

16. Вульфсон И.И. Нелинейные задачи динамики машин. / И.И. Вульфсон, М.З. Колосовский. – Л.: Машиностроение, 1968. – 382 с.
17. Пановко Я.Г. Основы прикладной теории упругих колебаний. / Я.Г. Пановко. – М.: Машиностроение, 1967. – 316 с.
18. Пановко Я.Г. Основы прикладной теории колебаний и удара. / Я.Г. Пановко. – Л.: Политехника, 1990. – 272 с.

УДК 534.1

В. С. ЛОВЕЙКІН, докт. техн. наук, Ю. РОМАСЕВИЧ, канд. техн. наук.

Національний університет біоресурсів і природокористування України

ОБҐРУНТУВАННЯ ВВЕДЕННЯ МОДИФІКОВАНОГО ОБМЕЖЕННЯ НА ФУНКЦІЮ ОПТИМАЛЬНОГО КЕРУВАННЯ ТЕХНІЧНИМИ СИСТЕМАМИ

Постановка проблеми. Робота сучасних технічних систем супроводжується значними динамічними навантаженнями, швидкоплинними перехідними процесами та значними енергетичними витратами на виконання технологічних процесів. Вимоги, які ставляться до виробничих машин різного роду суперечливі: з одного боку необхідно забезпечити найбільшу ефективність виробництва, а з іншого - зберегти наявне обладнання та не допустити його передчасний вихід з ладу. Одним зі способів підвищення ефективності виробництва є його інтенсифікація, яка може бути реалізована шляхом зменшення тривалості циклів руху машин і механізмів. Як відомо, оптимальне за швидкодією керування має характер релейної функції [1]. Реалізація такого керування на практиці полягає у миттєвому перемиканні знаку керуючої функції, що підвищує динамічні навантаження у механічних елементах системи та зменшує їх надійність, а також збільшує струмові навантаження електроприводу системи. Для того, щоб усунути критичні динамічні навантаження у механічних частинах системи та протікання великих струмів у електроприводі необхідно вводити модифіковані (некласичні) обмеження на функцію керування.

Аналіз публікацій. Розвиток теорії оптимального керування почався у 50-х роках минулого сторіччя, а в наш час вона є досить гарно розробленою. Саме на початковому етапі її розвитку були поставлені і розв'язані деякі нетипові для варіаційного числення задачі. Однією з них є задача оптимальної швидкодії [1]. Сутність цієї задачі полягає у переводі матеріальної точки з одного стану у інший за мінімальний час при врахуванні обмежень на керування. Накладення обмежень на керування та фазові координати є типовим елеме-

нтом таких задач. Зазначимо, що без обмежень на керування задача оптимальної швидкодії не може бути розв'язана (дійсно, якщо обмеження на керування не накладені, то до динамічної системи можна прикладати нескінченно великі зусилля, при цьому система перейде у новий стан за нескінченно малий проміжок часу).

Обмеження на керування динамічною системою можна обґрунтувати з точки зору обмеженості потужності джерел живлення, ліній електропередач, приводних та перетворювальних пристроїв і механізмів.

Одним з найпоширеніших перетворювальних пристроїв сучасних мехатронних систем є частотний перетворювач [2], до якого підключається електродвигун. Обмеження на момент двигуна можна визначити з його перевантажувальної здатності [3]. Обмеження на максимальний струм частотного перетворювача також задаються (паспортні дані). Однак ці обмеження різних видів: одне стосується механічної величини, а інше – електричної. При синтезі оптимального керування рухом динамічної системи врахування обох обмежень є складною задачею, якій приділено мало уваги, незважаючи на її практичну значимість.

Мета та задачі дослідження. Метою приведених досліджень є обґрунтування обмежень накладених на функцію керування технічними системами з частотно-керованим приводом. Відповідно до мети ставляться такі задачі: 1) встановити та проаналізувати залежність між обмеженням накладеним на момент двигуна, обмеженням щодо величини струму на виході з частотного перетворювача та кутовою швидкістю двигуна; 2) на прикладі найпростішої задачі оптимальної швидкодії одномасової динамічної системи виконати синтез оптимального керування із врахуванням модифікованого обмеження накладеного на керування.

