

УДК 624.014.2(519.168)

МОЖЛИВОСТІ РЕАЛІЗАЦІЇ АЛГОРИТМІЧНОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ БАГАТОПОВЕРХОВИХ БУДІВЕЛЬ ЗІ СТАЛЕВИМ КАРКАСОМ

БІЛИК А.С.^{1*}, *к.т.н, доц.*
 ТЕРНОВИЙ М.І.², *магістр.*
 ХМЕЛЬНИЦЬКИЙ С.В.³, *інж.*

^{1*} кафедра металевих та дерев'яних конструкцій Київського національного університету будівництва і архітектури, 0507652354 artem.bilyk@gmail.com ORCID ID: 0000-0002-9219-920X

^{2*} магістр будівництва. 097-156-71-53, mailbox07@meta.ua

^{3*} кафедра металевих та дерев'яних конструкцій Київського національного університету будівництва і архітектури, Київ, Україна. 093-737-51-47, khmels@ukr.net

Анотація. У статті наголошується на важливості вибору оптимального вирішення конструктивної схеми багатоповерхових будівель комерційного призначення ще на передпроектній стадії. Вказано на переваги використання сталевих конструкцій у каркасах офісних багатоповерхових будівель, і наведено чинники, які впливають на металоємність. Відмічено, що в Україні успішно розвиваються дослідження із оптимізації металевих конструкцій, але їх практичне впровадження у проектну практику стримує висока трудомісткість та спеціалізованість задач. Оптимальне конструктивне рішення каркасу багатоповерхової будівлі слід шукати із урахуванням багатьох факторів та обмежень, що ускладнює розрахунки. **Мета** досліджень полягає у пошуку оптимальних конструктивних рішень каркасів офісних будівель висотою до 100м зі сталевим каркасом та центральним ядром жорсткості. Мета досягається шляхом розробки автоматизованої комп'ютерної системи оптимізації на основі об'єднання у єдиний комплекс існуючих комп'ютерних програм. **Методика.** Основою побудови комплексу є логіко-графічний програмний процесор Grasshopper 3D, який дозволяє створити каркас будівлі із наступним варіюванням геометричних та інших параметрів каркасу. У комплексі також використано ряд з'єднаних між собою існуючих програм: Rhino 3D; SAP2000; Excel та ін. Об'єктом дослідження є офісні будівлі висотою до 100м із розміром в плані 25x25м..50x50м, висотою поверхів 4,2м. Колони розміщені по периметру будівлі. Балки опираються шарнірно на ядро жорсткості та на колони. Перемінними наразі є крок колон та топологія балкової клітини, а також перерізи сталевих елементів. **Результати.** Розроблений комплекс здатен у автоматичному режимі перебирати можливі варіанти геометрії каркасу із обрахуванням зусиль, поперечних перерізів, ваги конструкції і видати оптимальний за металоємністю варіант. Поетапно досліджена застосовність комплексу. **Наукова новизна.** Показана можливість створення на основі існуючих програм проектно-розрахункового комплексу для пошуку оптимального конструктивного рішення сталевих каркасів багатоповерхової офісної будівлі висотою до 100 м. **Практична цінність.** Винайдення оптимального конструктивного вирішення металевих каркасів на передпроектній стадії дозволяє заощадити значні матеріальні та часові ресурси при зведенні будівель обраного класу.

Ключові слова: вибір оптимальних рішень, багатоповерхові будівлі, системи автоматизованого проектування, сталеві конструкції.

ВОЗМОЖНОСТИ РЕАЛИЗАЦИИ АЛГОРИТМИЧЕСКОЙ ОПТИМИЗАЦИИ МНОГОЭТАЖНЫХ ЗДАНИЙ ИЗ СТАЛЬНОГО КАРКАСА

БИЛЫК А.С.^{1*}, *к.т.н, доц.*
 ТЕРНОВЫЙ М.И.², *магистр.*
 ХМЕЛЬНИЦКИЙ С.В.³, *инж.*

^{1*} кафедра металлических и деревянных конструкций Киевского национального университета строительства и архитектуры, 0507652354 artem.bilyk@gmail.com ORCID ID: 0000-0002-9219-920X

^{2*} магистр строительства. 097-156-71-53, mailbox07@meta.ua

^{3*} кафедра металлических и деревянных конструкций Киевского национального университета строительства и архитектуры, Киев, Украина. 093-737-51-47, khmels@ukr.net

