

П. Г. АНОФРИЕВ, к. т. н., И. Ю. ХРУПАЛОВ, магистр.

*Днепропетровский национальный университет железнодорожного
транспорта имени академика В. Лазаряна*

В. С. БУРОВ, к. т. н.

*Крымский филиал государственного морского университета
имени адмирала Ф.Ф. Ушакова*

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ СОПРОТИВЛЕНИЯ ДВИЖЕНИЮ БЕТОННОЙ СМЕСИ В КОЛЕНАХ БЕТОНОВОДОВ

Актуальность проблемы. Большинство исследований посвященных вопросам транспортирования бетонной смеси по трубопроводу, относятся к бетононасосам (работы С.Н. Алексеева [1, 2], В.М. Васильева [3], Я.И. Маренного и др.). Следует признать, что вопросы оптимальных режимов работы бетоноукладчиков и соотношение между их конструктивными и технологическими параметрами исследованы недостаточно.

Проблема теоретического и экспериментального исследования механизма движения бетонной массы по трубам сводится, по существу, к определению сил сопротивления ее движению и основных влияющих на них факторов.

Механическое движение бетонной смеси по бетоноводу представляет собой совокупность большого числа разнообразных явлений механики и гидродинамики, которые трудно рассматривать с позиций единой теории.

Анализ публикаций. Как показали исследования, реологическая модель невибрируемой бетонной смеси может быть описана уравнением Шведова – Бингама [4]

$$\tau = \tau_0 + \eta_m \frac{dv}{dx}, \quad (1)$$

где η_m – пластичная (остаточная) вязкость системы; τ_0 – начальное напряжение сдвига, Па;

$\frac{dv}{dx}$ – градиент скорости сдвига.

Это уравнение характеризует поведение бетонной смеси при транспортировании по трубкам с помощью бетононасосов и при укладке очень подвижной смеси некоторыми безвибрационными способами.

Представление о поведении бетонной смеси при воздействии на нее внешних сил дает реологическая кривая (рис.1, 2), которую можно разделить на три участка. На первом участке при небольших значениях напряжений сдвига сохраняется неразрушенная первоначальная структура бетонной смеси, характеризующаяся наибольшей вязкостью. После достижения критического напряжения, соответствующего пределу текучести системы, начинается разрушение структуры, которое продолжается вплоть до полного разрушения при предельном напряжении. На этом втором участке по мере разрушения системы эффективная вязкость бетонной смеси постоянно падает при увеличении напряжений сдвига. После того как система предельно разрушена, бетонная смесь приобретает наименьшую вязкость (так называемую пластическую вязкость – третий участок кривой), которая не зависит от значений действующих напряжений и не изменяется при их увеличении.

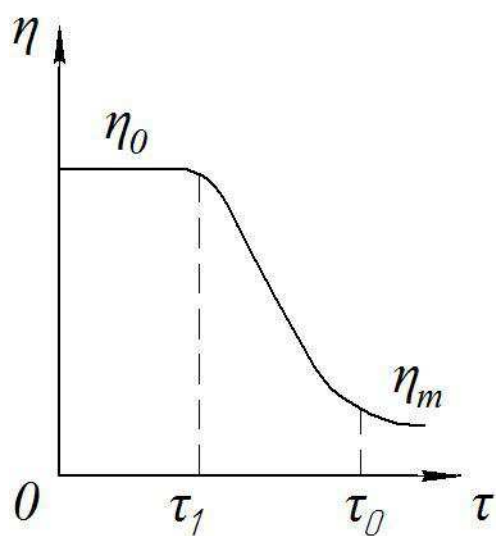


Рис. 1. Зависимость структурной вязкости бетонной смеси от напряжений сдвига.