Виклад матеріалу. Найпоширеніший привод сучасних технічних систем різного роду – електричний асинхронний. Одним з недоліків цього приводу є те, що для його регулювання необхідно використовувати спеціальні пристрої. Широке поширення для регулювання асинхронного приводу отримало частотне регулювання, реалізоване за допомогою частотних перетворювачів. За допомогою цих пристроїв досягаються такі ж регулювальні показники як і у двигунів постійного струму, у тому числі керування електромагнітним моментом двигуна. Необхідно зазначити, що живлення двигуна безпосередньо від мережі та від частотного перетворювача відрізняється [4]. Причина цього – частотний перетворювач не в змозі витримувати значних струмових навантажень. Отже, окрім обмежень накладених на двигун (максимальне значення приводного моменту) необхідно враховувати струмові, або часо-струмові обмеження накладені на частотний перетворювач, від якого

здійснюється живлення двигуна. Таким чином, у даній роботі розглядається єдина електромеханічна система.

Насамперед вкажемо припущення, прийняті при приведенні даного дослідження:

- не враховується в'язке тертя у приводній системі та у робочій машині;
- усі маси вважаємо зосередженими;
- нехтуємо електромагнітними перехідними процесами (розглядаємо статичну електромеханічну характеристику двигуна);
- вважаємо, що частотний перетворювач миттєво „відпрацьовує” задане значення керуючої функції (моменту).

Для дослідження використаємо найпростішу одномасову модель руху технічної системи. Такою моделлю можна описувати рух ланки робота, вентилятора, насоса, дробарки, крана-маніпулятора, різноманітних транспортних механізмів тощо. Запишемо диференціальне рівняння, яким описується рух вказаних систем:

$$J\ddot{\varphi} = M - M_{on}, \quad (1)$$

де J – приведений до вала двигуна момент інерції системи „двигун-робоча машина”; φ – кут повороту вала двигуна; M – електромагнітний момент на валу двигуна; M_{on} – момент опору руху робочої машини, зведений до вала двигуна. Крапкою над символом позначене диференціювання за часом.

Як відомо, оптимальне за швидкістю керування технічною системою при врахуванні обмежень на швидкість її руху має такий вигляд:

$$M = \begin{cases} M_{\max}, & t \in [0, t_n]; \\ M_{on}, & t \in [t_n, t_n + t_{ном}]; \\ -M_{\max}, & t \in [t_n + t_{ном}, T], \end{cases} \quad (2)$$

де M_{\max} – максимальне значення моменту на валу двигуна; T – тривалість циклу руху системи; t_n – тривалість розгону системи; $t_{ном}$ – тривалість руху системи на номінальній швидкості.

Проаналізуємо умови роботи частотного перетворювача протягом розгону системи $t \in [0, t_n]$. Для цього знайдемо струм асинхронного двигуна, який споживається ним з джерела живлення, яким у даному випадку є частотний перетворювач, протягом розгону [5]:

$$I_1 = \sqrt{\frac{M_{\max} s \dot{\varphi}_0}{3R_2'} + I_{\mu}}, \quad (3)$$

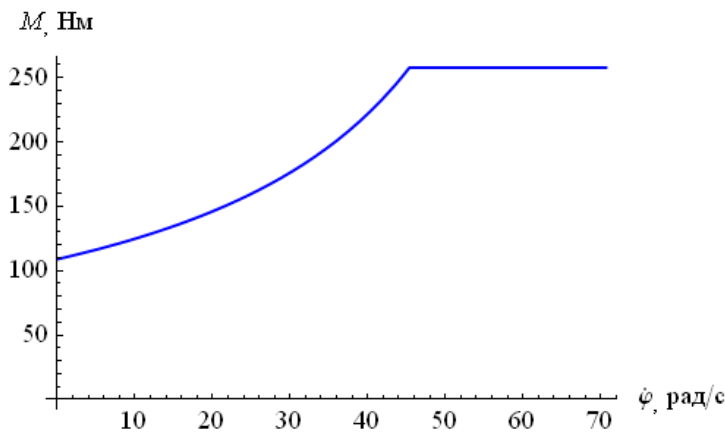


Рис. 1. Залежність максимального моменту на валу двигуна від його кутової швидкості.

