Напряженно – деформированное состояние упругого весомого полупространства, к верхней границе КОТОРОГО приложена вертикальная сосредоточенная сила.

П.Н. Нажа, к.т.н., доц., В. Г. Шаповал, д.т.н., проф.,
А.В. Шаповал, к.т.н., асс.
Приднепровская государственная академия строительства и архитектуры, г. Днепропетровск

При написании настоящей статьи преследовалась цель установить, насколько точно изложенный в [1] алгоритм построения общих решений позволяет решать конкретные задачи механики грунтов.

Задача исследований была сформулирована так. К верхней границе весомого полупространства (рис.1) приложена вертикальная сосредоточенная сила $Q(t)$, которая изменяется во времени по гармоническому закону.

Рис. 1. К определению напряженно – деформированного состояния весомого упругого полупространства.

Деформационные свойства основания характеризуются модулем упругости Е и коэффициентом Пуассона ν (этим характеристикам соответствуют упругие константы Ламе $\lambda=\dfrac{\nu\cdot E}{(1+\nu)\cdot(1-2\cdot\nu)}$ и $G=\dfrac{E}{2\cdot(1+\nu)}$).

Плотность основания равна ρ, а внешняя нагрузка – Q(t)=Qcos(t) или Q(t)=Qsin(t). Процесс колебаний основания продолжается достаточно долго, в силу чего вполне можно пренебречь влиянием на колебания основания переходных процессов.

Требуется определить напряженно – деформированное состояние основания в точке с координатами (r,z) в любой момент времени t.

Для построения общего решения используем цилиндрическую систему координат с осевой симметрией и представленное в [1] общее решение. В данном случае не имеет значения, по какому закону (т.е. синуса или косинуса)

происходит изменение внешней нагрузки, поскольку при стационарном процессе вынужденных колебаний в неводонасыщенном основании отсутствует сдвиг колебаний по фазе. При этом учтем, что в данном случае основание неводонасыщенное (в этом случае поровое давление Р равно нулю) и в нем отсутствуют стоячие волны. Последнее обусловлено тем, что в бесконечном изотропном однородном полупространстве отсутствуют границы раздела, от которых могли бы отражаться распространяющиеся в нем волны (т.н. принцип излучения [7]). Имеем:

$$\left.\begin{aligned} &G\cdot\Delta F^{*}=-\rho\cdot\varpi^{2}F^{*};\\ &(\lambda+2\cdot G)\cdot\Delta\Phi^{*}=-\rho\cdot\varpi^{2}\Phi^{*}.\end{aligned}\right\} \qquad (1)$$

и

$$\left.\begin{aligned} &\sigma_{zz}(0,r)=\frac{Q}{2\cdot\pi\cdot r}\cdot\delta(r);\\ &\tau_{rz}(0,r)=U(r,\infty)=W(r,\infty)=0.\end{aligned}\right\} \qquad (2)$$

где ϖ^2 - частота изменения внешней нагрузки, а $\delta(r)$ - дельта – функция Дирака [3, 6]. Решения (1) ищем в виде

$$\left.\begin{aligned} &F^{*}=\int_{\alpha_2}^{\infty}J_0(\alpha\cdot r)\cdot F(\alpha,z)\cdot d\alpha;\\ &\Phi^{*}=\int_{\alpha_2}^{\infty}J_0(\alpha\cdot r)\cdot\Phi(\alpha,z)\cdot d\alpha.\end{aligned}\right\}, \qquad (3)$$