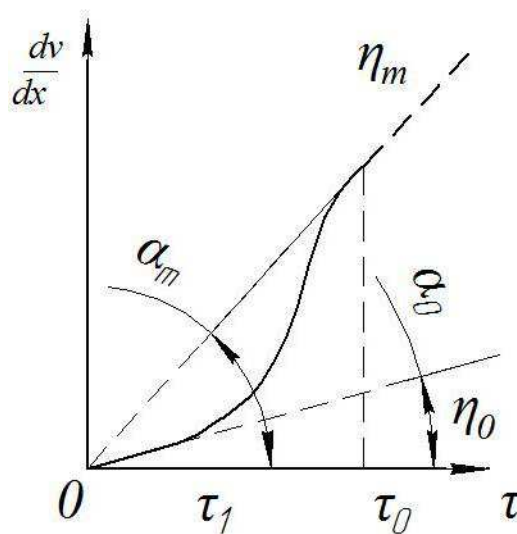


Рис. 2. Зависимость скорости деформации течения бетонной смеси от напряжений сдвига.

Качественная картина процесса движения бетонной смеси представлена в работах Г.Г. Литвинского следующим образом.

Бетононасос выдавливает смесь из своего бункера в бетоновод, причем протекание этого процесса во многом зависит от геометрической формы бетоновода. При движении бетонная смесь, во-первых, преодолевает начальное сопротивление сдвигу, а затем и гидравлическое сопротивление, обусловленное силами вязкости. По

мере увеличения скорости бетонной смеси гидравлическое сопротивление трубопровода возрастает. До тех пор, пока не установится равномерное движение бетонной массы, к силам сопротивления прибавляются силы инерции, которые, к тому же, играют значительную роль в преодолении местных сопротивлений. Затем действующие на бетонную смесь силы уравниваются, и ее движение становится равномерным.

Бетонная смесь представляет собой структурную неньютоновскую жидкость, имеющую начальное сопротивление сдвигу. В общем, идеализированном, виде ее движение по прямому участку бетоновода описывается дифференциальным уравнением [5]

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{8\nu}{R^2} \frac{dx}{dt} = \frac{P}{l\rho} - \frac{8}{3} \frac{\tau_0}{R\rho} - g \sin \alpha, \quad (2)$$

где x – текущая координата, м; $\frac{dx}{dt}$ – средне–интегральная скорость по сечению трубы, м/с; ν – кинематический коэффициент вязкости смеси, м²/с; R – радиус трубопровода, м; P – давление на бетонную смесь, Па; l – длина порции бетонной смеси, м; ρ – плотность бетонной смеси, кг/м³; g – ускорение силы тяжести, м/с²; α – угол подъема трубы относительно горизонта, град.

Чтобы полученное решение можно было использовать для практических расчетов, необходимо знать входящие в него характеристики бетонной смеси: параметр вязкости A и начальное сопротивление сдвигу τ_0 , которые определяются экспериментально на специальной стендовой установке.

Потери в бетоноводе P зависят от величины удельных сопротивлений движению бетонной смеси ΔP , общей длины бетоновода l и величины его вертикального участка (h), а также от местных потерь напора в переходном конусе и коленах [6]:

$$P = \Delta P l + P_k + \gamma h \cdot 10^{-5}, \quad (3)$$

где ΔP – удельное сопротивление движению бетонной смеси на 1 м горизонтального участка бетоновода, МПа/м; l – общая длина бетоновода, м; P_k – местные потери напора в переходном конусе и коленах бетоновода, МПа; $\gamma h \cdot 10^{-5}$ – потери напора, равные значению гидростатического давления бетонной смеси объемной массой γ на вертикальном участке бетоновода высотой h , МПа.

Сопротивление в 10^0 коленах можно принимать в соответствии с данными. Для определения сопротивлений в коленах диаметром, отличным от 100 мм, данные таблицы необходимо умножить на поправочный коэффициент

Таблица 1.

