$$C_{i,t} = K_{i,0} g^t + E_i \frac{g^t - 1}{g - 1} \to \min, \qquad (10)$$

общую годовую дисконтированную стоимость:

$$C_{i,y} = K_{i,0} \frac{(g-1) \cdot g^t}{g^t - 1} + E_i \to \min, \qquad (11)$$

Для определения рационального варианта здания на основе технико-экономического анализа согласно разработанной методики могут быть построены оптимизационные процедуры.

Выводы. На основе принципов системотехники и проектного анализа, учитывающего реалии рыночной экономики, предложен общий подход к решению задачи оптимизации долговечности строительных конструкций, зданий и сооружений.

ИСПОЛЬЗОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Савицкий Н.В. Основы конструктивно-технологического проектирования железобетонных конструкций, эксплуатирующихся в агрессивных средах // Новини науки Придніпров,я, № 1-2.- С. 51-56.
2. Беренс В., Хавранек П.М. Руководство по оценке эффективности инвестиций. М.: АОЗТ «Интерэкспер», 1995. – 280 с.
3. Гилл Ф., Мюррей У., Райт М. Практическая оптимизация: Пер с англ. – М.: Мир, 1985. – 509 с.
4. Колотилкин Б.М. Надежность функционирования жилых зданий. – М.: Стройиздат, 1989. – 376 с.

УДК 691.32:620.193

РОЗПОДІЛ ТЕМПЕРАТУРНОГО ПОЛЯ В БЕТОННІЙ СТІНЦІ ІЗ ВРАХУВАННЯМ ПЕРІОДИЧНИХ ЗОВНІШНІХ ВПЛИВІВ

Й.Й. Лучко, д.т.н., П.М. Коваль, к.т.н.
ДерждорНДІ м. Київ

Проблема та її аналіз. До останнього часу, в основному, серед фізичних чинників впливу на корозію бетону при розрахунках увага зосереджувалась виключно на температурних впливах, які викликають термічні напруження. Однак на тепловий обмін між середовищем та бетонними і залізобетонними конструкціями суттєво впливають процеси масообміну, а також фазові перетворення, що відбуваються в бетоні. Отже, тепловий потік в бетоні можна розглядати як складний, що складається з кодуктивного та конвективного потоків. Окрім того, потік вологи в бетоні залежить як від градієнта вологи, так і від градієнта температури. Цілком природно, що при порушенні термовологої рівноваги між середовищем і бетоном, залежно від величини перепаду температур і вологи в ньому виникнуть внутрішні напруження. Відзначимо, що дуже часто для будівельних конструкцій, які наприклад експлуатуються в атмосферних умовах, зазначені фізичні чинники впливу мають циклічний характер.

Мета. У випадку термовологих впливів на бетонні елементи конструкцій слід визначити допустиму величину напружень залежно від параметрів впливу та залишкового водоцементного відношення.

Методи дослідження. Використовуються методи теорії термопружності фізичної теорії контракцій цементного гелю.

Результати досліджень. У теорії теплопровідності [1,2] досліджують процес поширення тепла в просторі за спеціальних умов. Аналітичне дослідження теплопровідності полягає у вивченні основної фізичної величини – температури Т, характерної для цього явища, тобто знаходженні функціональної залежності

$$T = f(x, y, z, t), \tag{1}$$

де: x, y, z – просторові координати;

t – час.

Температурним полем вважається сукупність значень температури у всіх точках досліджуваної частини простору. Зокрема, рівнянням (1) задається просторове температурне поле, тому що T є функцією трьох координат. Якщо температура є функцією двох координат, то поле називається двовимірним:

$$T = f\,(x, y, t); \qquad \frac{\partial T}{\partial z} = 0\,. \tag{2}$$

У випадку залежності температури від однієї координати – одновимірним:

$$T = \varphi(x, t); \qquad \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{\partial T}{\partial z} = 0\,. \tag{3}$$

Одновимірним температурним полем є поле необмеженої пластини при поширенні тепла перпендикулярно до її поверхні.

