

В. С. ЛОВЕЙКИН, д. т. н., Ю. В. ЧОВНЮК к. т. н.

Національний університет біоресурсів і природокористування України

К. И. ПОЧКА к. т. н.

Київський національний університет будівництва і архітектури

АНАЛИЗ И ОПТИМИЗАЦИЯ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ В ПРИВОДАХ МАШИН

Постановка проблемы. Известно [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10], что движению машины присущи три основные стадии: пуск (разгон), продолжающийся в течении некоторого периода времени t_p , установившееся движение (в течении времени t_o) и торможение (выбег, остановка), продолжающееся в течении некоторого времени t_m ; графически эти стадии движения машин изображены на рис. 1. Для каждой из них характерны определённые соотношения между работами движущих/тормозящих сил и сил сопротивления.

Так, при пуске машины, для приведения во вращение ведущего вала (вала двигателя) необходимо затратить работу $A_{\text{дв}}$, равную сумме работ всех сил сопротивления A_c в течении времени разгона, и кинетической энергии, которую накапливают подвижные массы при разгоне, то есть:

$$A_{\text{дв}} = A_c + J_{np} \cdot \frac{\omega_0^2}{2}, \quad (1)$$

где J_{np} – приведенный (к валу двигателя) момент инерции системы; ω_0 – угловая скорость ведущего вала привода в конце процесса пуска.

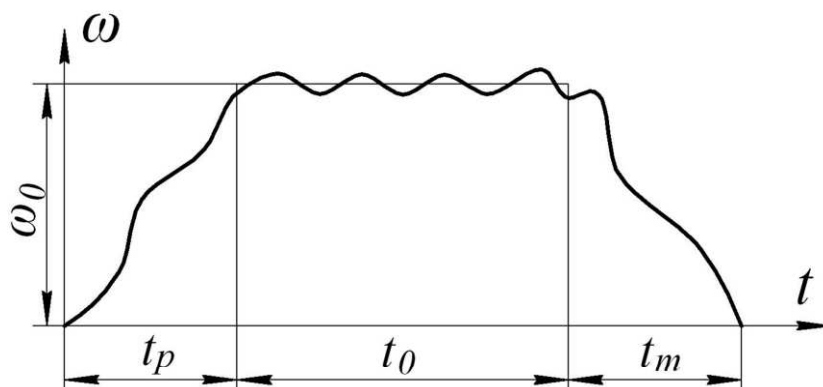


Рис. 1. Изменение скорости привода в периоды неустановившегося и установившегося движения.

Условие (1) можно записать следующим образом:

$$M_p = M_{cm} + J_{np} \cdot \frac{\omega_0}{t_p}; \quad M_p = M_{cm} + M_{изб}, \quad (2)$$

где M_p – движущий момент на ведущем валу механизма (на валу двигателя);

M_{cm} – статический момент от сил сопротивления; $M_{изб} = J_{np} \cdot \frac{\omega_0}{t_p}$ – избыточный момент на ведущем валу механизма.

Таким образом, на стадии пуска машины необходимо, чтобы движущий момент был больше момента от сил сопротивления движению ($M_p > M_{cm}$) или, что то же, чтобы избыточный момент, равный разности между моментами M_p и M_{cm} , был больше нуля. При этом валу двигателя в течении времени пуска сообщается необходимое ускорение $\frac{\omega_0}{t_p}$ и его скорость возрастает от нуля до ω_0 .

Если требуется определить избыточный момент при пуске двигателя механизма передвижения, для которого заданы масса поступательно движущихся частей машины m и моменты инерции вращающихся частей двигателя J_δ и ведущих колёс J_k , то суммарный приведенный момент инерции для этого механизма определяется по формуле [4, 5]:

$$J_{np,\delta} = \frac{m \cdot r_k^2}{i^2} + J_\delta + J_k \cdot \frac{1}{i^2}, \quad (3)$$

где r_k – радиус качения ведущих колёс; i – передаточное число трансмиссии тягача.

Для определения избыточного момента нужно суммарный момент инерции умножить на отношение $\frac{\omega_\delta}{t_p} = 0,105 \cdot \frac{n_\delta}{t_p}$ (где n_δ – частота вращения вала двигателя в $\frac{об}{мин}$, ω_δ – частота вращения вала двигателя в c^{-1}):

$$M_{изб,\delta} = J_\delta \cdot \frac{0,105 \cdot n_\delta}{t_p} + \left(\frac{m \cdot r_k^2}{i^2} + J_k \cdot \frac{1}{i^2} \right) \cdot \frac{0,105 \cdot n_\delta}{t_p}. \quad (4)$$

Первым слагаемым в (4) определяется инерционный момент на валу двигателя, обусловленный инерцией его вращающихся частей, а выражением, стоящим в скобках, – приведенный к валу двигателя инерционный момент от поступательно движущихся масс машины и вращающихся масс ведущих колёс. Но так как в рассматриваемом механизме имеют место механические потери, учитываемые КПД (η), приводя