Аннотация. В статье подчеркивается важность выбора оптимального решения конструктивной схемы многоэтажных зданий коммерческого назначения на предпроектной стадии. Указано на преимущества использования стальных конструкций в каркасах офисных многоэтажных зданий, и приведены факторы, которые влияют на металлоемкость. Отмечено, что в Украине успешно развиваются исследования по оптимизации металлических конструкций, но их практическое внедрение в проектную практику сдерживает высокая трудоемкость и специализированность задач. Оптимальное конструктивное решение каркаса многоэтажного здания следует искать с учетом многих факторов и ограничений, что затрудняет расчеты. **Цель** исследований заключается в поиске оптимальных конструктивных решений

каркасов офисных зданий высотой до 100 м со стальным каркасом и центральным ядром жесткости. Цель достигается путем разработки автоматизированной компьютерной системы оптимизации на основе объединения в единый комплекс существующих пригодных компьютерных программ. **Методика.** Основой построения комплекса является логико-графический программный процессор Grasshopper 3D, который позволяет создать каркас здания с последующим варьированием геометрических и других параметров каркаса. В комплексе также использован ряд соединенных между собой существующих программ: Rhino 3D; SAP2000; Excel и др. Объектом исследования являются офисные здания высотой до 100 м с размером в плане 25x25м..50x50м, высотой этажей 4,2м. Колонны размещены по периметру здания. Балки опираются шарнирно на ядро жесткости и на колонны. Переменными сейчас является шаг колонн и топология балочной клетки, а также сечения стальных элементов. **Результаты.** Разработанный комплекс способен в автоматическом режиме перебирать возможные варианты геометрии каркаса с вычислением усилий, поперечных сечений, веса конструкции и выдать оптимальный по металлоемкости вариант. Поэтапно исследована применимость комплекса. **Научная новизна.** Показана возможность создания на основе существующих программ проектно-расчетного комплекса для поиска оптимального конструктивного решения стального каркаса многоэтажного офисного здания высотой до 100 м. **Практическая ценность.** Изобретение оптимального конструктивного решения металлического каркаса на предпроектной стадии позволяет сэкономить значительные материальные и временные ресурсы при возведении зданий выбранного класса.

Ключевые слова: выбор оптимальных решений, многоэтажные здания, системы автоматизированного проектирования, стальные конструкции.

FEASIBILITY OF THE ALGORITHMIC OPTIMIZATION OF MULTI-STORY BUILDINGS WITH STEEL FRAME

Bilyk A.S.¹, *PhD, Cand. Techn.Sc. AssProf.*
Ternovyy M.I.², *MSc*
Khmelnitsky S.V.³, *MSc*

¹ * Kyiv National University of Construction and Architecture, Department of metal and wooden structures +380507652354 artem.bilyk@gmail.com ORCID ID: 0000-0002-9219-920X

² Master of Science in construction +38097-156-71-53, maxbox07@meta.ua

³ Master of Science in construction +38093-737-51-47, khmels@ukr.net

Abstract. The article describes the importance of choosing the optimal decision of structural scheme of multi-story commercial buildings in the preliminary design stage. The advantages of steel structures usage in the steel frames of multi-story office buildings are specified, as well as factors that cause influence to the total weight of steel frame. It is notable that practical implementation of structural optimization is difficult and not common because of complexity of the real modern projects. The search of optimal solution of multi-story buildings should taking into account many factors and limitations. The **goal** of our research is to find optimal solutions for the office buildings structural frames up to 100m with a steel frame and central rigid core. The goal is achieved by developing an automated computer optimization system by combining in a single set all of the suitable existing software. **Methods.** The basis of the optimization system is a logical and graphical software processor Grasshopper 3D, which lets create a whole building frame with varying geometric and other parameters. The system also uses a number of interconnected existing programs: Rhino 3D; SAP2000; Excel and others. The **object** of research is the office buildings up to 100m height and has 25x25m..50x50m size in plane. Single level height is fixed 4,2m. Columns are placed around the perimeter of the building. Beams are hinged connected to the rigid core and to the columns. At the current stage of research the variable parameters are the topology and bay size of columns beams, as well as cross-sections of steel elements. **Results.** Developed system is able to automatically search of optimal frame geometry and topology solutions regarding to recalculation of stresses and cross-sections parameters in a way to find decision with the minimum of total weight of steel. The applicability of system is also investigated thoroughly. **Scientific innovation.** Research shows possibility to create computer system based on existing design and FEM programs for finding the optimal structural solution of high-rise office building steel frame. **The practical importance.** Optimal decision finding to the metal frame in early preliminary design stage can save considerable time and material resources.

