

$$\begin{cases} \varepsilon_{bi} = \varepsilon_{bu} \\ \sigma_{bi} = \sigma_{bu} \end{cases} \quad (12)$$

У разі, коли напружено-деформованому стану перерізу відповідає випадок, при якому на крайній грані стиснутого бетону виникають деформації

$$\varepsilon_{bi} \geq \varepsilon_{bu}, \quad (13)$$

то стан конструкції є аварійним. Цей стан потребує негайного проведення робіт з тимчасового підкріплення та розвантаження конструкції.

Відповідно, значення коефіцієнтів залишкової несучої здатності будуть рівними:

- граничне значення коефіцієнта залишкової несучої спроможності, що відповідає справному технічному стану залізобетонного елемента:

$$\Psi_1 = \Psi_{br} = \frac{U_{br}}{U_{max}} \quad (14)$$

- граничне значення коефіцієнта залишкової несучої спроможності, що відповідає працездатному технічному стану залізобетонного елемента:

$$\Psi_2 = \Psi_{R1} = \frac{U_{R1}}{U_{max}} \quad (15)$$

- граничне значення коефіцієнта залишкової несучої спроможності, що відповідає обмеженій працездатності залізобетонного елемента:

$$\Psi_3 = \Psi_{Rb} = \frac{U_{Rb}}{U_{max}} \quad (16)$$

- граничне значення коефіцієнта залишкової несучої спроможності, що відповідає непрацездатному технічному стану залізобетонного елемента:

$$\Psi_4 = \Psi_{bu} = \frac{U_{bu}}{U_{max}} \quad (17)$$

Аналіз отриманих результатів дозволяє говорити про те, що:

1. Одним із шляхів вдосконалення існуючих методів оцінки технічного стану ЗБК, що експлуатуються є більш обґрунтоване визначення коефіцієнтів зміни властивостей бетону  $k_{из}$ , арматури  $k_{из}^1$  та зчеплення арматури з бетоном  $k_{из}^{11}$ .
2. Дані коефіцієнти зміни властивостей ( $k_{из}$ ,  $k_{из}^1$ ,  $k_{из}^{11}$ ) можуть бути замінені одним коефіцієнтом, який би визначався через врахування енергії руйнування залізобетонних конструкцій.
3. Визначення коефіцієнту, що враховував би всі зміни матеріалів ЗБК можливо на основі діаграми “момент-кривизна”.

#### ВИКОРИСТАНА ЛІТЕРАТУРА

1. Барашиков А.Я., Малышев А.Н. Оценка технического состояния строительных конструкций, зданий и сооружений. – К.: НМЦ Держнаглядохоронпраці України, 1998. –232с.

2. Диагностика и оценка технического состояния строительных конструкций и оснований зданий и сооружений.: Метод. Рекомендации / А. М. Березюк, Н. В. Савицкий и др. — М.: Стройиздат, 1989. — 246 с.
3. Проектирование и изготовление сборно-монолитных конструкций / Под ред. А. Б. Голышева. – К.: Будівельник, 1982. – 152 с.
4. Зак М. Л., Гуца Ю. П. Аналитические представления диаграммы сжатия бетона / Сб. трудов: Совершенствование методов расчета статически неопределимых железобетонных конструкций. – М.: НИИЖБ, 1987. – с.103 – 107.
5. Залесов А. С. Деформационная расчетная модель железобетонных элементов при действии поперечных сил // Сб. Инженерные проблемы современного железобетона. – Иваново: ИИСИ, 1995. – С. 113-120.
6. СНиП 2.03.01-84\* Бетонные и железобетонные конструкции.–М., 1989. – 77 с.
7. Швець О. Р. Залишковий ресурс залізобетонних балочних елементів: Дис. магістра будівництва – В., 2006. – 102 с.

УДК 533.6.013.42; 696.2

#### ИДЕНТИФИКАЦИЯ И ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКОГО ПОВЕДЕНИЯ ГИБКОГО СТРЕЖНЯ

*В. Е. Волкова, к.т.н., доц.*

*Днепропетровский национальный университет железнодорожного транспорта имени академика В.Лазаряна, г. Днепропетровск*

**1. Введение.** Последние два десятилетия проблемы построения математических моделей и прогнозирования динамического поведения элементов конструкций по данным экспериментальных записей приобрели повышенный интерес.