Сопротивление в коленах с углом поворота 10^0 , МПа $\times 10^{-3}$

Радиус закругления колена, м	Скорость движения бетонной смеси, м/с		
	0,5	1	2
0,5	4,37	5,55	6,05
1	4,77	5,72	6,72
1,5	5,25	6,23	7,33
2	5,83	7	7,9

Формирование цели и задач. Анализ уравнения (3) и таблицы (1) дает основание считать, что сопротивление движения смеси в бетоноводе линейно зависит от длины прямых участков и вертикального подъема бетоновода, а в коленах сопротивление изменяется нелинейно. Поэтому одно из направлений улучшения технических характеристик бетононасосов является уменьшение сопротивления движения смеси в коленах бетоновода.

Сопротивление в коленах зависит от скорости движения смеси, радиуса и материала колена. Оценка влияния материала колена на сопротивление в данной работе не рассматривается. Представляет интерес зависимость изменения сопротивления от радиуса колена. С увеличением радиуса колена и при одном и том же угле поворота увеличивается длина дуги колена. В тоже время, за счет увеличения длина дуги колена уменьшается длина прямых участков бетоновода. Используя колена с рациональными значениями радиусов можно снизить сопротивление всего бетоновода бетононасоса. А это даст экономический эффект за счет повышения производительности бетононасоса и экономии ГСМ. Достоверных данных о сопротивлении колен с радиусом больше 2 м в научно-технической литературе и руководствах по укладке бетона обнаружить не удалось. Поэтому была поставлена задача разработать математическую модель для расчета сопротивления колен радиусом больше 2 м при скорости движения смеси 0,5...2 м/с.

Основная часть. Исходными данными для решения поставленной задачи были приняты значения сопротивлений в коленах с углом поворота 10^0 (табл. 1). Удельное сопротивление на 1 м колена можно определить выражением

$$P_{уд} = \frac{P_k}{L_k}, \quad (4)$$

где P_k - падение давление в колене по табл. 1; L_k - длина дуги по оси колена.

Результаты расчета удельных сопротивлений приведены в таблице 2.

Таблица 2.

Удельное сопротивление в коленах, МПа/м

Радиус закругления колена, м	Скорость движения бетонной смеси, м/с		
	0,5	1	2
0,5	0,0501	0,064	0,069
1	0,0273	0,033	0,039
1,5	0,0201	0,024	0,028
2	0,0167	0,02	0,023

Для получения значений удельного сопротивления в коленах с радиусом больше 2 м с помощью программных средств пакета *Mathcad* была выполнена экстраполяция данных таблицы 2. Под экстраполяцией в пакете *Mathcad* понимают предсказание поведения функции за пределами области ее определения. В нашем случае эта задача свелась к определению значений удельного сопротивления в коленах за пределами диапазона радиусов колен (0,5...2 м), в котором значения этого параметра известны. Экстраполяция данных была произведена с помощью пакета *Mathcad* в пятнадцати точках, ближайших к правой границе значений, на основе которых производилось предсказание поведения функции удельного сопротивления в коленах. Результаты, полученные на основе функции $\text{predict}(v,m,n)$, приведены в таблице 3.

Таблица 3.

Удельное сопротивление в коленах с увеличенным радиусом, МПа/м

Радиус закругления колена, м	Скорость движения бетонной смеси, м/с		
	0,5	1	2
1	2	3	4
2,5	0,015	0,017	0,019
3	0,013	0,015	0,016
3,5	0,011	0,012	0,014
1	2	3	4
4	$8,919 \cdot 10^{-3}$	0,01	0,011
4,5	$7,532 \cdot 10^{-3}$	$8,714 \cdot 10^{-3}$	$9,463 \cdot 10^{-3}$
5	$6,374 \cdot 10^{-3}$	$7,327 \cdot 10^{-3}$	$7,884 \cdot 10^{-3}$
5,5	$5,394 \cdot 10^{-3}$	$6,157 \cdot 10^{-3}$	$6,574 \cdot 10^{-3}$
6	$4,563 \cdot 10^{-3}$	$5,172 \cdot 10^{-3}$	$5,481 \cdot 10^{-3}$
6,5	$3,86 \cdot 10^{-3}$	$4,345 \cdot 10^{-3}$	$4,569 \cdot 10^{-3}$
7	$3,265 \cdot 10^{-3}$	$3,65 \cdot 10^{-3}$	$3,808 \cdot 10^{-3}$
7,5	$2,761 \cdot 10^{-3}$	$3,066 \cdot 10^{-3}$	$3,174 \cdot 10^{-3}$
8	$2,336 \cdot 10^{-3}$	$2,576 \cdot 10^{-3}$	$2,645 \cdot 10^{-3}$
8,5	$1,976 \cdot 10^{-3}$	$2,164 \cdot 10^{-3}$	$2,205 \cdot 10^{-3}$
9	$1,671 \cdot 10^{-3}$	$1,818 \cdot 10^{-3}$	$1,838 \cdot 10^{-3}$
9,5	$1,414 \cdot 10^{-3}$	$1,527 \cdot 10^{-3}$	$1,532 \cdot 10^{-3}$