крутящий момент от вала исполнительного органа машины (в рассматриваемом случае от её ведущих колёс) к валу двигателя, необходимо этот момент разделить ещё на η , то есть:

$$\begin{cases} M_{изб.д} = J_{\delta} \cdot \frac{0,105 \cdot n_{\delta}}{t_p} + \left(\frac{m \cdot r_k^2}{i^2} + J_k \cdot \frac{1}{i^2} \right) \cdot \frac{0,105 \cdot n_{\delta}}{t_p \cdot \eta}; \\ M_{изб.д} = \frac{0,105 \cdot n_{\delta}}{t_p} \cdot J'_{np.д}; \quad J'_{np.д} = J_{\delta} + \frac{m \cdot r_k^2}{i^2 \cdot \eta} + J_k \cdot \frac{1}{i^2 \cdot \eta}. \end{cases} \quad (5)$$

Избыточное усилие для того же механизма, приведенное к ведущим колёсам, равно произведению приведенной массы, определяемой по формуле:

$$m_{np.k} = m + J_{\delta} \cdot \frac{1}{r_k^2} \cdot i^2 + J_k \cdot \frac{1}{r_k^2}, \quad (6)$$

на ускорение машины $\frac{v}{t_p}$:

$$P_{изб.k} = \left(m + J_k \cdot \frac{1}{r_k^2} \right) \cdot \frac{v}{t_p} + J_{\delta} \cdot \frac{1}{r_k^2} \cdot i^2 \cdot \frac{v}{t_p}. \quad (7)$$

В уравнении (7) величиной, стоящей в скобках, определяется суммарное, действующее на ведущих колёсах машины инерционное усилие, обусловленное инерцией поступательно движущихся масс машины и колёс. Последним членом определяется приведенное к ведущим колёсам машины усилие, вызванное инерцией подвижных частей двигателя. Но приводя действующий на валу двигателя момент или усилие к исполнительному органу (колёсам) машины, их необходимо умножить на КПД механизма (η), так как из-за механических потерь в трансмиссии какая-то часть движущегося усилия, передающегося к колёсам, будет потеряна. Тогда:

$$\begin{cases} P_{изб.k} = \left(m + J_k \cdot \frac{1}{r_k^2} \right) \cdot \frac{v}{t_p} + J_{\delta} \cdot \frac{1}{r_k^2} \cdot i^2 \cdot \eta \cdot \frac{v}{t_p}; \\ P_{изб.k} = m'_{np.k} \cdot \frac{v}{t_p}; \quad m'_{np.k} = m + J_k \cdot \frac{1}{r_k^2} + J_{\delta} \cdot \frac{1}{r_k^2} \cdot i^2 \cdot \eta. \end{cases} \quad (8)$$

При рассмотрении установившегося движения машины скорость ведущего звена привода поддерживается постоянной по величине и работа движущих сил равна работе сил сопротивления:

$$A_{дв} = A_c; \quad M_p = M_{cm}; \quad M_{изб} = 0. \quad (9)$$

По мощности, соответствующей установившемуся режиму работы машины или механизма, выбирают обычно мощность (κBm) двигателя:

$$N_{cm} = \frac{M_{cm,\delta} \cdot n_{\delta}}{9550 \cdot \eta}, \quad (10)$$

где $M_{cm,\delta}$ – момент от сил статического сопротивления, приведенный к валу двигателя, $H \cdot m$; n_{δ} – в $\frac{об}{мин}$.

Выбранный по величине N_{cm} двигатель проверяют затем на перегрузку по полному моменту M_p в период пуска; при этом значение коэффициента $K_n = \frac{M_{n,\delta}}{M_n}$ (где $M_{n,\delta}$ – пусковой момент на валу двигателя; M_n – его номинальный момент) не должно превышать значения, допускаемого для двигателя данного типа (для крановых электродвигателей $K_n = 1,4 \dots 3,3$; для двигателей внутреннего сгорания $K_n = 1$, то есть для них перегрузка не допускается).

Для остановки/торможения машины необходимо поглотить кинетическую энергию её движущихся масс. Для этого тормозящее звено должно совершить работу $J_{np} \cdot \frac{\omega_0^2}{2} = A_c$ или снизить движущий момент до значения, меньшего момента сил сопротивления. Для обеспечения последнего условия на валу тормозящего звена надо создать момент:

$$M'_{изб} = J_{np} \cdot \frac{\omega_0}{t_m}, \quad (11)$$

направленный против движущего момента (в формуле $\frac{\omega_0}{t_m}$ – угловое замедление тормозящего звена механизма; ω_0 – угловая скорость этого звена).

Анализ публикаций по теме исследования. Известно [4, 5], что затормозить машину можно следующими способами:

1. Выключив двигатель (торможение исполнительного органа осуществляется за счёт трения в кинематических парах механизма и внешних сопротивлений);
2. Снизив момент двигателя до значения, меньшего момента от сил сопротивления, приведенного к валу двигателя;
3. Изменив направление момента на валу двигателя (этот способ применяют при резком торможении);
4. Приложив тормозящее усилие от внешнего источника – механических тормозов – при работающем или одновременно выключаемом двигателе.

К переходным процессам относится также стопорение приводов, возникающее при встрече машины/её рабочего органа с труднопреодолеваемым препятствием. В этом случае из-за малой продолжительности процесса при остановке двигателя и действии на машину динамических сил её корпус и рабочее оборудование не перемещаются, что вызывает повышение напряжения в элементах механизма управления.