Keywords : optimal choice, multi-story buildings, computer aided design, steel structures.

Постановка проблеми

Історично склалось, що в Україні будинки підвищеної поверховості розпочали будувати для державних установ, готелів тощо, а дещо пізніше - у якості житлових будинків. У другій половині минулого століття в Україні були зведені будівлі із металевими каркасами висотою 20-30 поверхів. Це

зокрема – будинок Міністерства торгівлі, Міністерства транспорту (1986), готель «Київ» (1973), бібліотека ім.Вернадського (1989) у м. Києві. Висота цих будівель сягала 80..100 м. У новітній час багатопверхові будівлі зводяться у комерційному сегменті – Бізнес Центр «Олімпійський» (2005), мультифункціональний комплекс «Гулівер-В» (2013), у м.Києві та ін. Отже будівельна галузь України має

певну практику та традицію проектування та спорудження будинків підвищеної поверховості із металевим каркасом. Варто відмітити, що у будинках із висотою біля 100 м собівартість квадратного метра площі зростає по відношенню до малоповерхових будинків не більше ніж на 10-15 %, але зі збільшенням висоти понад 100м зростання собівартості пришвидшується [1]. Це пов'язано, насамперед, із потребою забезпечення жорсткості будинку пропорційно ступеневому зростанню вітрових навантажень (рис. 1).

Сьогодні зведення будинків підвищеної поверховості стрімко зростає - тільки у Києві збудовано більше 400 будинків, які мають висоту понад 20 поверхів. Серед цих будинків переважна більшість житлові сягають 48 поверхів та висоти 170 м. Офісний центр «Парус» висотою 136 м (34 пов.) наразі найвищий серед нежитлових будівель. Наразі триває будівництво найбільшої в Україні офісної будівлі Багатофункціонального комплексу «Sky towers» з вежами 47 і 34 поверхи, заввишки 214,26 метрів у Києві. Комплекс виконаний у сталевому та сталезалізобетонному каркасі.

Офісна нерухомість в Україні сьогодні складає 6 % від загального об'єму будівельної продукції і буде зростати із розвитком економіки. Про це свідчить досвід великих міст інших країн, у яких питомі показники насиченості сучасними офісними будівлями складає 25-30 %. Доля застосування сталевих конструкцій у нежитловому будівництві, яка складає в Україні біля 25%, прогнозовано також буде зростати, так як ці показники вищі у розвинених країнах. Наприклад, у США доля сталевих конструкцій складає понад 55%, а у Великобританії понад 70% [2].

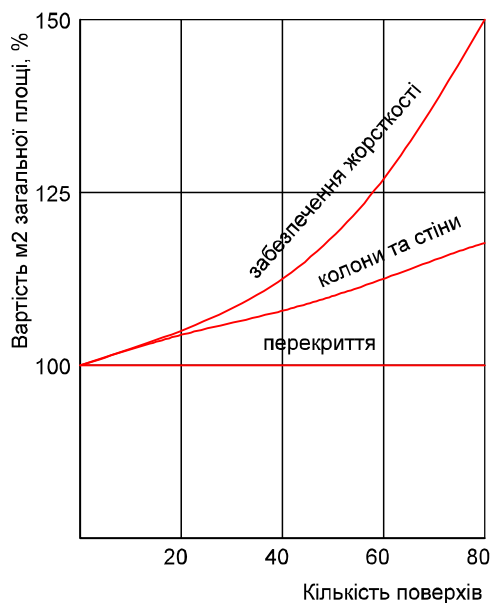


Рис. 1. Залежність питомої вартості площі будинку від кількості поверхів /
Dependence of specific areas of value on the number of building floors

Досвід розвинених країн та набутий досвід українських будівельників сприяє зростанню у майбутньому об'ємів будівництва в Україні офісних висотних (до 100 м) будинків зі сталевим каркасом. Будівництво комерційної офісної нерухомості із застосуванням сталевих конструкцій дає наступні основні переваги [3]: зменшується тривалість будівництва, вага будівлі, кількість робітників; збільшується корисна площа через компактність перерізів колон. Такі будинки легше реконструювати а інтер'єр має архітектурну виразність та естетику. Цим пояснюється постійно зростаюча доля сталевих каркасів у офісному будівництві у розвинених країн світу, а також і в Україні.