где α - имеющая размерность (1/м) константа разделения [6, 7, 9]; $J_0(\alpha,r)$ - функция Бесселя первого рода с нулевым индексом [2]; а F(α,z) и Φ(α,z) подлежащие определению в ходе решения уравнений (1) и удовлетворения граничным условиям (2) функции координаты z и параметра α; α_2 - некоторая константа, физический смысл которой раскрыт ниже. Подставим (3) в (1). Имеем:

$$\left.\begin{aligned} &\frac{d^2}{dz^2}F(\alpha,z)+\left(\frac{\rho\cdot\varpi^2}{G}-\alpha^2\right)\cdot F(\alpha,z)=0;\\ &\frac{d^2}{dz^2}\Phi(\alpha,z)+\left(\frac{\rho\cdot\varpi^2}{\lambda+2\cdot G}-\alpha^2\right)\cdot\Phi(\alpha,z)=0.\end{aligned}\right\}. \qquad (4)$$

Второе равенство (4) имеет такие решения:

$$\Phi(\alpha,z)=A_1(\alpha)\cdot sh(i\cdot\xi_1\cdot z)+A_2(\alpha)\cdot ch(i\cdot\xi_1\cdot z)$$ при $\left(\frac{\rho\cdot\varpi^2}{\lambda+2\cdot G}-\alpha^2\right)>0$;

$$\Phi(\alpha,z)=A_1(\alpha)+A_2(\alpha)\cdot z$$ при $\left(\frac{\rho\cdot\varpi^2}{\lambda+2\cdot G}-\alpha^2\right)=0$;

$$\Phi(\alpha,z)=A_1(\alpha)\cdot sh(\xi_1\cdot z)+A_2(\alpha)\cdot ch(\xi_1\cdot z)$$ при $\left(\frac{\rho\cdot\varpi^2}{\lambda+2\cdot G}-\alpha^2\right)<0$, (5)

где $i=\sqrt{-1}$, $\xi_1=\sqrt{\alpha^2-\frac{\rho\cdot\varpi^2}{\lambda+2\cdot G}}$, $sh(x)$ и $ch(x)$ - соответственно гиперболические синус и косинус [6], $A_1(\alpha),\ A_2(\alpha)$ - подлежащие определению путем удовлетворения граничным условиям (2) функции параметра α.

Первое равенство (4) имеет такие решения:

$$F(\alpha,z)=A_3(\alpha)\cdot sh(i\cdot\xi_2\cdot z)+A_4(\alpha)\cdot ch(i\cdot\xi_2\cdot z)\ \text{при}\ \eta>0;$$

$$F(\alpha,z)=A_3(\alpha)+A_4(\alpha)\cdot z\ \text{при}\ \eta=0; \qquad (6)$$

$$F(\alpha,z)=A_3(\alpha)\cdot sh(\xi_2\cdot z)+A_4(\alpha)\cdot ch(\xi_2\cdot z)\ \text{при}\ \eta<0,$$

где $\eta=\frac{\rho\cdot\varpi^2}{G}-\alpha^2$; $\xi_2=\sqrt{\alpha^2-\frac{\rho\cdot\varpi^2}{\lambda+2\cdot G}}$, а $A_3(\alpha),\ A_4(\alpha)$ - подлежащие определению путем удовлетворения граничным условиям (2) функции параметра α.

Анализ (5) и (6) позволяет сделать вывод о том, что принципу излучения (т.е. условию отсутствия стоячих волн) удовлетворяют последние уравнения (5) и (6). При этом для того, чтобы удовлетворить граничным условиям на бесконечности, их следует представить в виде:

$$\left.\begin{aligned}\Phi(\alpha,z)&=A_1(\alpha)\cdot e^{(-\xi_1\cdot z)};\\ F(\alpha,z)&=A_2(\alpha)\cdot e^{(-\xi_2\cdot z)}.\end{aligned}\right\} \qquad (7)$$

Далее удовлетворим первым двум граничным условиям (3), найдем вертикальное перемещение W и положим в нем z = 0. При этом учтем, что при