Необходимый тормозной момент в общем случае определяется равенством:

$$\begin{cases} M_m = M'_{узб} \pm M'_{см}; \\ M_m = J_{np} \cdot \frac{\omega_0}{t_m} \pm M'_{см}, \end{cases} \quad (12)$$

где $M'_{см}$ – статический момент от сил сопротивления при торможении механизма.

Сопротивления, возникающие в механизме, могут помогать (сопротивление трения в механизмах передвижения и вращения) или препятствовать (сопротивление от веса груза в механизмах подъёма) торможению.

В первом случае в уравнения (12) второй член имеет знак “минус” (так как при этом необходимый тормозной момент снижается), а во втором – знак “плюс”.

Как следует из формул (12), для определения избыточного момента при торможении приведенный момент инерции механизма нужно умножить на отношение $\frac{\omega_0}{t_m}$. Тогда с учётом формулы (3) для механизма передвижения можно получить:

$$M'_{узб} = J_{\delta} \cdot \frac{\omega_0}{t_m} + \left(\frac{m \cdot r_k^2}{i^2} + J_k \cdot \frac{1}{i^2} \right) \cdot \frac{\omega_0}{t_m}. \quad (13)$$

Членом, стоящим в скобках выражения (13), определяется приведенный к валу двигателя инерционный момент от поступательно движущихся масс машины и вращающихся частей ведущих колёс. Эта часть избыточного момента благодаря трению (которое содействует торможению) в трансмиссии должна быть уменьшена на величину момента трения. Учитывая это обстоятельство, умножим стоящее в скобках выражение на КПД (η) механизма. Тогда:

$$\begin{cases} M'_{узб} = J_{\delta} \cdot \frac{\omega_0}{t_m} + \left(\frac{m \cdot r_k^2}{i^2} + J_k \cdot \frac{1}{i^2} \right) \cdot \eta \cdot \frac{\omega_0}{t_m}; \\ M'_{узб} = J'_{m,np} \cdot \frac{\omega_0}{t_m}; \quad J'_{m,np} = J_{\delta} + \frac{m \cdot r_k^2 \cdot \eta}{i^2} + J_k \cdot \frac{1}{i^2} \cdot \eta. \end{cases} \quad (14)$$

Как видно из формул, в тех случаях, когда избыточный момент при пуске или торможении привода определяется через суммарный приведенный момент инерции (или суммарную приведенную массу), в выражении последнего фигурирует величина η ; при приведении к валу двигателя эта величина ставится в знаменателе (для случая пуска) или в числителе (для случая торможения) соответствующих членов выражения приведенного момента инерции.

Приведенные выше соображения не позволяют оптимизировать переходные процессы в приводах строительных и дорожных машин с точки зрения минимизации моментов вращения, усилий, фигурирующих в подобных машинах/механизмах и выбора необходимого при этом закона движения системы в целом.

Целью настоящей работы является установление законов движения приводов строительных и дорожных машин в течении переходных процессов, что позволяет, в конечном счёте, оптимизировать указанные процессы с точки зрения минимизации главных характеристик (кинематических/силовых) машин и механизмов.

Изложение основного материала исследования.

В соответствии с [11, 12], режимы движения – это функциональные зависимости перемещений, скоростей, ускорений и др. звеньев механизма от пространственного и временного аргументов на протяжении всего цикла движения, поэтому критерий оптимальности должен иметь вид интегрального функционала. Кроме того, процедура сравнения допустимых режимов движения возможна лишь в том случае, когда критерий выражается скалярной величиной и для каждого режима приобретает конкретное число. Зависимости режимов движения механизмов могут приобретать как положительные, так и отрицательные значения (например, момент на валу двигателя), поэтому в выражениях подынтегральных функций они должны содержаться в квадратичном виде с весовыми коэффициентами, которые отображают инерционные свойства звеньев. Подынтегральные функции критериев должны включать также и силы сопротивления, которые действуют на элементы механизма, поскольку они зависят от режимов движения.

Всем перечисленным требованиям к критериям оценки режимов движения машин и механизмов отвечает структура интегрального функционала в виде действия [12]:

$$I_n[q_k(t)] = \int_{t_0}^{t_1} F_n(t, q_k, \dot{q}_k, \dots, q_k^{(n)}, a_r, P_i) dt, \quad (15)$$

где t – время; t_0, t_1 – начальный и конечный моменты времени законченного цикла движения; F_n – “энергия” ускорения $(n-1)$ -го порядка машины или механизма; $q_k, \dot{q}_k, \dots, q_k^{(n)}$ – k -ая ($k=1, 2, \dots, s$) обобщённая координата системы и её производные по времени включительно до n -го порядка; s – количество обобщённых координат; a_r – r -ый ($r=1, 2, \dots, l$) конструктивный параметр системы, который влияет на режим её движения; l – количество параметров; P_i – i -ая ($i=1, 2, \dots, m$) сила сопротивления, которая действует на элементы системы; m – количество сил сопротивления. Название “энергия” ускорений [13] взято по аналогии записи функции F_n с кинетической энергией, но является вполне условной и не отвечает известному понятию энергии.