Розміщення колон і балок в плані, в першу чергу, залежать від поверховості, архітектурно-планувального рішення будівлі та навантажень. На витрати металу істотно впливає відстань між колонами. При більшому кроці маса колон як правило знижується, а маса ригелів збільшується, при меншому – навпаки. Крок сітки колон залежить від багатьох факторів і зазвичай проводиться на основі методу ідентифікації (аналогічно рішенням у минулих проектах), в залежності від габаритів технологічного обладнання, за традицією колишньої модульної системи або, у окремих випадках, варіантним проектуванням. У останньому випадку, вибирають кращий варіант із порівнюваних, призначених практично (експертним методом) варіантів за визначеними техніко-економічними показниками.

Правильний вибір конструктивної форми багатоповерхової будівлі вже на передпроектній стадії дозволяє заощадити капітальні витрати на її зведення та життєвий цикл, зробити максимально ергономічною для користувачів та корисною в системі міста.

Огляд останніх досліджень

В Україні вже протягом декількох десятиліть успішно ведуться дослідження у надзвичайно актуальному напрямку для покращення проектування - оптимізації металевих конструкцій і конструктивних рішень будівель [4,5,7]. Оптимізаційні задачі, поки що, в основному виконуються вузькоспеціалізовано, у ручному режимі з комп'ютеризацією розрахунків у окремих етапах. Основним недоліком сучасної системи оптимізації конструктивних рішень металевих конструкцій є необхідність високої кваліфікації виконавців, велика трудомісткість, а відповідно її висока вартість і тривалість робіт.

Логічним наступним кроком розвитку оптимізації сталевих конструкцій є створення систем одностадійного оптимального проектування. Такі системи, початково виникнувши у авіації, де несуча конструкція, зовнішня форма та функція дуже тісно пов'язані зовнішніми обмеженнями та багатьма жорсткими критеріями, вже зараз прийшли у машинобудування та проектування кораблів та

автомобілів. Поступово системи одностадійного оптимального проектування впроваджуються і у будівництво. У них абрис архітектурної оболонки, характеристики несучого каркасу та будівлі в цілому є наслідком алгоритмічного оптимізаційного розрахунку із урахуванням численних параметрів [6,7].

Постановка задачі

Метою даного дослідження є створення автоматизованої комп'ютерної системи одностадійного пошуку оптимального, конструктивного рішення сталого каркасу офісної будівлі висотою 100 м з центральним ядром (стовбуром) жорсткості. Критерієм оптимізації на даному етапі обрано металоємність сталого каркасу.

Робоча гіпотеза дослідження передбачає пошук і об'єднання у єдиний комплекс існуючі придатні комп'ютерні програми, що дозволяє створити методику та комплекс вибору оптимального, за обраним критерієм, конструктивного рішення сталого частини каркасу офісної будівлі висотою до 100м. Для досягнення мети було заплановано вирішити наступні задачі:

- розробити інтегрований комп'ютерно-проектний розрахунковий комплекс;
- тестовим чисельним експериментом перевірити дієздатність розробки.

Виклад основного матеріалу дослідження

Оскільки оптимізація передбачає варіювання параметрів каркасу, в першу чергу, було використано логіко-графічний програмний процесор Grasshopper 3D [11]. Це програма - інструмент для генеративного моделювання параметричної архітектури у графічному середовищі Rhino 3D [12].

Процес моделювання програмі Grasshopper 3D – це створення алгоритму у логіко-графічному («нодовому») інтерфейсі. Це означає, що скрипт-програмні модулі не пишуться тільки у вигляді коду, а візуально представлені у робочий оболонці-середовищі, де користувач задає ноди (компоненти або «батареї»), суть блок-схемні ікони) та деякі опції – критерії, обмеження тощо (рис. 2).