гуна від його кутової швидкості з врахуванням того, що струм, який проходить по обмотках двигуна є максимальним для частотного перетворювача:

$$M_{\max} = \frac{3(I_{1\max} - I_{\mu})^2 R'_2}{\dot{\phi}_0 - \dot{\phi}}, \quad (4)$$

де $I_{1\max}$ - максимально можливий струм на виході з перетворювача частоти. Величина $I_{1\max}$ знаходиться з умови, що частотний перетворювач працює з 150-ти процентним перевантаженням за струмом. Як правило, сучасні перетворювачі витримують таке перевантаження протягом 60 секунд [2]. Зменшення величини перевантаження призводить до можливості збільшення тривалості перевантаження. Отже необхідно враховувати не тільки величину перевантаження, а й її тривалість. Тому потрібно розглядати не струмові, а часо-струмові характеристики інверторів, які є вихідним елементом частотних перетворювачів. У даному дослідженні ми обмежимося лише величиною струмового перевантаження враховуючи, однак, те, що воно не може тривати більше 60 секунд.

Вираз (4) встановлює залежність обмеження на керуюче зусилля, накладене на механічну частину системи від швидкості її руху при умові, що електрична частина системи працює на межі допустимої області ($I_1 = I_{1\max}$). Запишемо остаточно обмеження накладені на керування (момент двигуна):

$$M = \begin{cases} \frac{3(I_{1\max} - I_{\mu})^2 R'_2}{\dot{\phi}_0 - \dot{\phi}} \text{ при } 0 < \dot{\phi} \leq \dot{\phi}_0 - \frac{3(I_{1\max} - I_{\mu})^2 R'_2}{M_{\max}}; \\ M_{\max} \text{ при } \dot{\phi} > \dot{\phi}_0 - \frac{3(I_{1\max} - I_{\mu})^2 R'_2}{M_{\max}}. \end{cases} \quad (5)$$

Для отриманого виразу (5) побудуємо графічну залежність (рис. 1), яка ілюструє її „кусочність” (рис. 1. побудований при таких параметрах двигуна МТКМ312-8 [3]:

де I_1 - струм фази статора;

$\dot{\phi}_0$ - кутова швидкість ідеального холостого ходу асинхронного двигуна;

s - поточне ковзання двигуна;

R'_2 - приведений опір ротора;

I_{μ} - струм контуру намагнічування (як правило, $I_{\mu} \approx 0,2 \dots 0,4 I_{ном}$).

З виразу (3) знайдемо залежність максимального моменту дви-

гуна від його кутової швидкості з врахуванням того, що струм, який проходить по обмотках двигуна є максимальним для частотного перетворювача:

гуна від його кутової швидкості з врахуванням того, що струм, який проходить по обмотках двигуна є максимальним для частотного перетворювача:

гуна від його кутової швидкості з врахуванням того, що струм, який проходить по обмотках двигуна є максимальним для частотного перетворювача:

гуна від його кутової швидкості з врахуванням того, що струм, який проходить по обмотках двигуна є максимальним для частотного перетворювача:

гуна від його кутової швидкості з врахуванням того, що струм, який проходить по обмотках двигуна є максимальним для частотного перетворювача:

гуна від його кутової швидкості з врахуванням того, що струм, який проходить по обмотках двигуна є максимальним для частотного перетворювача:

гуна від його кутової швидкості з врахуванням того, що струм, який проходить по обмотках двигуна є максимальним для частотного перетворювача:

гуна від його кутової швидкості з врахуванням того, що струм, який проходить по обмотках двигуна є максимальним для частотного перетворювача:

гуна від його кутової швидкості з врахуванням того, що струм, який проходить по обмотках двигуна є максимальним для частотного перетворювача:

гуна від його кутової швидкості з врахуванням того, що струм, який проходить по обмотках двигуна є максимальним для частотного перетворювача:

гуна від його кутової швидкості з врахуванням того, що струм, який проходить по обмотках двигуна є максимальним для частотного перетворювача:

гуна від його кутової швидкості з врахуванням того, що струм, який проходить по обмотках двигуна є максимальним для частотного перетворювача:

гуна від його кутової швидкості з врахуванням того, що струм, який проходить по обмотках двигуна є максимальним для частотного перетворювача:

гуна від його кутової швидкості з врахуванням того, що струм, який проходить по обмотках двигуна є максимальним для частотного перетворювача:

гуна від його кутової швидкості з врахуванням того, що струм, який проходить по обмотках двигуна є максимальним для частотного перетворювача:

гуна від його кутової швидкості з врахуванням того, що струм, який проходить по обмотках двигуна є максимальним для частотного перетворювача:

гуна від його кутової швидкості з врахуванням того, що струм, який проходить по обмотках двигуна є максимальним для частотного перетворювача:

гуна від його кутової швидкості з врахуванням того, що струм, який проходить по обмотках двигуна є максимальним для частотного перетворювача:

гуна від його кутової швидкості з врахуванням того, що струм, який проходить по обмотках двигуна є максимальним для частотного перетворювача:

гуна від його кутової швидкості з врахуванням того, що струм, який проходить по обмотках двигуна є максимальним для частотного перетворювача:

гуна від його кутової швидкості з врахуванням того, що струм, який проходить по обмотках двигуна є максимальним для частотного перетворювача:

гуна від його кутової швидкості з врахуванням того, що струм, який проходить по обмотках двигуна є максимальним для частотного перетворювача:

гуна від його кутової швидкості з врахуванням того, що струм, який проходить по обмотках двигуна є максимальним для частотного перетворювача:

гуна від його кутової швидкості з врахуванням того, що струм, який проходить по обмотках двигуна є максимальним для частотного перетворювача:

$P_{ном}=7,5$ кВт; $R'_2=1,04$ Ом; $\dot{\varphi}_0=78,5$ рад/с; кратність максимального моменту двигуна $M_{max}^*=2,5$; $I_{ном}=19,1$ А; $I_\mu=0,4I_{ном}$ та частотного перетворювача $I_{max}=60$ А, що відповідає потужності 15кВт. Зазначимо, що для побудови графіку ми свідомо обрали частотний перетворювач потужністю у 2 рази більшою за потужність двигуна, оскільки при цьому область допустимих значень струму збільшується і привод може інтенсивніше здійснювати розгін).

Очевидно, що обмеження (5) не є класичним. Ефективними методами синтезу оптимальних керувань для систем з обмеженнями типу (5) є різноманітні ітераційні процедури [6] (методи локальних варіацій, послідовних наближень та інші методи, у яких на кожній ітерації проходить перевірка величини керування). Однак для найпростіших систем задачі оптимальної швидкодії можуть бути розв'язані аналітично.

Надалі розв'яжемо дві задачі для руху приводу зі стану спокою до моменту досягнення номінальної швидкості: 1) для руху без навантаження (розгін на холостому ході); 2) для руху з постійним навантаженням, що характерно для вантажопідйомних машин і механізмів.

Розв'язок першої задачі полягає у знаходженні функції-розв'язку нелінійного диференціального рівняння:

$$J\ddot{\varphi} = \frac{3(I_{1max} - I_\mu)^2 R'_2}{\dot{\varphi}_0 - \dot{\varphi}}, \quad (6)$$

при початкових умовах $\varphi(0) = \dot{\varphi}(0) = 0$ та перевірці умови $M \leq M_{max}$ для $t \in [0, t_n]$.

Розв'язок даної задачі Коші - функція $\varphi(t)$, диференціюючи її за часом знайдемо залежність кутової швидкості двигуна від часу $\dot{\varphi}(t)$ (ми навмисне притримуємося описового характеру, оскільки ці математичні розрахунки мають значний об'єм). Надалі знайдемо момент часу при якому кутова швидкість досягає свого номінального значення, тобто розв'яжемо рівняння $\dot{\varphi}(t_n) = \dot{\varphi}_{ном}$, або у розгорнутому вигляді:

$$\dot{\varphi}_0 - J \frac{1}{2} \sqrt{J\dot{\varphi}_0 - 6(I_{1max} - I_\mu)^2 R'_2 t_n} = \dot{\varphi}_{ном}. \quad (7)$$

Знайшовши розв'язок рівняння (7), можемо побудувати графіки функцій $\dot{\varphi}(t)$ та $M(t)$ (рис. 2)

Знайдемо момент двигуна у кінці розгону при параметрах, використаних для побудови графіків (рис. 2.):

$$M = \frac{3(I_{1max} - I_\mu)^2 R'_2}{(\dot{\varphi}_0 - \dot{\varphi}_{ном})} = 1485 \text{ Нм}, \quad (8)$$

що більш ніж у 5,5 разів перевищує максимальний момент двигуна. Таким чином умова $M \leq M_{\max}$ не виконується.

