УДК 533.6.013.42; 696.2

ФАЗОВЫЕ ТРАЕКТОРИИ В АНАЛИЗЕ ДИНАМИЧЕСКОГО ПОВЕДЕНИЯ БОЛТОВЫХ СОЕДИНЕНИЙ МЕТАЛЛИЧЕСКИХ КОНСТРУКЦИЙ

Д.т.н., доцент В. Е. Волкова
Днепропетровский национальный университет железнодорожного транспорта имени академика В. Лазаряна

Введение

Знакопеременные напряжения, вызванные вибрационными воздействиями, приводят к накоплению повреждений в материале, что вызывает появление усталостных трещин и разрушение. Кроме усталостных разрушений наблюдаются явления, приводящие к постепенному ослаблению неподвижных соединений («разбалтывание») и относительному смещению сопряженных поверхностей в соединениях. Подвижные соединения узлов и деталей оборудования, выполняемые с зазорами, под действием вибрационных сил, могут работать с соударениями сопрягаемых поверхностей, что приводит к их разрушению. Вибрационные и ударные воздействия, не вызывая разрушение оборудования, могут приводить к нарушению его нормального функционирования.

1. Анализ существующих публикаций

Динамическое поведение составных конструкций имеет сложный характер, потому что каждый узел крепления включает в себя различные источники неопределенности с негладким нелинейными характеристиками. Основными источниками нелинейностей моделей конструкций на болтовых соединениях являются: силы, возникающие в зонах контакта поверхностей, несовершенства самих контактных поверхностей из-за допусков изготовления. Заметим, что при наличии боковых сил в соединениях начальные усилия распределяются неравномерно. При воздействии эксплуатационных динамических нагрузок, наблюдается релаксация усилий в болтах, что приводит к временным изменением динамических свойств конструкции.

Большинство опубликованных работ направлено на исследование механизмов диссипации энергии в болтовых соединениях, линейной идентификации динамических свойств болтовых соединений, активного контроля предварительного напряжения.

Динамические свойства соединений трудно моделировать аналитически. Альтернативой к созданию теоретической модели соединений является использование экспериментального подхода. Например, Burdekin [3] установил математическую модель соединения путем измерения реакции и нагрузки, приложенной к соединению. К сожалению, во многих случаях реакции и нагрузку, действующую на соединение, нельзя измерить, поэтому необходимо использовать один из методов совместной идентификации, таких, как предложено в работах [4—6, 8, 9]. Ren и Beards [7] представили альтернативный подход для создания теоретической модели соединения путем оценки параметров модели по экспериментальным данным с помощью методов идентификации соединений.

Развитие современной техники выдвигает более жесткие требования к качеству результатов моделирования динамического поведения механических систем, а именно точности и достоверности применяемых математических моделей. В тех случаях, когда математическая модель динамической системы подобрана неверно, современные методы моделирования становятся малоэффективными. При построении математических моделей реальных динамических систем существенное влияние оказывает субъективный фактор. Это отражается в выборе степени идеализации исходного динамического процесса, выборе структуры модели и выборе типа нелинейности.

2. Качественные методы исследования исследованию динамических процессов

Качественное исследование поведения динамической системы сводится к изучению поведения траекторий в фазовом пространстве. Основы качественной теории исследования динамических процессов были созданы Пуанкаре. Исключительная роль в развитии качественных методов исследования динамических систем принадлежит А.А. Андронову [1], Е.А. Леонтовичу, И.И. Гордону, А.М. Ляпунову. Основной задачей классической теории качественного исследования является определение динамических свойств систем без получения замкнутого аналитического решения. С этой целью широко использовались фазовые траектории на плоскости $(y, \dot{y})$.