Алгоритм описує взаємозалежності елементів будівлі від вхідних параметрів, обмежень, критеріїв і між собою, та складається із вихідних даних або параметрів (чисел, геометрії або інших даних) та послідовності дій із ними. У результаті на виході алгоритму генеруються обрані параметри – такі як геометрія, кількісні показники та суміжна інформація (об'єми, розміри, площі і таке інше). В будь-який момент вихідні дані можна змінити (наприклад, кількість колон в ряду, висоту поверху, проліт балки і т. ін.) і вся модель перебудується (зі швидкістю введення нових вихідних даних) і зміняться кінцеві замовлені під час моделювання розраховані показники.

Відмінність генеративного алгоритмічного (параметричного) моделювання від традиційного полягає насамперед у тому, що створюється не просто модель, а логічна система, із якої можна отримати модель при довільних інших вихідних даних з області допустимих значень. Створивши програму-скрипт один раз, її можна багаторазово використовувати та редагувати по новому. Збільшення кількості елементів, ускладнення та множення зв'язків між ними, введення нових параметрів та критеріїв та накопичення інформації щодо прийнятих рішень та вирішених задач надають утвореній програмі властивості системи штучного інтелекту.

Моделювання комп'ютерного комплексу для пошуку оптимального рішення для вибраного об'єкта на першому етапі досліджень прийнято від вертикальних навантажень, а в подальшому є можливість задання динамічних, температурних, вітрових та інших навантажень.

У якості **критерію оптимізації** сталого каркасу офісної будівлі на даному первинному етапі прийнято мінімальну металоємність. Геометричні розміри об'єкта-представника (рис.3) наступні:

- максимальні розміри в плані 50x50м;
- розміри в плані ядра жорсткості 25x25м;
- висота будинку близько 100м;
- висота поверху близько 4.2м.

Обпирання балок на колони і ядро жорсткості прийнято шарнірними.

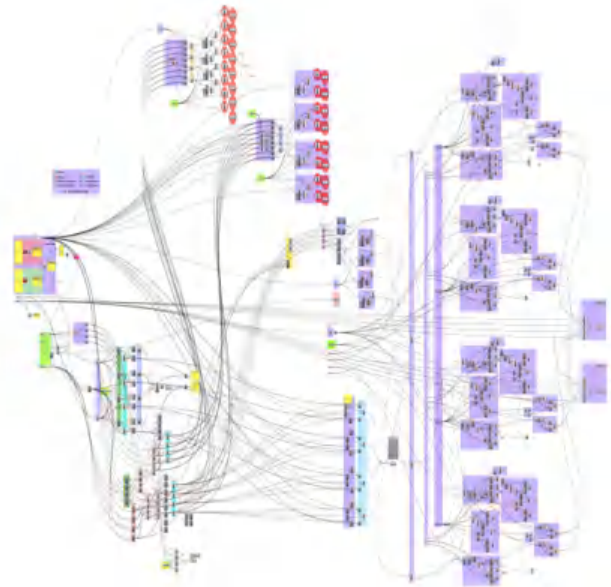


Рис.2. Приклад фрагменту топології «монтажної» схеми алгоритмічної моделі каркасу будівлі із демонстрацією можливості приєднання зовнішніх виходів та входів інформації /
Fragment topology "mounting" scheme algorithmic model of the building framework demonstration connection of external inputs and outputs information

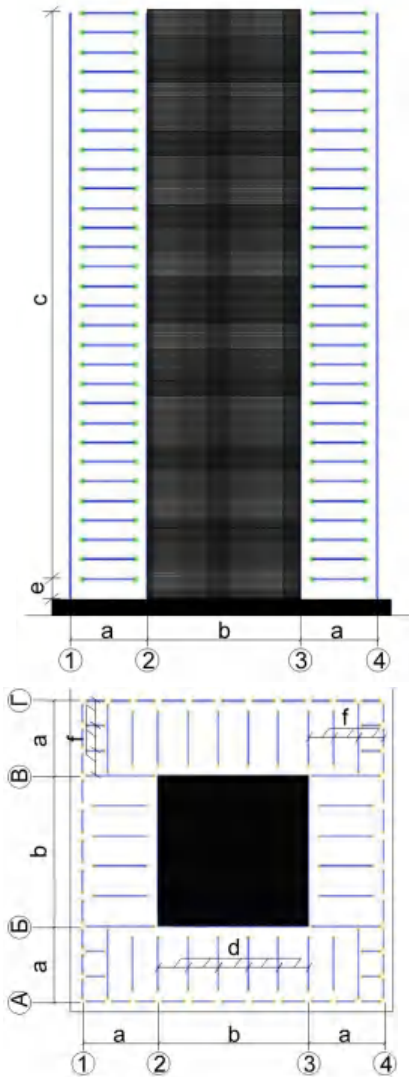


Рис. 3. План та розріз конструктивної системи будівлі /
Plan and cut structural system of the building

a – відстань від крайньої фасадної колони до ядра жорсткості.

