)$$

где  $l$  - длина элемента;  $k_\xi$ ,  $k_\eta$  - коэффициенты (модули) сдвиговой и нормальной жесткости контакта, отнесенные к единице площади.

Если направления осей глобальных координат  $x$  и  $y$  не совпадают с направлениями локальных осей  $\xi$ , и  $\eta$ , как это изображено на рис.1, то узловые силы в глобальной системе будут связаны с аналогичными величинами в локальной системе следующими соотношениями:

$$\begin{Bmatrix} \delta_\xi^i \\ \delta_\eta^i \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sin\theta & \cos\theta \\ \cos\theta & \sin\theta \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \end{Bmatrix}, \quad (4)$$

$$\begin{Bmatrix} F_x^i \\ \delta_y^i \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} -\cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \end{Bmatrix}, \quad (5)$$

Подстановка попарно уравнений(4) в уравнения(5), а затем уравнений (3) попарно в формулы (5) приводит к системе уравнений между узловыми силами и перемещениями в глобальной системе координат:

$$\begin{Bmatrix} F_1^x \\ F_1^y \\ F_2^x \\ F_2^y \\ F_3^x \\ F_3^y \\ F_4^x \\ F_4^y \end{Bmatrix} = l \begin{bmatrix} -2A & 2B & A & -B & -A & B & 2A & -2B \\ 2B & 2A & -B & -A & B & A & -2B & -2A \\ A & -B & -2A & 2B & 2A & -2B & -A & B \\ -B & -A & 2B & 2A & -2B & -2A & B & A \\ -A & B & 2A & -2B & -2A & 2B & A & -B \\ B & A & -2B & -2A & 2B & 2A & -B & -A \\ -2A & -2B & -A & B & A & -B & -2A & 2B \\ -2B & -2A & B & A & -B & -A & 2B & 2A \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ u_2 \\ v_2 \\ u_3 \\ v_3 \\ u_4 \\ v_4 \end{Bmatrix} \quad (6)$$

где

$$l = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2},$$

$$A = \sin\theta\cos\theta(k_\xi + k_\eta),$$

$$B = k_\xi \cos^2\theta + k_\eta \sin^2\theta.$$

Коэффициенты матриц жесткости контакт-элементов используются при формировании матрицы жесткости системы обычным образом. Удовлетворение условий прочности по отношению к растяжению и сдвигу в контакт элементах может осуществляться с помощью переменных модулей методом начальных напряжений.

Альтернативный метод введения контакта в конечно-элементную схему предложен А.Б.Фаддеевым [1]. Он позволяет рассматривать контакт между элементами и различные трещины как трещину с плотно сомкнутыми шероховатыми берегами, не обладающими какой-либо податливостью в нормальном и касательном направлениях. Пока напряжения в плоскости контакта не достигают заданной прочности на растяжение ( $\sigma=T$ ) или на сдвиг ( $\tau = C + \sigma \operatorname{tg} \varphi$ ), то в плоскости контакта область сохраняет сплошность. Если происходит разрыв под действием растягивающего напряжения, то берега образующейся трещины не влияют друг на друга, и в дальнейшем область рассматривается как область с разрезом. Если же предельного значения достигает сдвигающее напряжение, то разрыв сплошности возникает, однако берега продолжают взаимодействовать.

Реализация изложенной модели достигается в следующем порядке.

Пусть в рассматриваемой области (рис.2) линия АВ является контактом с пониженными прочностными свойствами. Область разбивается на элементы таким образом, чтобы линия контакта совпадала с границами элементов. Узлам, лежащим на контакте, присваиваются двойные номера: каждый из этих номеров принадлежит элементам по одну сторону контакта.

В обычном порядке составляется матрица жесткости системы (МЖС), которая, по существу, будет представлять собой набор изолированных матриц для каждой из подобластей, разделенных контактами. Далее в цикле по всем контактным парам узлов необходимо модифицировать МЖС в зависимости от условий в узловой паре.