Множина точок з однаковою температурою утворює ізотермічну поверхню. При перетині ізотермічної поверхні площиною отримуємо на цій площині множину ліній – ізотерм, у кожній точці яких температури однакові. Перепад температури в напрямку нормалі до ізотермічної поверхні визначається градієнтом температури (grad T), тобто це - вектор, напрямлений за нормаллю до ізотермічної поверхні в бік зростання температури:

$$gradT = \vec{n}_1 \frac{\partial T}{\partial n}, \tag{4}$$

де: $\vec{n}_1$ – одиничний вектор, напрямлений за нормаллю в бік зростання температури;

$\partial T / \partial n$ – похідна температури за напрямом нормалі n до ізотер-мічної поверхні.

Градієнт температури можна також записати у вигляді

$$\operatorname{grad} T = \vec{i}\,\frac{\partial T}{\partial x} + \vec{j}\,\frac{\partial T}{\partial y} + \vec{k}\,\frac{\partial T}{\partial z}\,, \tag{5}$$

де: $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ – вектори базису.

Вектором напруженості температурного поля називається вектор $\vec{E}$, що дорівнює градієнту температури з протилежним знаком:

$$\vec{E} = -\operatorname{grad} T\,. \tag{6}$$

Для поширення тепла необхідна наявність температурного градієнту, а передача тепла відбувається за нормаллю до ізотермічної поверхні від елементарних об'ємів з більшою температурою до елементарних об'ємів з меншою температурою.

Кількість тепла, що проходить через одиницю площі ізотермічної поверхні за одиницю часу (швидкість теплового потоку) за нормаллю до цієї одиниці поверхні в бік зменшення температури задається вектором теплового потоку $\vec{q}$ **:**

$$\vec{q} = \left(-\vec{n}_1\right)\frac{dQ}{dt}\frac{1}{S}\,, \tag{7}$$

де dQ/dt – кількість тепла, що проходить за одиницю часу;
S – площа ізотермічної поверхні.

Зі співвідношень (4) і (7) випливає, що вектор теплового потоку протилежно напрямлений до температурного градієнта. Основний закон теплопровідності Фур'є формулюється так: вектор теплового потоку прямо пропорційний напруженості температурного поля.

Враховуючи формули (4), (6) і (7) можна записати

$$\vec{q} = \lambda\vec{E} = -\lambda \operatorname{grad} T\,, \tag{8}$$

де: λ - коефіцієнт теплопровідності.

Коефіцієнт теплопровідності є фізичною характеристикою тіла за його здатністю до теплопровідності і визначається кількістю тепла, що проходить за одиницю часу через одиницю поверхні при різниці температур на одиниці довжини нормалі, яка дорівнює одному градусу. Отже, λ вимірюється у $\text{Вт}/\text{м}\cdot\text{град}$ або $\text{Дж}/\text{м}\cdot\text{с}\cdot\text{град}$.

Процеси поширення тепла у бетонних масивах описуються на основі рівняння теплопровідності [48]:

$$c\rho\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\lambda\frac{\partial T}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\lambda\frac{\partial T}{\partial y}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\lambda\frac{\partial T}{\partial z}\right) + U\left(x, y, z, t\right), \tag{9}$$

де: c – теплоємність;
ρ – густина;

$U = U(x, y, z, t)$ – питома потужність (кількість тепла, що виділяється або поглинається за одиницю часу в одиниці об'єму тіла) внутрішніх джерел тепла (Вт/м^3).

Рівняння (9) є рівнянням математичної фізики (параболічного типу), диференціальним рівнянням другого порядку в частинних похідних. Якщо величини c, λ, ρ сталі, то рівняння (9) набуде такого вигляду:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}\right) + \frac{U}{c\rho}, \tag{10}$$

де $a = \lambda / c\rho$.

Величина a називається коефіцієнтом температуропровідності і вимірюється в м^2/с. Фізичний зміст a полягає у характеристиці теплоінерційних властивостей бетону, тому що його величина пропорційна швидкості поширення ізотермічної поверхні.

