

УДК 624.012/2:624.04

**ВАРИАЦИОННЫЙ МЕТОД РАСЧЕТА ПРОЧНОСТИ
КАМЕННОЙ КЛАДКИ ПРИ МЕСТНОМ СЖАТИИ**

*В.П.Митрофанов, О.А.Довженко, В.В.Погребной, канд. техн. наук
Полтавский национальный технический университет
имени Юрия Кондратюка, Полтава*

Постановка проблемы. В практике реконструкции и усиления зданий и сооружений часто встречается случай напряженно-деформированного состояния каменной кладки – местное сжатие (смятие).

Согласно норм [1, 2, 3] расчет каменных и бетонных элементов на смятие производится по эмпирической зависимости Баушингера, в которой за определяющий фактор принимается отношение так называемой «расчетной» площади A_{loc2} к площади смятия A_{loc1} . Однако величина A_{loc2} является условной, поскольку не имеет достаточно четкого определения, позволяющего находить ее. Поэтому нормы не дают общих рекомендаций, а лишь содержат сведения по назначению A_{loc2} для ограниченного перечня случаев смятия.

Характер разрушения образцов каменной кладки при смятии свидетельствует о формировании в стадии разрушения определенной предельной структуры – кинематического механизма, отличающегося для различных случаев смятия, но не учитываемого формулой Баушингера. Поэтому совершенствование расчета прочности должно быть направлено на отображение разнообразия кинематических механизмов разрушения, что доступно только достаточно общим методам. Таким представляется вариационный метод теории идеальной пластичности бетона, разработанный в ПНТУ имени Юрия Кондратюка [4].

Целью данной статьи является обоснование возможности применения вариационного метода теории пластичности к решению задач прочности каменных конструкций при местном приложении сжимающей нагрузки.

Изложение основного материала. Предлагаемая методика расчета прочности базируется на следующих предпосылках: в стадии разрушения применяется предпосылка об идеальной пластичности элемента; в качестве пластического потенциала используется условие прочности Баландина-Гениева [5]; связь скоростей деформаций ξ_{ij} с напряжениями σ_{ij} находится из ассоциированного закона пластического деформирования; используются схема жестко-пластического тела и решения задач в разрывных функциях скоростей.

Расчет выполняется в следующей последовательности:

- для рассматриваемого случая смятия принимается кинематически возможная схема разрушения элемента, то есть задается очертание поверхности разрушения (разрыва скоростей), разделяющей ранее целый

элемент на полагаемые абсолютно жесткими части, совершающие в стадии разрушения взаимное движение с некоторыми скоростями. При этом вводятся геометрические параметры g_i , определяющие поверхность разрушения и скорости движения частей элемента V_i ; принятая кинематически возможная схема разрушения элемента отображает специфику напряженно-деформированного состояния в стадии разрушения рассматриваемого элемента или конструкции;

- на поверхности разрушения S_1 находятся разрывы (скачки) нормальной ΔV_n и касательной ΔV_t к S_1 составляющих скорости, выражаемые через параметры g_i, V_j ;

- записывается функционал принципа виртуальных скоростей и напряжений [6], который положителен и на действительном напряженно-деформированном состоянии достигает минимума равного нулю;

- находится выражение предельной нагрузки F_u через параметры g_i и отношение скоростей $k_j = V_j / V_F$, где V_F – скорость точки приложения нагрузки;

- из условия минимума предельной нагрузки определяются неизвестные величины g_i и k_j , по которым затем вычисляется F_u .

Рассмотрим расчет прочности стенки, нагруженной полосовой односторонней центральной нагрузкой (рис. 1, а).

Кинематически возможная схема разрушения включает в себя два диска I, перемещающихся со скоростями соответственно V_1 и $-V_1$, и диск II, который движется со скоростью V_2 вдоль направления действия нагрузки. Диски разделены между собой поверхностью разрушения, которая состоит из двух площадок 1-2 и площадки 2-3. По площадкам 1-2 действуют предельные нормальные σ_u и касательные τ_u напряжения, которые определяются в соответствии с условием прочности бетона [5]. Площадка 2-3 является главной с растягивающими напряжениями $\sigma_u = R_{bt}$.