Выполнение расчетов и исследование сопротивления движению бетонной смеси по бетоноводу с использованием полученных табличных данных является трудоемкой и ненаглядной работой. Для исследований предпочтительно использовать аналитическое выражение функции удельного сопротивления движению бетонной смеси, которое должно быть достаточно адекватным полученным данным в табл. 2 и табл. 3. Это требование вызвало необходимость разработки и анализ математических моделей, описывающих удельное сопротивление движению бетонной смеси по колену бетоновода в зависимости от радиуса колена и скорости движения смеси.

Полиномиальная модель удельного сопротивления движению бетонной смеси.

С помощью программных средств Mathcad табличная функция удельного сопротивления движению бетонной смеси по колену бетоновода в зависимости от радиуса колена (табл. 2 и табл. 3) была аппроксимирована полиномиальной функцией

$$P_{уд} = a_0 + a_1R + a_2R^2 + a_3R^3 + a_4R^4 + a_5R^5 + a_6R^6 + a_7R^7 + a_8R^8, \quad (4)$$

где R – радиус колена, м; a_i – коэффициенты по табл. 4.

Графики (рис.3) функции (5) достаточно адекватны соответствующим значениям табл. 2 и табл. 3. Недостатки этой модели заключаются в следующем: аппроксимирующая функция ограничена диапазоном заданных точек (радиусов колен – 0,5; 1...9,5 м) и служит в качестве только интерполирующей; аналитическое выражение полученной функции в виде полинома 8 – ой степени достаточно сложное. Попытки понижения степени аппроксимирующей функции приводили к понижению точности модели, а повышения степени – к ее усложнению.

Таблица 4.

Коэффициенты математической модели (5)

Скорость движения бетона, м/с	a_0	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7	a_8
0,5	0,107	-0,17	0,139	-	0,017	-	$2,668 \cdot 10^{-4}$	-	$3,184 \cdot 10^{-7}$
1	0,144	-	0,205	-	0,026	-	$4,165 \cdot 10^{-4}$	-	$5,035 \cdot 10^{-7}$
2	0,144	-0,22	0,176	-	0,021	-	$3,318 \cdot 10^{-4}$	-	$3,962 \cdot 10^{-7}$

Модель удельного сопротивления движению бетонной смеси в виде показательной функции. Данные табл. 2 и табл. 3. могут быть аппроксимированы показательной функцией