Щоб знайти температурне поле в тілі у будь-який момент часу, потрібно задати вихідні умови: розподіл температури в тілі у початковий момент часу (початкова умова); геометричну форму тіла та закон взаємодії оточуючого середовища з поверхнею (границею) тіла (гранична умова), а також, звичайно, перераховані вище фізичні характеристики.

Розв'язуючи рівняння (9) методами математичної фізики [1], одержують загальний розв'язок, тобто функцію T, яка містить невідомі константи. Константи визначаємо із крайових умов задачі (сукупності початкової та граничної умов), тобто знаходимо єдиний розв'язок.

Початкову умову записуємо у такому вигляді:

$$T(x, y, z, 0) = f(x, y, z), \tag{11}$$

де $f(x, y, z)$ - відома функція розподілу температури в початковий момент часу $t = 0$.

Гранична умова може бути задана чотирма способами, серед яких перші три часто використовуються в задачах поширення тепла [2]:

гранична умова першого роду, що полягає у заданні температури в кожній точці поверхні S тіла:

$$T\big|_s = \psi(t), \tag{12}$$

гранична умова другого роду, що задає тепловий потік на поверхні тіла:

$$\left.\frac{\partial T}{\partial n}\right|_S = \psi(t), \tag{13}$$

гранична умова третього роду виражає закон конвекційного теплообміну між поверхнею тіла та оточуючим середовищем при постійному потоці тепла (закон Ньютона-Ріхмана):

$$\left[\pm\lambda\frac{\partial T}{\partial n} + \alpha\left(T_c - T\right)\right]_S = 0, \tag{14}$$

де: T_c – температура середовища;

α – коефіцієнт теплообміну (Вт/(м^2·К)), який дорівнює кількості тепла, яке віддає (або отримує) одиниця площі поверхні тіла за одиницю часу при різниці температур між поверхнею та оточуючим середовищем в один градус Кельвіна; знак "+" береться при охолодженні тіла, а "–" – при його нагріванні.

Для забезпечення універсальності застосування розв'язків при різних теплофізичних та геометричних характеристиках тіл, їх виражають як функції безрозмірних змінних - критеріїв Фур'є *Fo* та Біо *Bi*:

$$T = T(Bi, Fo), \tag{15}$$

де: $Bi = \alpha \cdot l/\lambda$, $Fo = a \cdot t/l^2$;

l – характерний розмір тіла. Наприклад, записавши розв'язок (3) крайової задачі (11), (14) для рівняння (10) у випадку нагрівання необмеженої пластини товщиною $2l$ у (15), отримаємо універсальну формулу, придатну для обчислення температурного поля у пластинах довільної товщини з довільними теплофізичними характеристиками та умо-вами теплообміну поверхні пластини і середовища.

Для необмеженої пластини товщиною $2l$, якою можна змоделювати бетонну стіну висотою значно більшою за її товщину, температурне поле буде одновимірним згідно з (3), тобто $T = T(z, t)$ (рис. 1). Врахувавши крайові умови задачі, запишемо рівняння теплопровідності та крайові умови для необмеженої пластини:

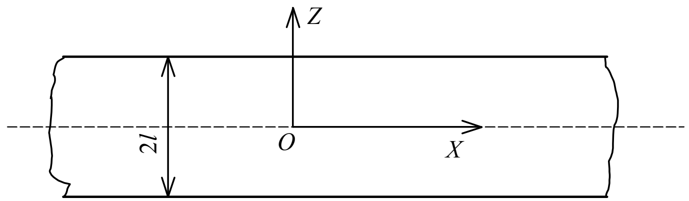

Рис.1. Необмежена пластина

$$\frac{\partial T(z,t)}{\partial t} = a\frac{\partial^2 T(z,t)}{\partial z^2} \quad (t > 0; -l < z < l); \tag{16}$$