Неизвестными данной задачи являются предельная нагрузка F_u или $R_{b,loc} = F_u / A_{loc1}$, угол γ (угол наклона площадки разрушения к вертикали) и отношение скоростей $k = V_1 / V_2$.

Находим разрывы нормальной и касательной составляющих скоростей по площадкам 1-2: $\Delta V_n = V_1 \cos \gamma - V_2 \sin \gamma$, $\Delta V_t = V_1 \sin \gamma + V_2 \cos \gamma$.

Площадь поверхности 1-2: $S = l_{loc} / 2 \sin \gamma$.

Соответственно по площадке 2-3: $\Delta V_n = 2V_1$, $\Delta V_t = 0$.

Записываем функционал для плоского напряженного состояния и приравниваем его 0.

$$I = m \left[\int_{S_1} 2B \left(1 + 0,25 \left((V_1 \sin \gamma + V_2 \cos \gamma) / (V_1 \cos \gamma - V_2 \sin \gamma) \right)^2 \right)^{0,5} - 1 \right] * \quad (1)$$

$$(V_1 \cos \gamma - V_2 \sin \gamma) l_{loc} / \sin \gamma + 2R_{bt} V_1 (h - l_{loc} / 2) - R_{b,loc} b l_{loc} V_2 = 0,$$

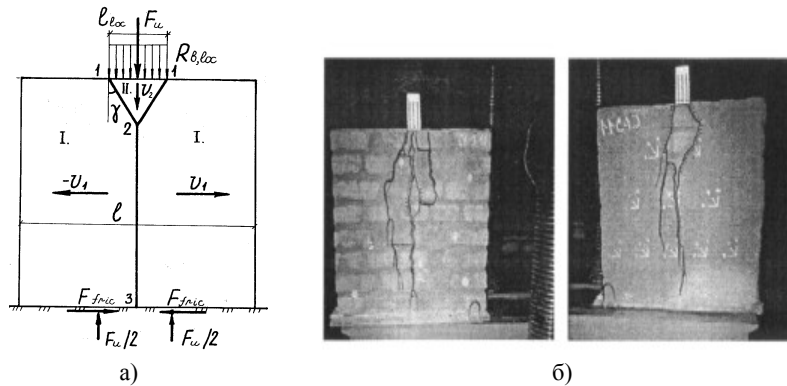


Рис.1 Одностороннее центральное смятие-раскалывание стенки:
 а – принятая кинематическая схема разрушения; б – характер разрушения
 кирпичных стенок при $\alpha = h / l_{loc} = 15,75$

Находим предельную нагрузку в зависимости от определяющих факторов, имея ввиду, что $\alpha = h / l_{loc}$:

$$F_u / A_{loc1} m = R_{b,loc} / m = \left[2B \left((k - \text{tg} \gamma)^2 + 0,25(1 + k \text{tg} \gamma)^2 \right)^{0,5} - (k - \text{tg} \gamma) \right] / \quad (2)$$

$$\text{tg} \gamma + R_{bt} k (2\alpha \text{tg} \gamma - 1) / m,$$

где $B^2 = (1 + \chi / (1 - \chi)^2) / 3$, $\chi = R_{bt} / R_b$, $m = R_b - R_{bt}$.

Особенностью данной задачи является возможность учета сил трения между опорной гранью образца и площадью основания.

Проводился анализ сходимости теоретической прочности F^{calc} с опытной F^{test} по величине отношения F^{calc} / F^{test} на основе обработки данных 67 бетонных пластинок [7]. Анализ показал среднее отношение $\bar{X} = F^{calc} / F^{test} = 0,97$ с коэффициентом вариации $v = 14,5\%$, что свидетельствует о достаточной близости теоретической прочности к опытной и служит обоснованием применимости вариационного метода теории идеальной пластичности к решению рассмотренного типа задач.