Наибольший интерес представляет фазовая траектория на плоскости $(y, \ddot{y})$. Это связано с тем, что энергетические критерии на ней интерпретируются наиболее наглядно. Кроме того, зависимость $\ddot{y}(y)$ обратно симметрична относительно оси y графику изменения упругих свойств. Именно фазовые траектории $\ddot{y}(y)$ позволяют установить вид и уровень нелинейности системы. Известно, что ускорений точек более чувствительны к отклонениям колебаний от гармонических. Сопоставим линейную систему с нелинейной симметричной системой с двумя потенциальными ямами. Заметим, что при некоторых режимах колебаний на частоте возмущения осциллограммы этих систем подобны, а акселелограммы различны. Так, акселелограммы линейной системы имеют вид гармонического процесса, а несимметричной системы с двумя потенциальными ямами – пилообразный вид [2].

3. Дифференциальное уравнение вынужденных колебаний болтового соединения

При теоретическом исследовании реальных физических процессов приходится абстрагироваться от ряда побочных явлений и рассматривать только основные факторы, влияющие на интересующую сторону процесса. Необходимость идеализации вызвана, прежде всего, проведением соответствия между сложностью задач и вычислительными возможностями, а также получением достаточно простых и легко анализируемых решений. Так как требования точности и простоты конечных соотношений почти всегда являются противоречивыми, то задачей исследования является выбор некоторой оптимальной для данного случая математической модели или расчетной схемы.

Ранее в работе [4], авторами была предложена динамическая модель болтового соединения, в которой характеристика упругой силы имела вид

$$m\,\ddot{y}_k + H(\dot{y}_k, y_k) + R(y_k) = F(t) \qquad (1),$$

где y -обобщенная координата; m - масса, $H(\dot{y}_k, y_k)$ - диссипативная характеристика; $R(y_k)$ - упругая характеристика; $F(t)$ - внешнее возмущение.

$$R(y) = k_0 + k_1 y + \Sigma k_n y^n + K_{db},$$

$$\text{где } K_{db} = \begin{cases} k_{db}(y - y_{db})\,для\ y_{db} \le y \\ 0\,для - y_{db} \le y \le y_{db} \\ k_{db}(y + y_{db})\,для\ y \le -y_{db} \end{cases} \qquad (2),$$

где k_0 - начальное усилие в соединении, kx - линейная упруга сила; $\Sigma k_n y^n$ - нелинейная упругая сила; y_{db} - люфт соединения.

В исследуемых системах левые части дифференциальных уравнений, описывающих ряд динамических процессов, претерпевают разрывы в зависимости от текущего состояния. Разрывность в левой части уравнений движения порождает ряд особенностей в описании поведения системы.

Большинство современных вычислительных алгоритмов обладают переменным шагом и порядком, которые подбираются из условия соблюдения заданной точности интегрирования. Для получения параметрических зависимостей $\dot{y}(y)$, $\ddot{y}(y)$, $\ddot{y}(\dot{y})$ (рис.2) было создано программное обеспечение. В его основу был положен метод Рунге–Кутта четвертого порядка. Шаг интегрирования принят равным $\Delta t = T/600$, $T = 2\pi/\omega_0$, что обеспечивало устойчивость процедуры численного интегрирования при различных параметрах уравнения (1).

Известно, что свободные колебания нелинейных систем не являются моногармоническими. Для оценки влияния отдельных гармоник в программном обеспечении был использован блок спектрального анализа. Он был реализован на основе алгоритма быстрого преобразования Фурье. Результаты были получены для нескольких значений начальных перемещений и скоростей с учетом влияния начальных условий на установление одного из возможных режимов колебаний.

4. Анализ результатов численного моделирования

Наличие нелинейностей упругой силы в механических системах приводит к отклонению «скелетной» амплитудно-частотной зависимости от прямой линии (рис.1), как в случае линейных систем. Область существования резонансных режимов колебаний нелинейных систем значительно шире. С увеличесние уровня нелинейности упругих сил, влияние высших гармоник существенно возрастает, и поэтому возникает необходимость при выполнении прочностных и технологических расчетов учитывать не менее двух первых гармоник.