$$T(z, 0) = T_0\ ; \tag{17}$$

$$-\left.\frac{\partial T(z,t)}{\partial z}\right|_{z=l} + \frac{\alpha}{\lambda}\left[T_c - T(l,t)\right] = 0\ ; \tag{18}$$

$$\left.\frac{\partial T(z,t)}{\partial z}\right|_{z=-l} + \frac{\alpha}{\lambda}\left[T_c - T(-l,t)\right] = 0\ ; \tag{19}$$

$$\left.\frac{\partial T(z,t)}{\partial z}\right|_{z=0} = 0 . \quad (20)$$

Розв'язавши задачу, наприклад, операційним методом, отримаємо:

$$\frac{T(z,t)-T_0}{T_c-T_0} = 1-\sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos\left(\mu_n \frac{z}{l}\right)\exp\left(-\mu_n^2 Fo_n\right); \quad (21)$$

де критерій Фур'є пластини $Fo_n = a \cdot t / l^2$;

$$A_n = \frac{2\sin\mu_n}{\mu_n + \sin\mu_n \cos\mu_n}, \quad (22)$$

а μ_n – корені рівняння

$$\mathrm{ctg}\,\mu = \mu / Bi . \quad (23)$$

З рівняння (21) отримаємо

$$W_n(z,t) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos\left(\mu_n \frac{z}{l}\right)\exp(-\mu_n^2 Fo_n) . \quad (24)$$

Температуру у будь-якій точці бетонної стіни можна обчислити за формулою

$$T(z, t) = T_c - \Delta T\, W_p(z, t) , \quad (25)$$

де $\Delta T = T_c - T_0$ – температурний натиск.

Для тіла прямокутного поперечного перерізу (паралелепіпеду), розв'язок температурної задачі можна представити як добуток розв'язків для трьох необмежених пластин товщиною відповідно $2R_1$, $2R_2$, $2R_3$, що є розмірами паралелепіпеда (рис. 2). Таку модель бетонної стіни мож-на використати, якщо її товщина достатньо велика (наприклад бетонний блок прямокутного перерізу).

У цьому випадку слід знайти в будь-який момент часу температуру паралелепіпеда розмірами $2R_1 \times 2R_2 \times 2R_3$, який у початковий момент часу має температуру T_0 та поміщається у середовище з температурою $T_c > T_0$. Увівши декартову систему координат у центрі паралелепіпеда, одержимо рівняння теплопровідності у вигляді (1) при $U = 0$ з граничними умовами третього роду на його гранях, запишемо:

$$W_{op} = W_1 W_2 W_3 ; \quad (26)$$

$$W_{op} = \frac{T_c - T(x,y,z,t)}{\Delta T}; \quad (27)$$

$$W_1 = \frac{T_c - T(x,t)}{\Delta T};\ W_2 = \frac{T_c - T(y,t)}{\Delta T};\ W_3 = \frac{T_c - T(z,t)}{\Delta T}; \quad (28)$$

де $T(x, t)$, $T(y, t)$, $T(z, t)$ – температура у трьох необмежених пластинах з відповідною товщиною $2R_1$, $2R_2$, $2R_3$;

W_i – відносна температура, яку обчислюють за формулами (24).

Тоді

$$W_{ср} = \sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=1}^{\infty}\sum_{k=1}^{\infty} A_{n,1}A_{m,2}A_{k,3}\cos\left(\mu_{n,1}\frac{x}{R_1}\right)\cos\left(\mu_{m,1}\frac{y}{R_2}\right)\cos\left(\mu_{k,1}\frac{z}{R_3}\right)\times$$

$$\times\exp\left[-\left(\frac{\mu_{n,1}^2}{R_1^2}+\frac{\mu_{m,2}^2}{R_2^2}+\frac{\mu_{k,3}^2}{R_3^2}\right)at\right], \tag{29}$$