Картина разрушения опытных образцов из кирпичной кладки [8, 9] (рис. 1, б) подтверждает схему разрушения на рис. 1, а.

Однако в кирпичной кладке наблюдается и другая картина разрушения, обусловленная неравномерностью передачи нагрузки, приводящей к несимметричному разрушению с образованием неравностороннего клина у площадки нагружения и распространением трещины раскалывания под углом к вертикали (рис. 2, а).

Кинематически возможная схема разрушения для такого случая представлена на рис. 2, б.

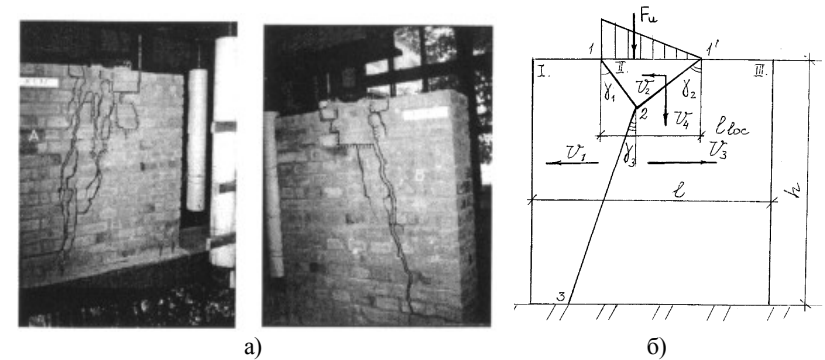


Рис. 2. Одностороннее центральное неравномерное смятие стенки:
 а – характер разрушения кирпичных стенок при $\alpha = h/l_{loc} = 5,2$;
 б – кинематическая схема разрушения стенки

В этом случае неизвестными будут: углы γ_1 , γ_2 , и γ_3 , определяющие геометрию поверхности разрушения, соотношения скоростей $k_1=(V_1-V_2)/V_4$, $k_2=(V_3+V_2)/V_4$, $k_3=(V_1+V_3)/V_4$ и предельная нагрузка, которая определяется зависимостью

$$R_{b,loc} / m = \left[2B \left((k_1 - tg\gamma_1)^2 + 0,25(1 + k_1 tg\gamma_1)^2 \right)^{0,5} - (k_1 - tg\gamma_1) \right] /$$

$$(tg\gamma_1 + tg\gamma_2) + \left[2B \left((k_2 - tg\gamma_2)^2 + 0,25(1 + k_2 tg\gamma_2)^2 \right)^{0,5} - (k_2 - tg\gamma_2) \right] / \quad (3)$$

$$(tg\gamma_1 + tg\gamma_2) + R_{bt} k_3 (\alpha - 1/6 tg\gamma_3) / m,$$

В ходе решения задачи вводились упрощения: принят вариант возможной неравномерности – распределение нагрузки по треугольнику; полагалось, что вершина клина уплотнения находится на линии действия нагрузки F_u . Такие упрощения привели к зависимости $tg\gamma_1=0,5tg\gamma_2$. Трещина раскалывания считалась распространяющейся по направлению от середины

площадки нагружения через вершину клина уплотнения ($\text{tg}\gamma_1=2\text{tg}\gamma_3$).

Анализ зависимости (3) и опытных данных [8] позволяет сделать вывод, что неравномерность приложения нагрузки не понижает прочность стенки. Поэтому предлагается определять прочность каменных стен при центральном одностороннем приложении сжимающей нагрузки по зависимости (2).

Проведен сравнительный анализ теоретической прочности, рассчитанной по (2), и опытной [8, 9]. Для 14 опытных образцов среднее отношение теоретической прочности к опытной составило $\bar{x}=1,09$ с коэффициентом вариации $c_v=20\%$. Соответствующие статистические характеристики для теоретической прочности, рассчитанной по СНиП были:

$\bar{x}=1,04$, $c_v=36\%$.