Несмотря на интенсивную разработку данной проблемы в научных центрах разных стран (об этом свидетельствует большое количество публикаций теоретических и экспериментальных исследований, проведения специализированных конференций [7,8,10]) и полученные важные результаты, единственный эффективный подход, который бы позволял корректно определять, прогнозировать и анализировать динамические свойства элементов конструкций, отсутствует. Большинство методов качественной идентификации основано на использовании особых типов внешнего возмущения для широкого диапазона частот, таких, как симметричное моногармоническое возмущение и прямоугольный импульс. Данные возмущения не всегда могут быть реализованы в механических системах. Методы, базирующиеся на преобразовании Фурье, не позволяют классифицировать и локализовать нелинейность [5,6], неприменимы к исследованию стохастических процессов [2,5,7,8]. Отметим также, что применение рядов Винера и Гильберта для идентификации разрывных нелинейных динамических характеристик некорректно [8,10].

**2. Экспериментальное исследование вынужденных колебаний стержня.** В качестве исследуемой механической модели был принят стержень. Он был выполнен из полосы пружинной стали длиной  $l_1 = 2$  м и размерами поперечного сечения  $b \times h = 5 \times 5,6$  мм. Для исследования вынужденных нелинейных колебаний гибкого стержня на стадии монтажа модели стержню было приложено начальное продольное усилие сжатия  $N$ . Величина усилия осевого сжатия принималась больше эйлеровой силы потери устойчивости, равной  $N_E = EI(\pi/l)^2 = 363$  Н.

После обжатия прямолинейная форма продольной оси стержня становилась неустойчивой (см. рис.1). Устойчивым положениям равновесия стержня соответствовали статические начальные прогибы  $y_b = 0,058$  м и  $y_c = -0,006$  м.

Для исследования вынужденных колебаний гибкого стержня был использован комплект измерительно-регистрирующей аппаратуры, в состав которого входили средства регистрации, преобразования, хранения сигналов, а также персональный компьютер (см. рис.2).

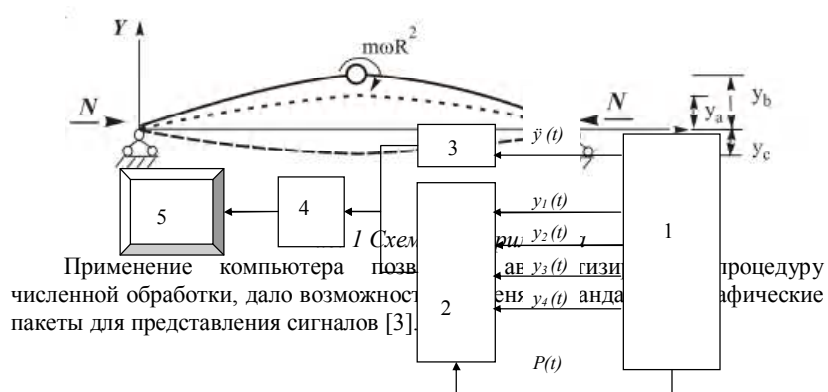


Рис. 2. Схема расположения измерительной аппаратуры: 1 – модель; 2 – тензоусилительная установка; 3 – масштабный усилитель; 4 – магнитограф; 5 – персональный компьютер

Форма колебаний измерялась посредством регистрации сигналов в процессе всего эксперимента. Формы изгибных колебаний определялись путем одновременной записи сигналов всех пяти тензодатчиков, расположенных на расстояниях  $1/8 l$ ,  $1/4 l$ ,  $1/2 l$ ,  $3/4 l$  и  $7/8 l$  от левой опоры. Изучение полученных осциллограмм, показало, что колебания для всех пяти точек стержня одинаковы, а амплитуды колебаний возрастают

от крайних сечений к среднему. При исследовании вынужденных колебаний были получены реализации и фазовые траектории устойчивых режимов субгармонических и ультрагармонических колебаний, а также хаоса [2].