Знайдемо проміжок часу $t \in [0, t_1]$, для якого умова $M \leq M_{\max}$ буде справедливою. Для цього необхідно розв'язати рівняння $M(t_1) = M_{\max}$ або у розгорнутому вигляді:

$$3(I_{1\max} - I_{\mu})^2 R_2' \sqrt{\frac{J}{J\dot{\phi}_0 - 6(I_{1\max} - I_{\mu})^2 R_2' t_1}} = \frac{3(I_{1\max} - I_{\mu})^2 R_2'}{(\dot{\phi}_0 - \dot{\phi}_{ном})}. \quad (9)$$

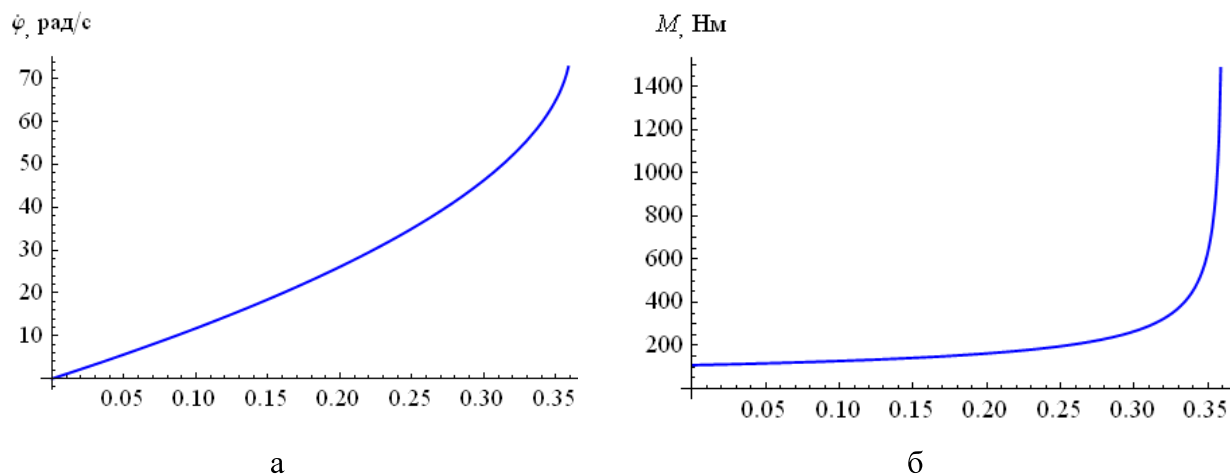


Рис. 2. Графіки функцій на валу двигуна протягом розгону системи до номінальної швидкості зі стану спокою: а - кутової швидкості; б – моменту.

Знайшовши вираз для моменту часу t_1 можемо знайти фазові координати приводу у цей момент часу $\phi(t_1)$ та $\dot{\phi}(t_1)$. Ці дані необхідні для того, щоб сформувані початкові умови для розв'язання задачі Коші:

$$J\ddot{\phi} = M_{\max}. \quad (10)$$

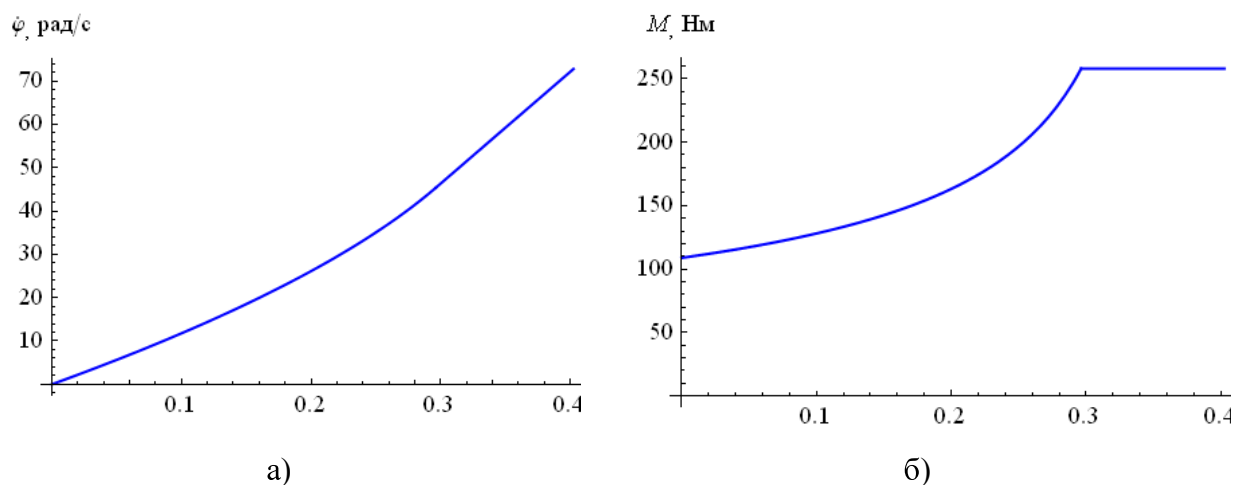


Рис. 3. Графіки функцій на валу двигуна протягом розгону системи до номінальної швидкості зі стану спокою при виконанні обмежень $M \leq M_{\max}$ та $I_1 \leq I_{1\max}$: а - кутової швидкості; б – моменту.