Критерии (15) – интегральные функционалы, которые отображают нежелательные свойства машины или механизма, поэтому подлежат минимизации. Минимум критериев (15) достигается на функциях $q_k(t)$, которые являются уравнением Пуассона:

$$\frac{\partial F_n}{\partial q_k} - \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial F_n}{\partial \dot{q}_k} \right) + \dots + (-1)^n \cdot \frac{d^n}{dt^n} \left(\frac{\partial F_n}{\partial q_k^{(n)}} \right) = 0, \quad k = 1, 2, \dots, s. \quad (16)$$

1. Оптимизация режима пуска машины. Уточнённая модель разгона.

Движущий момент на ведущем валу механизма (на валу двигателя) в уточнённой постановке задачи разгона/пуска машины имеет вид:

$$M_p = M_{cm} + J_{np} \cdot \frac{d\omega}{dt}. \quad (17)$$

Случай 1. Пусть M_{cm} не зависит от ω . Определим законы изменения $\omega(t)$ и $M_p(t)$, при которых выполняется критерий оптимальности:

$$\int_0^{t_p} \left[M_{cm} + J_{np} \cdot \frac{d\omega}{dt} \right]^2 dt \Rightarrow \min, \quad (18)$$

то есть квадрат движущего момента в процессе пуска машины минимален. Используя (16), для удовлетворения (18) легко получить:

$$\frac{d^2\omega}{dt^2} = 0; \quad \omega = \frac{\omega_0}{t_p} \cdot t, \quad (19)$$

то есть частота вращения вала двигателя (угловая скорость ω) изменяется линейно по времени t . Тогда:

$$M_p(t) = M_{cm} + J_{np} \cdot \frac{\omega_0}{t_p}, \quad (20)$$

то есть M_p не является функцией t .

Случай 2. Пусть M_{cm} зависит от ω , то есть $M_{cm}(\omega)$ [14]. Определим законы изменения $\omega(t)$ и $M_p(t)$, при которых выполняется критерий оптимальности:

$$\int_0^{t_p} \left[M_{cm}(\omega) + J_{np} \cdot \frac{d\omega}{dt} \right]^2 dt \Rightarrow \min. \quad (21)$$

Используя (16), для удовлетворения (21) легко получить:

$$M_{cm}(\omega) \cdot \frac{dM_{cm}(\omega)}{d\omega} - J_{np}^2 \cdot \frac{d^2\omega}{dt^2} = 0. \quad (22)$$

Для установок с центробежными насосами, вентиляторами и установок с большими потерями в редукторах при пуске под нагрузкой рекомендуется линейная зависимость [14]:

$$M_{cm}(\omega) = \frac{M_n}{(1-s_n)} \cdot \frac{\omega}{\omega_c}, \quad (23)$$

где M_n – номинальный момент двигателя; s_n – скольжение при номинальном режиме; ω_c – скорость вращения (синхронная) двигателя. Тогда (22) переходит в дифференциальное уравнение вида:

$$\frac{M_n^2}{(1-s_n)^2} \cdot \frac{\omega}{\omega_c^2} - J_{np}^2 \cdot \frac{d^2\omega}{dt^2} = 0. \quad (24)$$

Характеристическое уравнение (24) даёт следующие корни:

$$\lambda^2 - \frac{M_n^2}{J_{np}^2 \cdot (1-s_n)^2 \cdot \omega_c^2} = 0 \Rightarrow \lambda_{1,2} = \pm \frac{M_n}{J_{np} \cdot (1-s_n) \cdot \omega_c}. \quad (25)$$

Поэтому закон $\omega(t)$ приобретает вид:

$$\omega(t) = C_1 \cdot e^{+\lambda_1 \cdot t} + C_2 \cdot e^{+\lambda_2 \cdot t} = C_1 \cdot \exp \left\{ \frac{M_n \cdot t}{J_{np} \cdot (1-s_n) \cdot \omega_c} \right\} + C_2 \cdot \exp \left\{ - \frac{M_n \cdot t}{J_{np} \cdot (1-s_n) \cdot \omega_c} \right\}. \quad (26)$$

C_1 и C_2 – константы, значения которых находим из условий:

$$\omega(0) = 0 \Rightarrow C_1 + C_2 = 0; \quad (27)$$

$$\omega(t_p) = \omega_0 \Rightarrow C_1 \cdot \exp \left\{ \frac{M_n \cdot t_p}{J_{np} \cdot (1-s_n) \cdot \omega_c} \right\} + C_2 \cdot \exp \left\{ - \frac{M_n \cdot t_p}{J_{np} \cdot (1-s_n) \cdot \omega_c} \right\} = \omega_0. \quad (28)$$

Тогда:

$$C_1 = -C_2 = \frac{\omega_0}{2} \cdot sh^{-1} \left\{ \frac{M_n \cdot t_p}{J_{np} \cdot (1-s_n) \cdot \omega_c} \right\}. \quad (29)$$