де коефіцієнти A_{ni} визначаються за формулами (22) при відповідних значеннях $\mu_{n,i}$, які дорівнюють значенням μ_n відповідно для пластин товщиною $2R_1$, $2R_2$, $2R_3$. Температуру в бетонних масивах прямокутної форми, згідно з (25), знаходимо за формулою:

$$T(x, y, z, t) = T_c - W_{op}\Delta T. \tag{30}$$

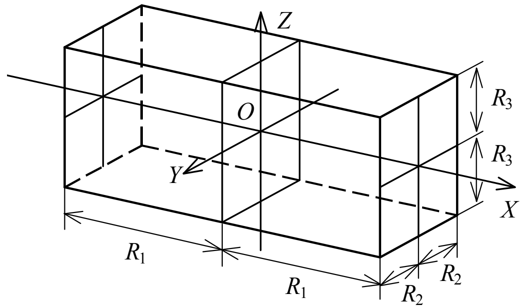

Рис 2. Бетонна балка прямокутної форми

Розглянемо випадок, коли масив бетону має достатню товщину для того, щоб його розглядати як напівобмежене тіло $x > 0$. Нехай температура на поверхні тіла задається виразом $T_n = A\cos(\varpi t - \varepsilon)$, тобто тіло зазнає періодичних зовнішніх температурних впливів, а початкова температура дорівнює нулю. Тоді розподіл температури в стінці записується формулою [3]:

$$T = \frac{2A}{\sqrt{\pi}}\int_{\frac{x}{2\sqrt{at}}}^{\infty}\cos\left\{\varpi\left(t-\frac{x^2}{4a\mu^2}\right)-\varepsilon\right\}e^{-\mu^2}d\mu\,. \tag{31}$$

Відомо, що

$$\frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_0^{\infty}\cos\left\{\varpi\left(t-\frac{x^2}{4a\mu^2}-\varepsilon\right)\right\}e^{-\mu^2}d\mu = \exp\left[-x\left(\frac{\varpi}{2a}\right)^{\frac{1}{2}}\right]\cos\left\{\varpi t - x\left(\frac{\varpi}{2a}\right)^{\frac{1}{2}}-\varepsilon\right\}, \tag{32}$$

тому (31) можна записати у формі

$$T = A\exp\left[-x\left(\frac{\varpi}{2a}\right)^{\frac{1}{2}}\right]\cos\left\{\varpi t - x\left(\frac{\varpi}{2a}\right)^{\frac{1}{2}} - \varepsilon\right\} - \qquad (33)$$
$$-\frac{2A}{\sqrt{\pi}}\int_0^{\frac{x}{2\sqrt{at}}}\cos\left\{\varpi\left(t - \frac{x^2}{4a\mu^2} - \varepsilon\right)\right\}e^{-\mu^2}d\mu.$$

Аналіз (33) показує, що при достатньо великих значеннях t значення другого члена формули (33) близьке до нуля, і відкинувши його можна записати наближену формулу для обчислення температури:

$$T = A\exp\left[-x\left(\frac{\varpi}{2a}\right)^{\frac{1}{2}}\right]\cos\left\{\varpi t - x\left(\frac{\varpi}{2a}\right)^{\frac{1}{2}} - \varepsilon\right\}. \qquad (34)$$

У випадку, якщо товщина масиву бетону незначна, то його можна розглядати як пластину товщиною l з початком відліку на внутрішній поверхні $0 < x < l$ з початковою температурою, що дорівнює нулю. На границях $x = 0$ і $x = l$ підтримуються температури, рівні відповідно нулю і $\sin(\varpi t + \varepsilon)$. Тоді температуру можна обчислити за формулою:

$$T = A\sin(\varpi t + \varepsilon + \varphi) + 2\pi a\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n(-1)^n\left(an^2\pi^2\sin\varepsilon - \varpi l^2\cos\varepsilon\right)}{a^2n^4\pi^4 + \varpi^2l^2}\sin\frac{n\pi x}{l}\exp\left[-\frac{\varphi n^2\pi^2 t}{l^2}\right], \qquad (35)$$

де $A = \left|\frac{shkx(1+i)}{shkl(1+i)}\right| = \left\{\frac{ch2kx - \cos 2kx}{sh2kl - \cos 2kl}\right\}^{\frac{1}{2}}$; $\varphi = \arg\frac{shkx(1+i)}{shkl(1+i)}$; $k = \left(\frac{\varpi}{2a}\right)^{\frac{1}{2}}$.