Не будемо зупинятися на розв'язуванні цього рівняння, а побудуємо графіки функцій для усього періоду розгону системи при виконанні обмежень накладених на момент та на струм (рис. 3).

Таким чином, ми отримали „зшивку” розв'язків при виконанні обох обмежень.

Відмітимо, що у даному прикладі тривалість перехідного режиму руху приводу збільшується на 0,1 секунди у порівнянні з випадком, який не враховує обмеження $M \leq M_{\max}$. Приведемо аналогічні графіки функцій (рис. 4) при умові, що максимальний вихідний струм частотного перетворювача становить 22 А і таке ж значення струму приймемо у якості максимального $I_{\max} = 22$ А. Фактично це означає, що потужність частотного перетворювача відповідає потужності двигуна і відсутнє струмове перевантаження частотного перетворювача.

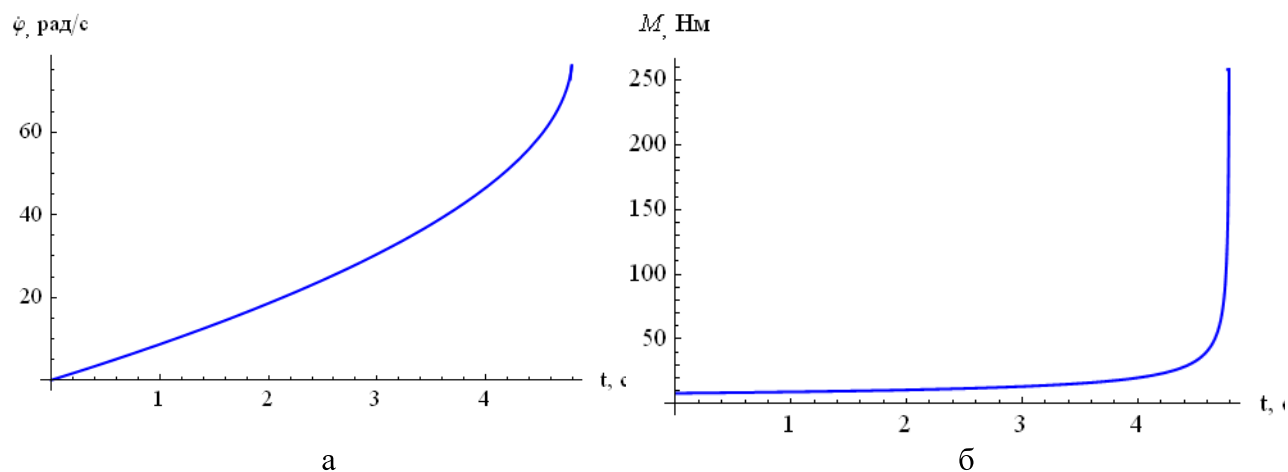


Рис. 4. Графіки функцій на валу двигуна протягом розгону системи до номінальної швидкості зі стану спокою при $I_{\max} = 22$ А: а - кутової швидкості; б – моменту.

У даному випадку (рис. 4) привод взагалі „не виходить” на обмеження $M \leq M_{\max}$ весь час рухаючись при обмеженні $I_1 \leq I_{1\max}$. Це впливає на тривалість руху системи, яка збільшується у порівнянні з варіантом $I_{\max} = 60$ А на 4,37 секунди, або майже у 12 разів. Звідси можна зробити попередні висновки: 1) якщо забезпечити достатню потужність частотного перетворювача, то, очевидно, можна добитись результату, при якому обмеження $I_1 \leq I_{1\max}$ вже не буде грати ролі, залишиться лише класичне обмеження виду $M \leq M_{\max}$; 2) необгрунтований вибір потужності частотного перетворювача може привести до збільшення тривалості перехідних процесів (тут постає практична задача „тривалість перехідного процесу - потужність частотного перетворювача”, яка трансформується у еквіваленту задачу „підвищення продуктивності технологічного процесу за рахунок зниження тривалості руху машин і механізмів – збільшення вартості частотного перетворювача,

пов'язаної зі збільшенням його потужності”). Ці задачі необхідно вирішувати для кожного конкретного технологічного процесу.