Для зависимости $M_p(t)$ получаем:

$$\begin{aligned} M_p(t) &= M_{cm}(\omega) + J_{np} \cdot \frac{d\omega}{dt} = \frac{M_n}{(1-s_n)} \cdot \frac{\omega}{\omega_c} + J_{np} \cdot \frac{d\omega}{dt} = \frac{M_n}{(1-s_n)} \cdot \frac{\omega}{\omega_c} + \\ &+ J_{np} \cdot \frac{M_n}{J_{np} \cdot (1-s_n) \cdot \omega_c} \cdot \left[C_1 \cdot \exp \left\{ \frac{M_n \cdot t}{J_{np} \cdot (1-s_n) \cdot \omega_c} \right\} - C_2 \cdot \exp \left\{ -\frac{M_n \cdot t}{J_{np} \cdot (1-s_n) \cdot \omega_c} \right\} \right] = \\ &= \frac{M_n}{(1-s_n)} \cdot \frac{\omega}{\omega_c} + \frac{M_n \cdot \omega_0}{(1-s_n) \cdot \omega_c \cdot 2} \cdot sh^{-1} \left\{ \frac{M_n \cdot t_p}{J_{np} \cdot (1-s_n) \cdot \omega_c} \right\} \cdot \left\{ 2ch \left[\frac{M_n \cdot t}{J_{np} \cdot (1-s_n) \cdot \omega_c} \right] \right\} = \\ &= \frac{M_n \cdot \omega}{(1-s_n) \cdot \omega_c} + \frac{M_n \cdot \omega_0 \cdot ch \left[\frac{M_n \cdot t}{J_{np} \cdot (1-s_n) \cdot \omega_c} \right]}{(1-s_n) \cdot \omega_c \cdot sh \left\{ \frac{M_n \cdot t_p}{J_{np} \cdot (1-s_n) \cdot \omega_c} \right\}}. \end{aligned} \quad (30)$$

Для установок, которые создают виброгрохоты и другие виброустановки [14] имеем:

$$M_{cm}(\omega) = \frac{M_n}{(1-s_n)^2} \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^2. \quad (31)$$

Тогда (22) переходит в дифференциальное уравнение вида:

$$\frac{2 \cdot M_n^2 \cdot \omega^3}{(1-s_n)^4 \cdot \omega_c^4} - J_{np}^2 \cdot \frac{d^2\omega}{dt^2} = 0. \quad (32)$$

Решение (32), согласно [15], имеет следующий вид:

$$\omega(t) = \sqrt{\frac{2}{a}} \cdot (t-C)^{-1}, \quad (33)$$

где $a = \frac{2 \cdot M_n^2 \cdot \omega^3}{(1-s_n)^4 \cdot \omega_c^4 \cdot J_{np}^2}$, константа C находится из условия:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{2}{a}} \cdot (t_p - C)^{-1}, \quad (34)$$

то есть

$$C = t_p - \sqrt{\frac{2}{a}} \cdot \frac{1}{\omega_0}. \quad (35)$$

Для зависимости $M_p(t)$ получим:

$$M_p(t) = \frac{M_n}{(1-s_n)^2} \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^2 + J_{np} \cdot \sqrt{\frac{2}{a}} \cdot (t-C)^{-2} \cdot (-1). \quad (36)$$

2. Оптимизация режима торможения машины. Уточнённая модель торможения.

Необходимый тормозной момент в общем случае определяется равенством (уточнённая постановка задачи торможения машины):

$$M_m = J_{np} \cdot \frac{d\omega}{dt} \pm M'_{cm}, \quad (37)$$

где M'_{cm} – статический момент от сил сопротивления при торможении механизма.

Случай 1. Пусть M'_{cm} не зависит от ω . Тогда законы $\omega(t)$ и $M_m(t)$, при которых выполняется критерий оптимальности:

$$\int_0^{t_m} \left[J_{np} \cdot \frac{d\omega}{dt} \pm M'_{cm} \right]^2 dt \Rightarrow \min, \quad (38)$$

имеют следующий вид:

$$\omega(t) = \omega_0 - \frac{\omega_0}{t_m} \cdot t; \quad (39)$$

$$M_m(t) = J_{np} \cdot \left(-\frac{\omega_0}{t_m} \right) \pm M'_{cm}. \quad (40)$$

Случаи, когда M'_{cm} является функцией ω аналогичны полученным выше соотношениям (18)-(36) с той лишь разницей, что теперь в указанных соотношениях следует произвести замены:

$$\frac{\omega_0}{t_p} \Leftrightarrow \frac{-(\omega_0)}{t_m}, \quad M_{cm}(\omega) \Leftrightarrow \pm M'_{cm}(\omega). \quad (41)$$

3. Определение продолжительности переходных процессов.

Пуск и торможение приводов, а также их стопорение относятся к переходным (нестационарным, неустановившимся) процессам. От характера и продолжительности их протекания во времени зависит физическая картина формирования динамических нагрузок в элементах привода и на рабочих органах машины, что определяет их прочностные качества и надёжность. Продолжительность разгона обуславливает способность машины быстро набирать заданную скорость движения и переходить от одного режима работы к другому, а это является немаловажным фактором,

определяющим длительность рабочего цикла машины и в итоге её производительность. От времени торможения зависит безопасность работы [4, 5].

Продолжительность переходных процессов следует определять по формулам:

$$t = J'_{np} \cdot \int \frac{(d\omega/dt) dt}{M_{узб}(t)}, \quad (42)$$

где $M_{узб}(t)$ – некоторая функция времени, описывающая изменение избыточного момента в течении всего времени переходного процесса.