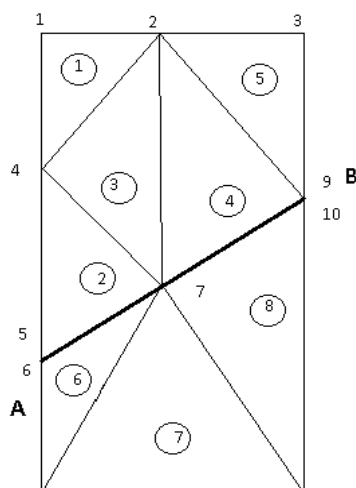


Рис 2. Расположение контакта АВ в сети конечных элементов

По напряжениям в элементах, примыкающих к узлу (например, в элементах 2,3,4, примыкающих к узлу 7), вычисляются силы  $F_x$  и  $F_y$  в этом узле, нормальная и касательная силы  $F_\eta$  и  $F_\xi$  к плоскости контакта.

$$\begin{Bmatrix} F_\xi \\ F_\eta \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\beta & \sin\beta \\ -\sin\beta & \cos\beta \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} F_x \\ F_y \end{Bmatrix} \quad (1.7)$$

Нормальная и касательные силы делятся на длину участка контакта, примыкающую к данному узлу, и определяют нормальное и касательное напряжения  $\sigma$  и  $\tau$ . Напряжения сравниваются с заданными предельными величинами, и в зависимости от результатов проверки производится следующая модификация МЖС:

1.  $\sigma > T$ ,  $\tau < C + \sigma \tan\phi$ . Этим условиям удовлетворяет исходное состояние, когда напряжения в элементах равны нулю. Разрыва сплошности в узле нет, оба узла контактной пары (7 и 8 в рассматриваемом примере) будут иметь одинаковые перемещения. Коэффициенты 15 и 16 столбцов МЖС, относящиеся к узлу 8, добавляются соответственно к 13-му и 14-му столбцам, относящимся к узлу 7. Узлу 8 присваиваются признаки фиксации по направлениям и , ко-

которые обеспечивают игнорирование 15-го и 16-го уравнений. Модифицированная таким образом МЖС уже не содержит разрыва в узле 7.

–  $\sigma < T$ . В узле имеет место разрыв, модификация МЖС не нужна. Оба узла по обе стороны контакта будут иметь совершенно независимые перемещения.

–  $\tau \geq C + \sigma$ . В узле происходит сдвиг по контакту. Анализируется направление напряжения  $\tau$ , которое определит направление сдвига контакта. Допустим, верхняя половина контакта с узлом 7 сдвигается вправо по контакту. Направление скольжения АВ определяется ориентировкой контакта  $\beta$ . Таким образом, перемещения узла 7 не являются независимыми параметрами, а связаны друг с другом соотношением  $V_7 = U_7 \operatorname{tg} \beta$ . Элементы 14-го столбца МЖС, относящиеся к  $V_7$ , умножаются на  $\operatorname{tg} \beta$  и добавляются к элементам 13-го столбца. Узлу 7 по направлению  $u$  присваивается фиксация, что обеспечивает игнорирование 14-й строки при решении системы уравнений, ранг которой таким образом уменьшается на единицу. К узлу 7 прикладывается сила трения по контакту, равная  $F_7 = 1 (C + \sigma \operatorname{tg} \phi)$  и противоположная направлению сдвига. Два компонента этой силы  $F_{7x} = F_7 \cos \beta$ ,  $F_{7y} = F_7 \sin \beta$ , добавляются к общему вектору сил.

Аналогичные операции выполняются и в другом узле контактной пары. После просмотра всех контактных пар и модификации МЖС решается система уравнений. Рассчитываются напряжения в элементах. На место модифицированной МЖС вводится исходная МЖС. Вновь анализируются условия в узловых парах, и если условия не выполняются (с заданной точностью хотя бы в одной контактной паре), то по вновь модифицированной МЖС и новом наборе узловых сил снова решается система уравнений и т.д.

Обе указанные модели реализованы в рамках общего конечно-элементного подхода, описанного в [1]. Тестовые расчеты показывают, что более удобным в данном случае представляется методика моделирования контактов, предложенная А.Б.Фаддеевым, т.к. она не требует использования специальных элементов, что сопряжено с использованием в конечно-элементной сетке элементов разного типа.

Таким образом, с помощью описанного подхода можно в рамках одной модели учесть такие факторы развития деформационных процессов на карьерах, как прослой слабых пород, контакты блоков пород и тектонические трещины.

## ИСПОЛЬЗОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Фаддеев А.Б. Метод конечных элементов в геомеханике. М.: Недра, 1987.- 221с.

Goodman R.E., Taylor R.E, Brekke T.L. A model for the mechanics of jointed rock. Proc. ASCE. Vol. 94.No.EM3, 1968.