**3. Идентификация динамических систем с распределенными параметрами.** При экспериментальных исследованиях вынужденных колебаний гибкого стержня было использовано внешнее моногармоническое возмущение. Данный выбор внешнего возмущения объясняется простотой его реализации, а также возможностью получения достаточно большого количества достоверной информации, такой как: оценок собственных частот, декрементов и форм колебаний, амплитудно-частотных характеристик.

Дифференциальное уравнение вынужденных поперечных колебаний упругого стержня

$$m(x) \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + H(x) \frac{\partial^2 y}{\partial x \partial t} + B(x) \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + N \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = P(x, t), \quad (1)$$

где  $m(x)$  - интенсивность распределенной массы;  $H(x)$  - переменный по длине стержня коэффициент вязкого демпфирования;  $B(x)$  - изгибная жесткость стержня;  $P(x, t)$  - внешнее возмущение.

Для систем с распределенными параметрами измерения  $y(t)$  необходимо проводить непрерывно по длине стержня, так как восстанавливаемые характеристики являются переменными вдоль стержня.

Основная трудность применения идентификации параметров данной модели заключается в необходимости определения с достаточной степенью точности значений частных производных функции перемещения. Данная задача может быть решена применением полиномиальной аппроксимации численно заданной функции перемещений с последующим вычислением производных полученного полинома. При этом используются формулы с разным количеством узлов и разным выбором центрального узла.

В эксперименте для измерения были доступны только перемещения и, ускорения в отдельных точках стержня. Частные производные можно оценить по известным формулам метода центральных разностей.

$$\frac{\partial y_i}{\partial x} = \frac{y_{i+1,x} - y_{i-1,x}}{2 \Delta x}, \text{ где } y_{i+1,x} = y(x_1 + \Delta x, t)$$

Как известно, погрешность аппроксимации производных данным методом имеет порядок  $\Delta x^2$ . Для повышения точности оценок частных производных можно применить один из двух подходов. Первый из них основан на уменьшении шага дифференцирования  $\Delta x$ . Возможности данного подхода ограничены наличием высокочастотных шумов в экспериментальных записях.

Второй подход позволяет улучшить оценки частных производных путем введения дополнительных точек измерений и использования аппроксимирующих выражений более высокого порядка. Недостатком такого подхода является неизбежное увеличение, как количества измерительной

аппаратуры, так и объема обрабатываемой и хранимой информации. Увеличение количества средств измерения является нежелательным. Оно ограничено минимальным расстоянием между двумя смежными датчиками, а так же возможным влиянием веса дополнительной регистрирующей аппаратуры на инерционные характеристики

Другой особенностью является то, что внешнее возмущение  $P(x, t)$  должно быть равномерно распределено вдоль оси стержня. В противном случае, в сечениях, где отсутствует внешнее возмущение  $P(x, T) = 0$  система разрешающих уравнений вырождена. В таком случае неизвестные параметры могут быть определены с точностью до неизвестного множителя.

Таким образом, в большинстве практических приложений данная схема идентификации является весьма громоздкой и малоприменимой для решения дальнейших задач.

**4. Отображения фазовых траекторий хаотических колебаний в идентификации моделей динамических систем.** При динамических испытаниях гибкого стержня на действие периодического внешнего возмущения были обнаружены диапазоны частот [1], в которых существуют несколько устойчивых режимов колебаний и получены временные процессы хаотических колебаний. Хаотические колебания представляют собою каскад бифуркаций удвоения периода (рис. 3).