При разгоне:

$$M_{узб}(t) = M_p(t) - M_{cm}; \quad (43)$$

при торможении:

$$M'_{узб}(t) = M_m(t) \pm M'_{cm}. \quad (44)$$

Случай 1. Принимаем для упрощения, что движущие и тормозящие усилия/моменты являются величинами постоянными, то есть:

$$\begin{cases} M_{узб}(t) = M_{узб} = M_{p \max} - M_{cm} = const; \\ M'_{узб}(t) = M'_{узб} = M_{m \max} \pm M'_{cm} = const, \end{cases} \quad (45)$$

и интегрируя уравнение (42) для процесса разгона от нулевой скорости ($\omega = 0$, $v = 0$, где v – линейная скорость движения) до некоторого конечного значения (ω_0 и v_0), а для процесса торможения – в пределах от ω_0 и v_0 до нуля, получаем:

$$t_p = \frac{J'_{np} \cdot \omega_0}{M_{p \max} - M_{cm}}; \quad t_m = \frac{J'_{m,np} \cdot \omega_0}{M_{m \max} \pm M'_{cm}}, \quad (46)$$

где $J'_{m,np}$ – приведенный (к валу двигателя или рабочему органу) момент инерции при торможении.

Из выражений (46) следует, что продолжительность переходных процессов зависит не только от динамических параметров и механических характеристик приводов, но и от статических сопротивлений. Продолжительность разгона, как видно из (46), будет тем меньше, чем меньше статическое сопротивление; продолжительность торможения для механизмов передвижения и вращения с уменьшением статического сопротивления увеличивается, а для механизмов подъёма – уменьшается.

Для расчёта t_p следует конкретизировать коэффициенты, входящие в (46).

А) Место приведения – вал двигателя:

$$M_{узб,д} = M_{н,д} - M_{cm,д}, \quad (47)$$

где $M_{n.\delta}$ – пусковой момент на валу двигателя; $M_{ст.\delta}$ – статический момент на валу двигателя от сил сопротивления.

Для грузоподъёмных механизмов (подъёма – канатно-блочного, передвижения, вращения) $M_{n.\delta} = K_n \cdot M_H$, где $K_n = 1,4...3,3$ (для крановых электродвигателей), $K_n = 1$ (для двигателей внутреннего сгорания).

Величина статического момента от сил сопротивления для разных механизмов различна:

- для подъёма (канатно-блочного)

$$M_{ст.\delta} = \frac{Q \cdot R_{\delta}}{i \cdot a_n \cdot \eta}; \quad (48)$$

- для механизма передвижения

$$M_{ст.\delta} = \frac{P_c \cdot r_k}{i \cdot \eta}; \quad (49)$$

- для механизма вращения

$$M_{ст.\delta} = \frac{M_c}{i \cdot \eta}, \quad (50)$$

где Q – вес груза; R_{δ} – радиус барабана; i – передаточное число редуктора и открытой зубчатой передачи; a_n – кратность полиспаста; η – КПД механизма; P_c – сила сопротивления движению; r_k – радиус колеса; M_c – момент сопротивления при вращении.

Суммарный приведенный момент инерции механизма J'_{np} имеет вид:

- для подъёма (канатно-блочного)

$$J'_{np.\delta} = \delta \cdot J_{\delta} + \frac{m \cdot R_{\delta}^2}{i^2 \cdot a_n^2 \cdot \eta}; \quad (51)$$

- для механизма передвижения

$$J'_{np.\delta} = \delta \cdot J_{\delta} + \left(\frac{m \cdot r_k^2}{i^2} + J_k \cdot \frac{1}{i^2} \right) \cdot \frac{1}{\eta}; \quad (52)$$

- для механизма вращения

$$J'_{np.\delta} = \delta \cdot J_{\delta} + \left(\frac{m_0 \cdot R_0^2}{i^2} + J_0 \cdot \frac{1}{i^2} \right) \cdot \frac{1}{\eta}, \quad (53)$$

где J_{δ} – момент инерции двигателя; $\delta = 1,1...1,4$ – коэффициент, учитывающий влияние вращающихся масс двигателя на приращение приведенной массы вращающихся частей привода; m – масса груза (колеса); m_0 – суммарная масса стрелы

и груза, приведенная к головке стрелы; J_{κ} – момент инерции колеса; J_0 – момент инерции поворотной платформы (части) без стрелы и груза относительно оси её вращения; R_0 – вылет стрелы относительно оси вращения поворотной части.

С учётом (47)-(53) первую формулу (46) можно представить так:

$$t_p = \frac{J'_{np.\partial} \cdot \omega_0}{K_n \cdot M_n - M'_{cm.\partial}}. \quad (54)$$

Используя [4, 5], вторую формулу (46) для всех рассматриваемых механизмов можно представить единообразно:

$$t_m = \frac{J'_{m.np} \cdot \omega_0}{M_{m.\partial} \pm M'_{cm.\partial}}, \quad (55)$$

где знак “+” соответствует механизмам передвижения и вращения, а знак “-” соответствует механизму подъёма (канатно-блочный); $M_{m.\partial}$ – момент, создаваемый тормозом на валу двигателя ($M_{m.\partial} = J'_{m.np} \cdot \frac{0,105 \cdot n_\partial}{t_m} \pm M'_{cm.\partial}$, здесь знак “+” соответствует механизму подъёма, а знак “-” соответствует механизмам передвижения и вращения; n_∂ – число оборотов вала двигателя, $\frac{об}{мин}$); $M'_{cm.\partial}$ для механизмов передвижения и вращения совпадает с (49) и (50), а для механизма подъёма:

$$M'_{cm.\partial} = \frac{Q \cdot R_\sigma \cdot \eta}{i \cdot a_n}. \quad (56)$$