b – ширина та довжина ядра жорсткості.

c – висота будівлі 100м (+/-)10м.

e – висота поверху від 4,2м до 4,6м.

d – відстань між колонами та балками в межах ядра жорсткості від 1,8м до 5,2м.

f - відстань між колонами та балками поза межею ядра жорсткості від 2,0м до 4,3м.

Розробку виконано на основі ряду існуючих програм: Rhino 3D – Grasshopper – SAP-2000 - Excel та із можливістю імпорту в такі програми як: Revit, Tekla Structure, Autocad, 3D-max та інші (рис. 4).

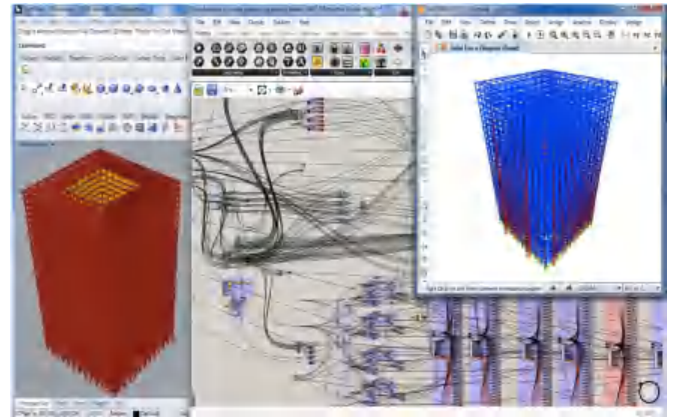


Рис. 4. Візуальне представлення будівлі у розрахунковому комп'ютерному комплексі /
The visual representation of the current building computer systems

Програмний комплекс у відповідності до цільової функції здатен у автоматичному режимі перебирати можливі варіанти геометрії каркасу із обрахуванням зусиль, поперечних перерізів, ваги конструкції і в кінцевому результаті видати оптимальний (із найменшою металоємністю) варіант геометрії та топології каркасу.

Алгоритмічна функція, яка розглядається, може бути класифікована як статична, не випукла, полімодальна, нелінійна, дискретна, розривна, недиференційована та частково сепарабельна. Для алгоритмічної оптимізації таких функцій у якості математичного апарату Grasshopper 3D використовує на вибір два інструменти евристичного пошуку: метод генетичних алгоритмів [8] та контрольованого відпаду [9]. Порівняння зазначених методів потребує окремого розгляду. Зазначимо наразі тільки, що останній, хоч і потребує більше машинного часу на пошук, дає кращу збіжність щодо досягнення глобального оптимуму при сильно нелінійних задачах [10].

Перемінні величини в геометрії каркасу будівлі для пошуку оптимального варіанту:

На першому етапі наших тестових випробовувань програмного комплексу нами були задані наступні вхідні дані:

- довжини балок (12,5м) і висота колон (4,2м) залишались незмінними;
- кількість колон, а відповідно і балок, прийнято 11 із можливістю збільшення до 21 на довжині фасаду в 50м.
- навантаження на 1м² перекриття в розмірі 12 кН.

Проміжні результати роботи програмного комплексу підтвердили його придатність до вирішення поставлених задач та достовірність отриманих результатів на тестових прикладах. У подальшому планується розробити кількість конструктивних схем для тестових задач, а також збільшити кількість навантажень до реальних.

Висновки

Таким чином, у статті обґрунтовано принципову можливість створення та описано практичну реалізацію прикладу програмного комплексу на основі існуючих окремих програм для оптимізації каркасів висотних будинків з висотою до 100м.

Вибір оптимального вирішення за допомогою перспективного програмного забезпечення виконується протягом декількох хвилин, а не тижнів і місяців, що дає можливість отримати значну

економію коштів і часу та прийняти правильне рішення вже на передпроектній стадії. Тематикою подальших досліджень є удосконалення та збільшення кількості вихідних параметрів та простору пошуку можливих рішень.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ / REFERENCES

1. Khajehpour S, Grierson D.E. (2003) Profitability versus safety of high-rise office buildings. *Struct Multidisc Optim* 25, pp 279–293

Хаджепур С, Гриерсон Д.Е. (2003) Рентабельность и безопасность высотных офисных зданий. Многоотраслевая оптимизация конструкций. Вып. 25, - с.279-293.