Висновок: Встановлено залежність напружено-деформованого стану розподілу температурного поля бетонних та залізобетонних конструкцій як з врахуванням зовнішніх впливів під час їх експлуатації.

ВИКОРИСТАНА ЛІТЕРАТУРА

1. Коваленко А.Д. Основы термоупругости. – К.: Наукова думка, 1970. – 307с.
2. Трапезников Л.П. Температурная трещиноустойкость массивных бетонных сооружений. – М.: Энергоатомиздат, 1986. – 272с.
3. Автодорожные мосты (проезжая часть) // Лившиц Я.Д. Виноградский Д.Ю. Руденко Ю.Д. К.: Будівельник, 1980. – 159с.

УДК 622.32:691.32:620.193

ТЕОРЕТИЧНА ОЦІНКА ВПЛИВУ ФІЗИЧНИХ ЧИННИКІВ НА КОРОЗІЮ БЕТОНУ ТА КОНТРАКЦІЙ ЦЕМЕНТНОГО ГЕЛЮ ЗА ЗАЛИШКОВИМ ВОДОЦЕМЕНТНИМ ВІДНОШЕННЯМ.

Й.Й. Лучко д.т.н., Б.Л.Назаревич ст. викладач,
ДерждорНДІ, м. Київ
НУ „Львівська політехніка”, м. Львів

Проблема. Довговічність залізобетонних елементів конструкцій, а також відповідно будівельних споруд, визначається фізичним зношуванням, яке може розглядатись як результат взаємодії конструкцій і зовнішнього середовища, включаючи і силові навантаження. До цього часу, як правило, склад бетону при проектування підбирається за заданою механічною міцністю, найчастіше по опору стиску. При тому недостатньо враховується можливість контакту бетону з різними агресивними рідкими та газоподібними середовищами, а саме увага в таких випадках зосереджується на захисних покриттях поверхні, без врахування безпосередньо структурних особливостей бетону. Такий підхід часто веде до передчасної, особливо при пошкодженнях захисних покриттів, втрати експлуатаційних властивостей будівельних конструкцій, а в окремих випадках, за відсутності належного контролю за станом покриттів, може привести до катастрофічних руйнувань.

Аналіз останніх досліджень по проблемі. Отримана значна кількість результатів досліджень по вирішенню цієї проблеми [1-3], а саме методики кількісної оцінки вилуговування бетону, нейтралізації бетону кислими газами повітря, поширення фронту корозійної деградації дозволяють проводити розрахунок ресурсу будівельних конструкцій із врахуванням напружено-деформованого стану в багатьох обмежених випадках. Обмеженість цих методик полягає у моделюванні корозійної деградації бетону як суцільного середовища, найчастіше цементного каменя, хоча цей матеріал є багатокомпонентним композитом. Зокрема такий підхід не дозволяє адекватно оцінити тріщино-тривкість бетону при дії агресивних середовищ.

Мета. Необхідно розробити методику теоретичної оцінки впливу фізичних чинників на корозію бетону та контракцій цементного гелю за залишковим водоцементним відношенням.

Загальні основи теоретичної оцінки впливу фізичних чинників на корозію бетону. До останнього часу, в основному, серед фізичних чинників впливу на корозію бетону при розрахунках увага зосереджувалась виключно на температурних впливах, які викликають термічні напруження. Однак на тепловий обмін між середовищем та бетонними і залізобетонними конструкціями суттєво впливають процеси масообміну, а також фазові перетворення, що відбуваються в бетоні.

Отже, тепловий потік в бетоні можна розглядати як складний, що складається з конструктивного та конвективного потоків. Окрім того, потік вологи в бетоні залежить як від градієнта вологи, так і від градієнта температури. Цілком природно, що при порушенні термовологої рівноваги