Перейдемо до розв'язування другої задачі. Для цього необхідно розв'язати диференціальне рівняння (1) за умови, що момент, який входить у праву частину цього рівняння описується функцією (5). Використаємо чисельне інтегрування цього нелінійного диференціального рівняння [7]. У результаті отримаємо набір точок, які можна інтерполювати сплайном. Графічний результат сплайн-функцій для кутової швидкості та крутного моменту двигуна показано на рис. 5. Зазначимо, що для розв'язування цього рівняння необхідно використовувати перевірку умови (5) на кожній ітерації. Аналогічну процедуру необхідно виконувати при синтезі оптимального керування для наближених методів розв'язування задач оптимального керування.

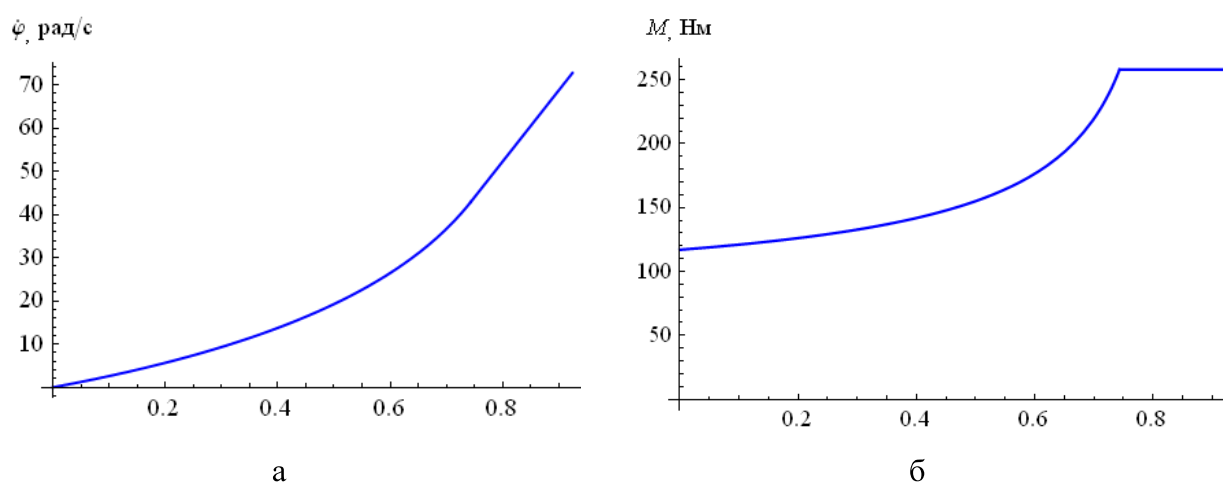


Рис. 5. Графіки функцій на валу двигуна протягом розгону системи до номінальної швидкості зі стану спокою при моменті опору не рівному нулю: а - кутової швидкості; б – моменту.

Узагальнюючи отримані результати можна сказати, що задачі синтезу оптимального керування повинні враховувати модифіковані обмеження накладені на керуючу функцію при її реалізації за допомогою частотного асинхронного електроприводу. У даній роботі розглянуто найпростіша одномасова модель руху динамічної системи, яка здійснює розгін на одному інтервалі сталості керуючої функції (2). Однак відомі роботи як теоретичного [8, 9] так і прикладного [10, 11, 12] характеру, які встановлюють декілька перемикачів керування протягом розгону системи. У цих випадках на систему накладаються іще жорсткіші обмеження, що впливає з аналізу виразу (3). Дійсно, як тільки двигун досяг деякої швидкості на першому етапі розгону (перший етап додатного керування) відбувається перемикач керування і воно стає від'ємним. Таке перемикач повинно проходити миттєво, що означає реверсування двигуна, тобто $\dot{\phi}_0 \rightarrow -\dot{\phi}_0$. При цьому ковзання двигуна зрос-

тає значно $s = \frac{\dot{\phi}_0 - \dot{\phi}}{\dot{\phi}_0} \rightarrow \frac{\dot{\phi}_0 + \dot{\phi}}{\dot{\phi}_0}$, а разом з ним і струм статора. Однак постає питання, чи зможе частотний перетворювач забезпечити значний струм на виході? Для відповіді на це питання необхідно проводити аналіз функції керування на кожному кроці його розрахунку.