При угловом смятии стен разрушение, как правило, происходит по плоскости среза (рис. 3, а), наклоненной к вертикали под углом γ . Тело элемента при этом разделено на две части, одна из которых движется относительно другой со скоростями V_1 и V_2 (рис. 3, б). Неизвестными задачи будут $R_{b,loc}$, γ и $k = V_1 / V_2$.

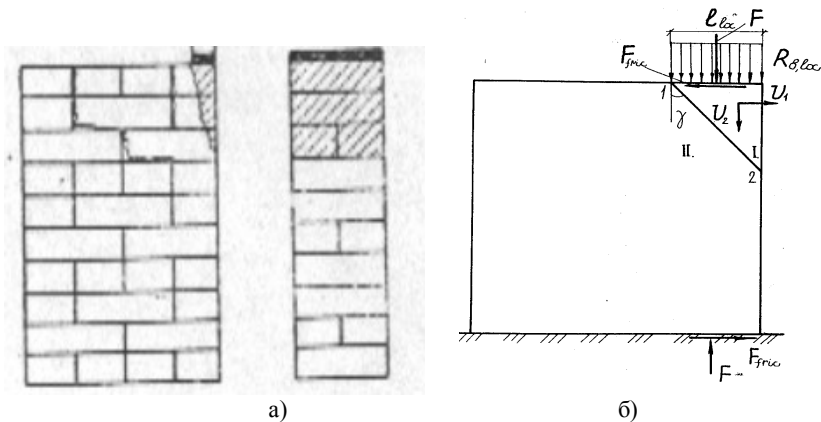


Рис. 3. Угловое смятие стены при больших $\alpha = h / l_{loc}$:

а – характер разрушения кирпичной стены; б – кинематически возможная схема разрушения при угловом приложении нагрузки

Уравнение для определения предельной нагрузки имеет вид

$$R_{b,loc} / m = \left[2B \left((k - \text{tg}\gamma)^2 + 0,25(k\text{tg}\gamma + 1)^2 \right)^{0,5} - (k - \text{tg}\gamma) \right] / \text{tg}\gamma (1 - k f_{fric}), \quad (4)$$

При сравнительно небольших значениях параметра $\alpha = h/l_{loc}$ в экспериментах [8, 10] характер разрушения резко менялся (рис. 4, а). Так при нагрузках, равных 60-70% от разрушающих, развивались вертикальные трещины, проходящие по кладке от внутреннего края штампа вниз. К моменту разрушения от кладки образца полностью отделялся столбик, имеющий размеры сечения, примерно равные размерам штампа. Этот столбик разрушался так же, как и при осевом сжатии.

Для расчета прочности таких элементов предлагается модель, представленная на рис. 4, б.

Зависимость для определения прочности таких образцов имеет вид

$$F_u / A_{loc1} m = R_{b,loc} / m = \left[2B \left((k - tg\gamma)^2 + 0,25(1 + ktg\gamma)^2 \right)^{0,5} - (k - tg\gamma) \right] / \left(tg\gamma + R_{bt} k (\alpha tg\gamma - 1) \right) / m. \quad (5)$$

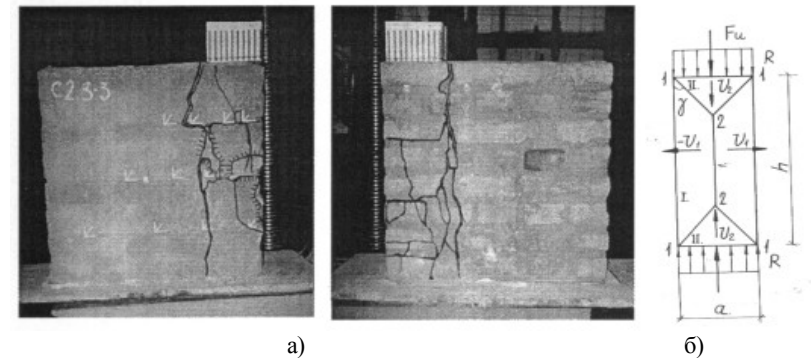


Рис. 4. Угловое смятие при малых $\alpha = h/l_{loc}$:

а – характер разрушения опытных образцов при $\alpha = h/l_{loc} = 5$;

б – кинематическая схема разрушения кирпичного столбика

Кривые (4) и (5) пересекаются при учете сил трения между поверхностью образца и штампа (коэффициент трения принят 0,15) в точке с $\alpha = h/l_{loc} \cong 4$. Таким образом, параметр $\alpha = h/l_{loc}$, неучитываемый в нормативных расчетах, влияет на характер разрушения и прочность и при угловом приложении сжимающей нагрузки. При анализе сходимости теоретической прочности, полученной по предлагаемой методике, с опытной получены следующие статистические характеристики: $\bar{x} = 1,07$, $c_v = 20\%$. Показатели для теоретической прочности по СНиП – 0,88 и 20,3% соответственно.

Выводы. На основе вариационного метода теории пластичности получены решения задач прочности при смятии плоских каменных элементов при центральном и угловом приложении сжимающей нагрузки.

Полученные зависимости являются более точными по сравнению с нормативными за счет учета действительного напряженно-деформированного состояния в каждом конкретном случае смятия. Этот учет осуществляется посредством соответствующей кинематической схемы разрушения, отображающей специфику каждой конкретной задачи и введением в расчет ряда факторов: отношения $h/l_{юс}$, сил трения между поверхностью образца и грузовой поверхностью, прочности кладки на растяжение, помимо прочности на сжатие и др.

Результаты экспериментальных исследований подтвердили принятые в теоретических решениях кинематические схемы разрушения, а также предполагаемое расчетом влияние определяющих прочность факторов.

Теоретическая прочность каменных элементов при смятии, найденная по предлагаемой методике достаточно хорошо сходится с опытной.

Предлагаемый метод является достаточно общим, он позволяет рассчитывать прочность элементов и в случаях, не рассмотренных в настоящей работе.

ИСПОЛЬЗОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. СНиП II-22-81. Каменные и армокаменные конструкции.
2. СНиП 2.03.01–84*. Бетонные и железобетонные конструкции. – М.: ЦИТП Госстоя СССР, 1989, – 88 с.
3. СНиП 2.05.03–84. Мосты и трубы. – М.: ЦИТП Госстоя СССР, 1988, – 200 с.
4. Митрофанов В.П. Вариационный метод в теории идеальной пластичности бетона/ Строительная механика и расчет сооружений. – 1990. – №6. – С. 23-28.
5. Гениев Г.А., Киссюк В.Н., Тюпин Г.А. Теория пластичности бетона и железобетона. – М.: Стройиздат, 1974. – 316 с.
6. Колмогоров В.Л. Механика обработки металлов давлением. – М.: Металлургия, 1986. – 688 с.
7. Довженко О.О. Міцність бетонних та залізобетонних елементів при місцевому прикладанні стискуючого навантаження: Автореф. дис. ... канд. техн. наук: 05.23.01/ ПІБІ, Полтава, 1993. – 20 с.
8. Шаповал С.Л. Напружено-деформований стан та міцність цегляної кладки при місцевому її стисненні: Автореф. дис. ... канд. техн. наук: 05.23.01/ ПНТУ, Полтава, 2005. – 20 с.
9. Онищик Л.И. Каменные конструкции промышленных и гражданских зданий. – М., Л.: Госстройиздат, 1939. – 83 с.
10. Семенцов С.А. Местное и внецентренное сжатие бетона и кладки/ Строительная механика и расчет сооружений. – 1959. – №1. – С. 11-19.