2. Гончаренко Д. Ф., Карпенко Ю. В., Меерсдорф Е.И. Возведение многоэтажных каркасно-монолитных зданий: монография / Под ред, Д. Ф. Гончаренко. – К.:Ф + С, 2013. – 128 с.

Goncharenko D.F., Karpenko Y.V., Meersdorf E.I. The construction of multi-storey frame-monolithic buildings: monograph / Editor Goncharenko D.F. - Kyiv: F + S, 2013. - 128 p.

3. Шевченко Е.В. Совершенствование конструкций опор высоковольтных линий электропередачи и создание системы их автоматизированного оптимального проектирования. Автореферат дис... Докт. Техн. Наук. – Киев, 2000.

Shevchenko E.V. Development of the designs of high-voltage transmission lines and creating a system of automated optimal design. Abstract of thesis ... Doctor of Tech. Science. - Kyiv, 2000.

4. Пермяков В.А. Современное состояние проблемы оптимального проектирования стальных конструкций.// Металеві конструкції, №1, 1998 – С.17-20

Permyakov V.A. The current state of the problem of optimal design of steel structures // *Metal structures*, №1, 1998 - S.17-20

5. Ziarati A. (2010). "A multilevel evolutionary algorithm for optimizing numerical functions" // *IJIEC* 2 (2011): 419–430

Зараті А. (2010). "Багаторівневий еволюційний алгоритм для оптимізації числових функцій" // *IJIEC* 2 (2011): 419-430

6. Kirkpatrick S., Gelatt C.D., Vecchi M.P. Optimization by Simulated Annealing // *Science, New Series*, Vol. 220, No. 4598. (May 13, 1983), pp. 671-680.

Кіркпатрік С., Желатт С. Д., Веккі М.П. оптимізація по імітації відпалу // Наука, Нові серії, Том 220, № 4598. (13 травня 1983), - с. 671-680.

7. Global optimization of statistical functions with simulated annealing/ Goffe W.L., Ferrier G.D., Rogers J. // *Journal of Econometrics*, 60 (1994) p.65-99. Глобальна оптимізація статистичних функцій з використанням методу імітації відпалу / Вільям Гофф Гері Д. Ферье Джон Роджерс // *Журнал економетрика*, вип. 60 (1994) - с. 65-99.

8. Bilyk A, Kurashv R, Burgan B, Khmelnitska A (2013). First Ukrainian cost study experience of commercial multistory buildings with concrete and steel frame, Design, *Fabrication and Economy of Metal Structures/International Conference Proceedings 2013*, Miskolc, Hungary, Apr.24-26. Jarmai K., Farkas J. (eds) Springer. 511-517.

Білик А, Курашов Р, Берган В, Хмельницька (2013). Перший Український досвід дослідження вартості комерційних багатоповерхових будинків з бетонним і сталевим каркасом / «Проектування, виготовлення та економіка металоконструкцій»: Матеріали Міжнародної конференції 2013 року, Мішкольц, Угорщина, Квіт.24-26. Джармай К., Фаркаш Дж. (ред) Спрингер. - с. 511-517.

9. Билык А.С., Лоусон Р.М. Стальные конструкции в архитектуре // УЦСС 2014 – 135с. <http://www.uscc.com.ua>
Bilyk A.S., Lawson R.M. Steel structures in architecture // *USCC 2014* – 135p.

10. Білик А.С. Вибір оптимальних рішень сталевих ферм покриттів. Автореферат дис... канд. техн. наук. – К., 2009. - 21 с.

Bilyk AS The choice of optimal solutions steel trusses coatings. Abstract of the thesis ... candidate of technical science. - Kyiv: 2009. - 21 p.

11. <http://www.grasshopper3d.com>

12. <https://www.rhino3d.com>

13. <http://www.csiamerica.com/products/sap2000>

Статья рекомендована к публикации д-ром.техн.наук, проф. Билюком С.И. та від д.т.н. Черненко В.К.

Статья поступила в редколлегию 05.08.2015