а) б)

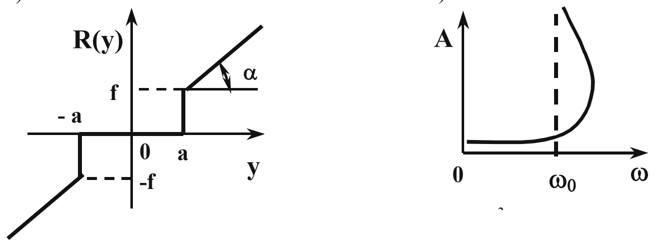

Рис. 1. Динамический характеристики исследуемой системы: а) упругая характеристика; б) «скелетная» амплитудно-частотная зависимость

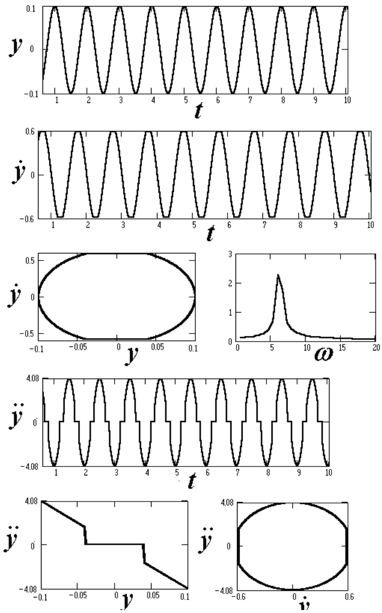

Рис.2 Фазовые траектории, спектральная характеристика и временны́е процессы исследуемой системы

Анализ представленных на рис. 2. динамических процессов , позволяет утверждать, что далеко не всегда достаточно точное и полное математическое описание реальных объектов может быть построено на основании временны́х процессов $y(t)$, фазовых траекторий $(y, \dot{y})$ и спектральных характеристик. Это связано с тем, что при нерезонансных режимах колебания близки к моногармоническим.

5. Заключение

Для ряда механических систем фазовые траектории на плоскости «ускорение – перемещение» являются более эффективным критерием выявления наличия нелинейности, чем амплитудно-частотные характеристики вынужденных колебаний. Люфтам-зазорам упругой характеристики соответствуют горизонтальные участки фазовых траекторий, а силовому натягу – вертикальные участки.

ИСПОЛЬЗОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Андронов А. А Качественная теория динамических систем второго порядка/Андронов А. А., Леонтович Е. А., Гордон А. Г. . – М.: Наука, 1966. – 568с.
2. Волкова В. Е. Фазовые траектории нелинейных динамических систем. Атлас/Волкова В. Е., Казакевич М. И. – Днепропетровск: Наука и образование, 2002. – 94 с.
3. Burdekin M. Analysis of the local deformations in machine joints/ Burdekin M., Back N., CowleyA. // Journal of Mechanical Engineering Science – 1979.- 21.- P. 25–32.
4. Crawley E.F. Force-state mapping identification of nonlinear joints/ Crawley E.F. , O’Donnell K.J. // American Institute of Aeronautics and Astronautics Journal – 1987. - 25- P. 1003–1010.
5. other fasteners/ Ibrahim R.A. , Pettit C.L. //Journal of Sound and Vibration – 2005. – 279. – P. 857–936
6. Kim T.R. Identification of the joint parameters for a taper joint / Kim T.R, Wu X.M. , Eman K.F. // American Society of Mechanical Engineers, Journal of Engineering for Industry – 1989. – 111. - P. 282–287.
7. Ren Y. Identification of ‘effective’ linear joints using coupling and joint identification techniques / Ren Y., . Beards C.F.// American Society of Mechanical Engineers, Journal of Vibration and Acoustics - 1998. – 120. – P. 331–338.
8. Yoshimure M. Measurement of dynamic rigidity and damping property of simplified joint models and simulation by computer/ // Yoshimure M. / Annals CIRP – 1977. – 25. – P. 193–198.
9. Yuan J.X. Identification of the joint structural parameters of machine tool by DDS and FEM// Yuan J.X., Wu X.M. / American Society of Mechanical Engineers, Journal of Engineering for Industry/ - 1985. – 107.- P. 64–69.
10. Volkova V. E., Schneider K. Qualitative theory and identification of dynamic system with one degree of freedom // Прикладная механика. т – 2005. – Т. 41, № 6. – С. 134–139.