Для коэффициента $J'_{m.np}$ получаем:

– механизм подъёма (канатно-блочный)

$$J'_{m.np} = \delta \cdot J_\partial + \frac{m \cdot R_\sigma^2}{i^2 \cdot a_n} \cdot \eta; \quad (57)$$

– механизм передвижения

$$J'_{m.np} = \delta \cdot J_\partial + \left(\frac{m \cdot r_\kappa^2}{i^2} + J_\kappa \cdot \frac{1}{i^2} \right) \cdot \eta; \quad (58)$$

– механизм вращения

$$J'_{m.np} = \delta \cdot J_\partial + \left(\frac{m_0 \cdot R_0^2}{i^2} + J_0 \cdot \frac{1}{i^2} \right) \cdot \eta. \quad (59)$$

Соотношения, аналогичные приведенным выше, можно представить и для того случая *Б*, когда местом приведения служит исполнительный орган машины [5].

В табл. 1 представлены значения t_p и t_m для различных механизмов, рассчитанные по проведенным выше соотношениям.

Таблица 1.

Продолжительность переходных процессов в различных механизмах

Тип механизма	Длительность переходного процесса	
	t_p, c	t_m, c
Механизмы подъёма	1...3	1...3
Механизмы вращения кранового типа (при отсутствии ветра)	3...5	3...5
Механизмы вращения кранового типа (при наличии ветра)	4...10	4...10
Механизмы передвижения рельсоколёсных кранов	8...10	6...8
Механизмы передвижения крановых тележек	5...6	3...4

Следует заметить, что для колёсных и гусеничных машин эффективность торможения оценивается также расстоянием S_m , которое проходит машина до полной остановки после начала торможения. Зависимость между расстоянием S_m и временем торможения можно определить из следующего условия.

Пусть запаздывающее действие приводов тормозов оценивается $t_{3.n}$, а время реакции оператора – $t_{p.o}$, тогда путь торможения до полной остановки машины при равнозамедленном её движении можно выразить так:

$$S_m = v \cdot (t_{3.n} + t_{p.o} + t) - j_m \cdot t^2 / 2, \quad (60)$$

где v – скорость равномерного движения машины до момента торможения; j_m – замедление машины; t – время нарастания тормозного усилия.

Экстремальное значение функции $(S_m - v \cdot t_{3.n} - v \cdot t_{p.o})$ найдём, продифференцировав её по времени t и приравняв полученную производную нулю:

$$\frac{d\tilde{S}_m}{dt} = \frac{d(S_m - v \cdot t_{3.n} - v \cdot t_{p.o})}{dt} = v - j_m \cdot t = 0; \Rightarrow v = j_m \cdot t; \Rightarrow t = t_m = \frac{v}{j_m}. \quad (61)$$

Подставляя t_m в (60), найдём максимальное значение $S_m = S_{\max}$:

$$S_{m \max} = v \cdot (t_{3.n} + t_{p.o}) + v^2 / (2 \cdot j_m), \quad (62)$$

а заменив в формуле (60) величину j_m на отношение v/t_m , получим искомую зависимость между временем и путём торможения машины:

$$t_m = \frac{[S_{m \max} - v \cdot (t_{3.n} + t_{p.o})] \cdot 2}{v} = \frac{2 \cdot S_{m \max}}{v} - t_{3.n} - t_{p.o}. \quad (63)$$

В табл. 2 приведены средние значения замедлений j_m ($\frac{m}{c^2}$) для различных механизмов.

Таблица 2.

Средние значения замедлений для различных механизмов

Тип механизма	Замедление $J_m, \frac{M}{c^2}$
подъёмные механизмы кранов, выполняющие монтажные операции	0,1
подъёмные механизмы кранов, перегружающие штучные грузы	0,2
подъёмные механизмы кранов, оборудованные грейферными механизмами для сыпучих грузов	0,8
механизмы передвижения:	
– рельсоколёсных кранов	0,5
– пневмоколёсных кранов	1,0

Для механизмов вращения (угловые замедления) составляют $0,6 \frac{rad}{c^2}$.

В табл. 3 представлены значения $S_{m\max}$ и t_m при пренебрежении $t_{3,n}$ и $t_{p.o}$ для $v = 0,8 \frac{M}{c}$.

Случай 2. В ситуации, когда $M_{изб}(t)$ и $M'_{изб}(t)$ являются сложными нелинейными функциями $\omega(t)$ нахождение t_p и t_m возможно лишь численными методами с помощью ПЭВМ. Подобные расчёты требуют отдельного исследования и здесь не приведены.

Таблица 3.