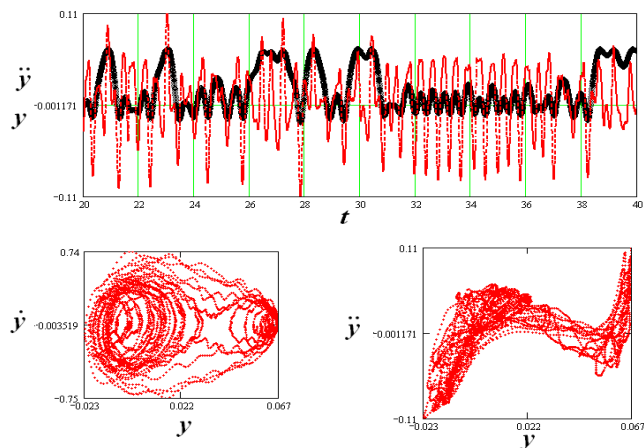


Рис. 3. Хаотические колебаний экспериментальной модели

Основным отличительным свойством таких систем является то, что предсказать их поведение на длительное время невозможно: незначительные отклонения в задании начальных условий могут привести к переходу на другую траекторию. Процессы в таких системах эволюционируют вследствие рассеяния энергии в системе.

В последние годы в идентификации хаотических процессов наметились два основных подхода. Первый основан на изучении поведения физической модели достаточно простого объекта, которая представлена нелинейными дифференциальными уравнениями. Вторым подходом к идентификации хаотических систем базируется на наблюдении хаотических процессов и построении аттрактора в так называемом реконструированном фазовом пространстве, которое восстанавливается из наблюдаемого временного ряда, представляющего собой последовательность дискретных значений какой-либо переменной, генерируемой системой.

Применим относительно простой метод непараметрической идентификации, который можно использовать для широкого класса динамических систем с одной степенью свободы, проявляющих нелинейные свойства, присущие реальным системам. Метод основан на использовании информации относительно перемещений и ускорений [9] и действующего на систему внешнего возмущения.

Предположим, что нам неизвестны функции, описывающие диссипативную и восстанавливающую силы. Первый вопрос состоит в том, чтобы установить, линейна система или нет.

Обозначим  $\{\Pi_k\} = \{\bar{y}_k, \dot{\bar{y}}_k, \ddot{\bar{y}}_k\}$ ,  $k = 1, \dots, n$ , множество точек, описывающих измеренные значения перемещений, скоростей и ускорений исследуемой системы в моменты времени  $t = t_k = t_0 + kT$ , где  $T$  – период внешнего возмущения. Если мы представим эти точки в расширенном фазовом пространстве  $(y, \dot{y}, \ddot{y})$ , то получим набор точек, параметрически связанных по времени  $t_k$ .

В идеальном случае ошибка измерений отсутствует, тогда

$$m\ddot{y}_k + H(\bar{y}_k, \dot{\bar{y}}_k) + R(\bar{y}_k) = c \text{ для } k = 1, \dots, n, \quad (2)$$

где  $H(\bar{y}_k, \dot{\bar{y}}_k)$  и  $R(\bar{y}_k)$  диссипативная и упругая силы, соответственно.

Используя уравнение (2) и предварительно пренебрегая влиянием диссипации, можно предполагать, что характеристика упругой силы может быть определена из соотношения

$$R(y_k) = c - m_1 \ddot{y}_k. \quad (3)$$

Для построения отображений фазовых траекторий была выполнена обработка временных процессов ускорения и перемещений длиной 252 периодов внешнего возмущения. Построение отображений фазовых траекторий на плоскости  $(y, \ddot{y})$  близко к методу обработки временных процессов по пикам. Оценка значений ускорений и перемещений выполнялась в дискретные моменты времени, удовлетворяющие условию  $c = F(t_o) = F(t_k)$  [11](см. рис. 4).

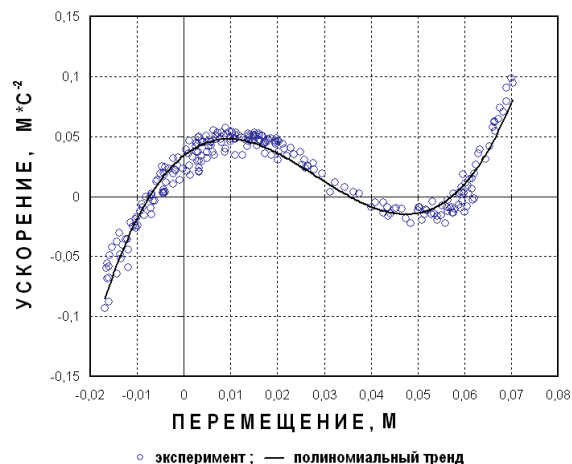


Рис. 4. Отображения фазовых траекторий хаотических колебаний экспериментальной модели