Висновок. Для забезпечення належної реалізації оптимального керування різними технічними системами з частотним електроприводом при синтезі оптимального керування необхідно вводити модифіковане обмеження на величину керування. Модифікація обмеження полягає у введенні додаткової умови щодо неперевикнення струму на виході частотного перетворювача деякої величини, яка еквівалентна умові неперевикнення моменту двигуна деякого значення, яке змінюється з плином часу.

ЛІТЕРАТУРА

1. Понтрягин Л.С., Болтнянский В.Г., Гамкрелидзе Р.В., Мищенко Е.Ф. Математическая теория оптимальных процессов. – М.: Физматгиз, 1961. – 392 с.
2. Технический каталог частотных преобразователей для асинхронных двигателей DELTA-VFD, 2007. – 39 с.
3. Вишеневский С.Н. Характеристики двигателей в электроприводе. М: Энергия, 1977. – 432 с.
4. Булгаков А. А. Частотное управление асинхронным двигателем / Булгаков А. А. - М.: Энергоиздат, 1982. - 216 с.
5. Чиликин М.Г. Общий курс электропривода: учебник [для студ. вузов] / М.Г. Чиликин, А.С. Сандлер. – [6-е изд., доп. и перераб.]. – М.: Энергоиздат, 1981. – 576 с.
6. Вычислительные и приближенные методы оптимального управления. Черноусько Ф.Л., Колмановский В.Б. Итоги науки и техники. Серия Математический анализ. - 1977, Т 14, С. 101–166.
7. Васильев Н.А. Mathematica. Практический курс с примерами решения прикладных задач / Васильев Н.А. – К.: ВЕК+. 2007. – 448 с.
8. Афанасьев В.Н., Колмановский В.Б., Носов В.Р. Математическая теория конструирования систем управления. – М.: Высшая школа, 2003. – 614 с.
9. Киселев Ю.Н., Авакумов С.Н., Орлов М.В. Оптимальное управление. Линейная теория и приложения. М: Изд. отдел факультета ВМиК МГУ им. Ломоносова, 2007 – 270 с.

10. Григоров О.В. Совершенствование рабочих характеристик крановых механизмов: дисс. на соиск. степ. доктора техн. наук: 05.05.05 / Григоров Отто Владимирович. – Х., 1995. – 386 с.

11. Мельникова Л.В. Автоматизация технологического процесса перемещения механизма с подвешенным грузом средствами микропроцессорного управления: дисс. на соиск. степ. канд. техн. наук: 05.09.03 / Мельникова Любовь Васильевна. - Одесса, 2000. – 116 с.

12. Черноусько Ф.Л. Управление колебаниями / Черноусько Ф.Л., Акуленко Л.Д., Соколов Б.Н. - М.: Наука, 1980. - 384 с.

УДК 621.87

В. С. ЛОВЕЙКІН, докт. техн. наук, Г. В. ШУМІЛОВ.

Національний університет біоресурсів і природокористування України

ДИНАМІКА СПАРЕНОЇ РОБОТИ КРАНОВИХ МЕХАНІЗМІВ ПРИ ПЕРЕМІЩЕННІ ТА ОПУСКАННІ ВАНТАЖУ

Постановка проблеми. Під час роботи механізмів підйому та зміни вильоту баштового крана виникають маятникові коливання вантажу, що призводять до значних динамічних навантажень не тільки в металоконструкціях, а і у приводних механізмах крана. Ці навантаження приводять до втомного руйнування конструкції крана і передчасного виходу обладнання з ладу. Коливання вантажу при роботі крана є практично неконтрольованими, що значно ускладнює позиціонування вантажу та піддає небезпеці стропувальників.

Для вирішення даної проблеми пропонується побудувати математичну модель динаміки зміни вильоту і опускання вантажу, після чого можна буде зробити висновки про характер динамічних навантажень та можливість їх мінімізації шляхом керування привідними механізмами крана.

Аналіз публікацій. З кінця 50-х, початку 60-х років почалось систематичне вивчення динаміки вантажопідіймальних машин та розробка методів по зменшенню впливу динамічних навантажень. Дослідженнями динамічних навантажень та причин їх виникнення займались такі вчені, як М.С. Комаров [1], М.О. Лобов [2], С.А. Казак [5] С.Т. Сергєєв [6], А.О. Смахов і Н.І. Єрофєєв [7] Р.П. Герасимьяк і Лещьов В.О. [8] та ін.

М.С. Комаров [1] дослідив динамічні явища, що виникають в процесі експлуатації вантажопідіймних машин та виклав методи аналітичного визначення розрахункових зусиль,