Значения максимального пути ($S_{m\max}, M$) и времени торможения (t_m, c)

для различных механизмов ($v = 0,8 \frac{M}{c}$)

Тип механизма	t_m, c	$S_{m\max}, M$
подъёмные механизмы кранов, выполняющие монтажные операции	8	3,2
подъёмные механизмы кранов, перегружающие штучные грузы	4	1,6
подъёмные механизмы кранов, оборудованные грейферными механизмами для сыпучих грузов	1	0,4
механизмы передвижения:		
– рельсоколёсных кранов	1,6	0,64
– пневмоколёсных кранов	0,8	0,32

Выводы. 1. Установлены законы движения приводов строительных и дорожных машин, крановых механизмов (механизмов подъёма, передвижения и вращения) в процессах их пуска/торможения, которые являются оптимальными с точки зрения минимизации возникающих на валу двигателя вращающих моментов/нагрузок на протяжении всего переходного процесса. 2. Рассчитаны продолжительности пуска/торможения, величины замедления и тормозного пути машин и механизмов (в

переходных процессах). 3. Полученные результаты могут служить основой для усовершенствования существующих инженерных методов расчёта переходных процессов в механизмах/машинах, а также для их существенного уточнения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Волков Д. П. Трансмиссии строительных и дорожных машин. Справочник / Д. П. Волков, А. Ф. Крайнев. – М.: Машиностроение, 1974. – 424 с.
2. Волков Д. П. Динамика и прочность одноковшовых экскаваторов / Д. П. Волков. – М.: Машиностроение, 1965. – 464 с.
3. Воцинин А. И. Гидравлические и пневматические устройства строительных и дорожных машин / А. И. Воцинин, И. Ф. Савин. – М.: Машиностроение, 1965. – 452 с.
4. Гоберман Л. А. Прикладная механика колёсных машин / Л. А. Гоберман. – М.: Машиностроение, 1974. – 312 с.
5. Гоберман Л. А. Теория, конструкция и расчёт строительных и дорожных машин / Л. А. Гоберман, К. В. Степанян, А. А. Яркин, В. С. Заленский. – М.: Машиностроение, 1979. – 407 с.
6. Гречин Н. К. Гидравлическое оборудование строительных и дорожных машин за рубежом / Н. К. Гречин, В. А. Васильченко. – М.: ЦНИИТЭСтроймаш, 1974. – 86 с.
7. Комаров М. С. Динамика машин и механизмов / М. С. Комаров. – М.: Машиностроение, 1969. – 296 с.
8. Малиновский Е. Ю. Динамика самоходных машин с шарнирной рамой. Колебания и устойчивость движения / Е. Ю. Малиновский, М. М. Гайцгори. – М.: Машиностроение, 1974. – 176 с.
9. Одноковшовые экскаваторы и самоходные краны с гидравлическим приводом / И. Л. Беркман, А. А. Буланов, А. В. Ранев и др.; Под ред. И.Л. Беркмана. – М.: Машиностроение, 1971. – 304 с.
10. Холодов А. М. Основы динамики землеройно-транспортных машин / А. М. Холодов. – М.: Машиностроение, 1968. – 156 с.
11. Ловейкін В. С. Оптимізація режимів руху машин і механізмів / В. С. Ловейкін // Машинознавство. – 1999. – № 7 (25). – С. 24 – 31.
12. Ловейкін В. С. Критерії оцінки режимів руху механізмів і машин / В.С. Ловейкін // НАУ. – Т. 4. – К., 1998. – С. 8 – 12.
13. Кильчевский Н. А. Курс теоретической механики / Н. А. Кильчевский. – М.: Наука, 1977. – 544 с.

14. Голоскоков Е. Г. Нестационарные колебания механических систем / Е. Г. Голоскоков, А. П. Филиппов. – К.: Наукова думка, 1966. – 336 с.

15. Камке Э. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям. / Э. Камке. – М.: Наука, 1971. – 576 с.

УДК 531

В. С. ЛОВЕЙКИН, д. т. н., Ю. В. ЧОВНЮК к. т. н.

Національний університет біоресурсів і природокористування України

К. И. ПОЧКА к. т. н.

Київський національний університет будівництва і архітектури

ОПТИМИЗАЦИЯ РЕЖИМОВ ДВИЖЕНИЯ МЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМ ПРИ ВРАХОВАНИИ ПРИШВИДШЕНЬ ВЫСШИХ ПОРЯДКОВ

Постановка проблеми. Сучасне виробництво характеризується зростаючими вимогами щодо якості руху різноманітних механізмів і машин. Під якістю руху розуміють точність виконання тієї чи іншої операції, енерговитрати на її виконання, тривалість руху та інші показники. Звичайно, необхідно, щоб бажані показники були максимальними, а небажані – мінімальними. Тому ці задачі формуються як оптимізаційні, у яких показники руху механічної системи є критеріями оптимізації. Для більшості промислових машин (роботи, вантажопідйомні машини, верстати, мобільні транспортні засоби тощо) робочі органи у процесі руху на початковій стадії моделювання (у першому наближенні) можна представити у вигляді руху матеріальної точки з деякою (приведеною) масою.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Для оптимізації режимів руху механічних систем використовуються різноманітні фундаментальні теорії оптимального керування: варіаційне числення [1], принцип максимуму Л.С. Понтрягіна [2], динамічне програмування [3]. Функція, яка доставляє екстремум критерію оптимізації (функціоналу) у варіаційному численні, шукається у класі неперервних функцій. При цьому режими руху механічних систем характеризуються плавністю [4]. На відміну від цього оптимізація руху механізмів, проведена за допомогою принципу максимуму, дає змогу отримати функції керування з характерним „релейним” перемиканням, що є небажаним. Однак принцип максимуму дає змогу враховувати різноманітні обмеження на керування та інші кінематичні функції руху механізму [5].