$\alpha\le a_2$ вертикальное перемещение W верхней границы основания равно нулю. Имеем:

$$\left.\begin{aligned}&S(r)=-\frac{2\cdot Q}{\pi}\cdot\int_{a_2}^{\infty}J_0(\alpha\cdot r)\cdot\frac{zi(\alpha)}{zn(\alpha)}\cdot d\alpha;\\ &zi=\alpha\cdot\xi_1\cdot\left(-\xi_2^2+\alpha^2\right);\\ &zn=2\cdot G\cdot\left[\left(\xi_2^2+\alpha^2\right)\cdot\xi_1^2-2\cdot\alpha^2\cdot\xi_1\cdot\xi_2\right]+\\ &\lambda\cdot\left[\left(\xi_2^2+\alpha^2\right)\cdot\xi_1^2-\alpha^2\cdot\xi_1\cdot\xi_2-\alpha^4\right];\\ &a_1=\sqrt{\frac{\rho\cdot\varpi^2}{\lambda+2\cdot G}};\ a_2=\sqrt{\frac{\rho\cdot\varpi^2}{G}}.\end{aligned}\right\}, \qquad (8)$$

где $S(r)$ - амплитудное значение осадки основания в точке с координатой r.

Решение, аналогичное (8), в другой форме и другим способом было получено ранее [7].

Несобственный интеграл (8) имеет разрывы второго рода. В этой связи он вычислялся в смысле главного значения [4, 6]. Для вычисления был использован метод трапеций [4, 6]. При этом интервал изменения параметра α был принят равным $\alpha_2\le\alpha\le100000$..

В ходе вычисления интеграла (8) возникли трудности, обусловленные большими значениями числителя и знаменателя, которые приводили к переполнению памяти компьютера. В этой связи для расчета осадок была использована адаптирующаяся программа, которая «следила» за порядком чисел и корректировала значения числителя и знаменателя путем умножения каждого из их слагаемых на некоторое одинаковое число. Это число изменялось по мере надобности в зависимости от значения числителя и знаменателя.

При проведении численного эксперимента нами преследовалась цель выявить закономерности уплотнения водонасыщенных оснований. Варьировались модуль упругости основания и коэффициент Пуассона.

Во всех случаях значение сосредоточенной силы Q принималось равным 1 кН (единичная сила). При этом частота ее изменения принималась равной 5, 10, 15, 25 и 50 Гц. Модуль упругости основания был принят равным 5 МПа и 10 МПа. Коэффициент Пуассона принимался равным 0,27 (крупнообломочные грунты), 0,3 (пески и супеси), 0,35 (суглинки) и 0,42 (глины).

Для полноты анализа решения, полученные для весомого полупространства, сравнивались с точным решением задачи Буссинеска, полученным для невесомого полупространства [7, 9]:

$$S(r)=\frac{\left(1-\nu^2\right)\cdot Q}{\pi\cdot r}. \qquad (9)$$

Результаты численного эксперимента были получены в виде графических зависимостей «амплитудное значение осадки S – координата r» при различных значениях деформационных свойств основания и частот изменения сосредоточенной силы ϖ (в дальнейшем для простоты изложения словосочетание «амплитудное значение осадки» заменено термином «осадка»).

Анализ полученных результатов позволил нам сделать такие выводы:

- осадки невесомого основания при прочих равных условиях и размеры осадочной воронки в плане всегда больше, чем это имеет место для весомого основания;
- осадки в точке приложения сосредоточенной силы имеют особенность;
- при прочих равных условиях, чем меньше модуль упругости основания, тем больше величина осадки;
- при прочих равных условиях, чем меньше коэффициент Пуассона основания, тем больше величина осадки;
- при прочих равных условиях, чем выше частота изменения сосредоточенной силы, тем меньше величина осадки.

В целом сделан вывод о том, что изложенный в [1] алгоритм построения общих решений вполне можно использовать для решения задач геомеханики.

ИСПОЛЬЗОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Шаповал В.Г., Нажа П.Н. Общее решение динамической задачи определения напряженного деформированного состояния водонасыщенного грунтового основания в цилиндрической системе координат при осевой симметрии./ Сб.научн.трудов. Строительство. Материаловедение. Машиностроение. № 37. «Инновационные технологии диагностики, ремонта и восстановления объектов строительства и транспорта» - Днепропетровск: ПГАСА, 2006. –С.327-331
2. Ватсон Д. Н. Теория бесселевых функций. - М.: Изд-во иностр. лит., 1949. - 798 с.
3. Владимиров В.С. Обобщенные функции в математической физике. - М.: Наука, 1979. - 320 с.
4. Демидович Б.П., Марон И.А. Основы вычислительной математики. - М.: Наука, 1966. - 664 с.
5. Диткин В.А., Прудников А.П. Справочник по операционному исчислению. - М.: Высш. шк., 1974. - 542 с.
6. Корн Г. и Корн Т. Справочник по математике. - М.: Наука, 1974. - 840 с.
7. Новацкий В. Теория упругости. - М.: Мир, - 1975. - 872 с.
8. Руководство по проектированию фундаментов машин с динамическими нагрузками./ Нииосп им. Н. М. Герсеванова. – М.: Стройиздат, 1982 – 207 с.
9. Тимошенко С.П., Гудьир Дж. Теория упругости. - М: Наука, 1975. - 576 с.

УДК 666.972.16

ВПЛИВ КОМПЛЕКСНИХ ПОЛІФУНКЦІОНАЛЬНИХ ДОБАВОК НА ДОВГОВІЧНІСТЬ ВАЖКИХ БЕТОНІВ

Н.А. Нікіфорова, к.т.н.
Дніпропетровський національний університет залізничного транспорту імені академіка В. Лазаряна, м. Дніпропетровськ

Численні дослідження [1, 2, 3], які присвячені питанню забезпечення довговічності бетонів, характеризують складність оцінки експлуатаційних властивостей різних їх видів. В процесі експлуатації бетонних і залізобетонних конструкцій структура і властивості бетону піддаються постійним змінам під впливом навколишнього середовища. І навіть за відомих умов навколишнього середовища і властивостей бетону довговічність не є абсолютною величиною, яка залишається незмінною протягом часу. Задачею теперішнього часу є зменшення швидкості таких змін за допомогою технологічних і конструктивних заходів.

За своєю дією механізми, які впливають на бетон і погіршуючі його довговічність, підрозділяють на: фізичні (наприклад, мороз); хімічні (наприклад, сульфатні розчини); біологічні (наприклад, бактерії); механічні (наприклад, механічний знос). Більшість з цих механізмів має загальну основу, виникають на поверхневих ділянках конструкцій, і їх дія посилюється за рахунок вологи.

Відомо, що в основі процесів корозії бетону лежать гетерогенні хімічні реакції між рідкою і твердою або газоподібною фазами. Бетон є пористим матеріалом і в його поровій структурі відбувається перенесення корозійного середовища і продуктів реакції. На поверхні розділу фаз, окрім хімічних реакцій, відбуваються процеси транспортування речовин, при яких реагуючі компоненти підводяться до поверхні розділу і відводяться від неї продукти реакції. Отже, оцінку і прогноз пошкодження бетону характеризує проникність його порової структури.

Проблеми підвищення якості, довговічності, економічності бетону і залізобетону на сучасному етапі розвитку технології будівництва успішно розв'язуються шляхом хімізації цієї галузі, тобто широким використовуванням різних органічних і неорганічних сполук в якості спеціальних добавок до бетону. Добавки, що вводяться в незначних кількостях, істотно впливають на хімічні процеси твердіння бетону, забезпечують підвищення його механічних і физико-механічних властивостей, зокрема густини, водонепроникності, морозостійкості, корозійної стійкості. До числа добавок, за допомогою яких можна направлено регулювати властивості бетонних сумішей і затверділого бетону, відносять: лігносульфонати технічні (ЛСТ), лігносульфонати технічні модифіковані (ЛТМ, НИЛ-20), плав дикарбонових кислот (ПДК), модифікатори поліфункціональної дії (ПФМ).