Анализируя представленные на рис. 8 отображения фазовых траекторий, можно отметить разброс точек в области резонансных амплитуд «малых» колебаний [2]. Основной причиной этого эффекта является наличие высокочастотных шумов с амплитудами, соизмеримыми с амплитудами «малых» колебаний. Путем осреднения полученных значений был получен полиномиальный тренд. Кривая тренда представляет собою несимметричную кубическую параболу, пересекающую ось перемещений в точках  $y_1 = 0,06$  м,  $y_2 = 0,039$  м и  $y_3 = -0,006$  м, близких по значению к координатам положений равновесия стержня  $y_b = 0,058$  м,  $y_a = 0,034$  м и  $y_c = -0,006$  м. Для оценки статистической достоверности полученного полиномиального тренда было определено значение множественного коэффициента детерминации, которое составило 0,835.

#### 4. Основные выводы

В статье предложен относительно простой метод непараметрической идентификации, который может быть применен для широкого класса нелинейных динамических систем с одной степенью свободы. Метод основан на использовании информации об ускорениях, перемещениях и внешнем возмущении. Он базируется на использовании методов качественной теории, а также регрессионных методах и аппроксимирующих выражения упругой характеристики как функции от обобщенной координаты.

Показано, что при разработке методов прогнозирования динамического поведения механических систем необходимо учитывать следующие особенности механических систем: сложность регистрации в эксперименте

абсолютных перемещений различных точек и доступность регистрации их абсолютных ускорений; простоту моделирования во многих случаях систем с распределенными параметрами системами с сосредоточенными параметрами.

Предлагаемый метод анализа нелинейных колебательных процессов открывает новые возможности для идентификации динамических систем. Наиболее важным при этом является то, что, он позволяет получить максимум информации об исследуемом процессе или явлении. Возможности предлагаемого метода ограничены только уровнем шумов, погрешностью измерения и объемом выборки обрабатываемого процесса.

Перспективным для технических приложений является применение описанных приемов для количественного определения параметров динамических систем.

#### ИСПОЛЬЗОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Волкова В. Е. Экспериментальное исследование вынужденных колебаний гибкого стержня // Теоретические основы строительства: Сб. науч. тр. ПГАСиА. – Днепропетровск., 2006. – С. 525–530.
2. Гроп. Идентификация механических систем. – М.: Мир, 1979. – 312 с.
3. Казакевич М. И., Волкова В. Е. Фазовые траектории нелинейных динамических систем. Атлас. – Днепропетровск: Наука и образование, 2002. – 94 с.
4. Казакевич М. И., Волкова В. Е. Динамика систем с двумя потенциальными ямами. – Днепропетровск: Арт-Пресс, 2000. – 160 с.
5. Кононенко В. О., Плахтиенко Н. П. Методы идентификации механических нелинейных колебательных систем. – К.: Наук, думка, 1976. – 114 с.
6. Плахтиенко Н.П. Методы идентификации механических колебательных систем// Прикладная механика. - 2000. - 36, № 12- С. 38 - 68.
7. Adams D.E, Allemang R.J. Survey of nonlinear detection and identification techniques for experimental vibrations// Procc. of ISMA23, 1998 –vol.1 P. 269-280.
8. Kerschen G., Worden K., Vakakis A.F., Golinval J.-C., Past, present and future of nonlinear system identification in structural dynamics// Mechanical Systems. Signal Process.-vol. 20 (3)- 2006.-p 505–592.
9. Volkova V. E., Schneider K. Qualitative theory and identification of dynamic system with one degree of freedom // Прикладная механика. – 2005. – Т. 41, № 6. – С. 134–139.
10. Worden K., Tomlinson G.R. Nonlinearity in Structural Dynamics: Detection, Identification and Modelling- Institute of Physics Publications, 2001- 678p.