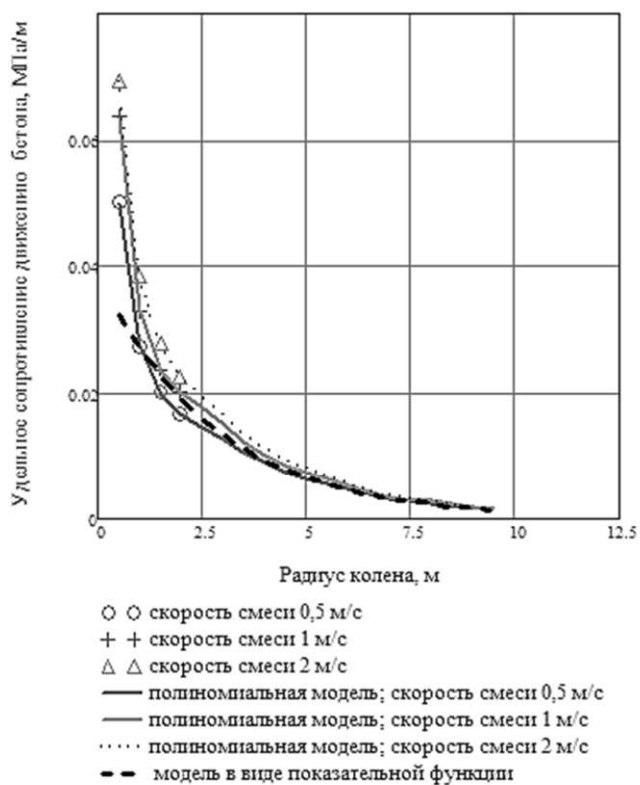


Рис. 1. Зависимости удельного сопротивления движению бетонной смеси по колену бетоновода от радиуса колена и скорости движения смеси.

показательной функциями, позволило определить диапазоны корректного применения моделей. Полиномиальную модель целесообразно использовать при радиусах колен от 0,5 до 9,5 м, а модель, представленную показательной функцией – при радиусах колен более 2,5 м.

Выводы. 1. Изучены существующие математические модели движения неньютоновской жидкости (бетона) по бетоноводу. 2. Для расчета удельного сопротивления движению бетона в коленах бетоноводов предложены математические модели в виде полиномиальной и показательной функций. 3. Определены диапазоны радиусов колен бетоноводов, в которых модели адекватно описывают зависимость удельного сопротивления движению бетонной смеси по колену бетоновода от радиуса колена.

ЛИТЕРАТУРА

1. Барляев К. М. Бетононасосы / К. М. Барляев, С. Н. Алексеев, – М.: Машгиз, 1953. – 147 с.

$$P_{уд} = a \cdot b^R, \quad (5)$$

где $a = 0,03864$; $b = 0,702$.

Анализ математической модели, аппроксимированной показательной функцией (6), показывает с достаточной точностью адекватность исходных и моделируемых данных в диапазоне радиусов колена более 2,5 м (рис. 3) для скоростей движения смеси от 0,5 до 2 м/с.

Сравнение моделей зависимости удельного сопротивления движению бетонной смеси по колену бетоновода от радиуса колена, описанные полиномиальной и

2. Алексеев С. Н. Насосный транспорт бетонной смеси / С. Н. Алексеев, Всесоюзн. науч.-исслед. ин-т оснований и фундаментов. – М.: Гос. изд. лит. по строительству и архитектуре. 1952. – 40 с.

3. Васильев В. М. Режим движения бетонной смеси по бетонопроводу / В. М. Васильев // Строительная промышленность. – М.: Машиностроение, 1963. – №7 – С. 42 – 44.

4. Баженов Ю. М. Технология бетона. Учебник. 3-е изд. / Ю. М. Баженов, – М.: Изд-во АСВ, 2002. – 500 с.

5. Литвинский Г. Г. Исследование процесса пневмотранспортирования бетонной смеси по трубопроводу / Г. Г. Литвинский // Проектирование и строительство угольных предприятий. – М.: Машиностроение, 1968. – №3 (111). – С. 15 – 23.

6. Руководство по укладке бетонных смесей бетононасосными установками [Текст] / Центр, науч.-исслед. и проектно-эксперим. ин-т организации, механизации и техн. помощи стр.-ву. Народное предприятие строит.-монтажный комбинат «ОСТ» ГДР. – М.: Стройиздат, 1978. – 144 с.

УДК 625.73

В. Е. ЧЕРКУДИНОВ, пошукач.

*Дніпропетровський національний університет залізничного транспорту
імені академіка В. Лазаряна*

МОДЕЛЮВАННЯ УЩІЛЬНЕННЯ ГРУНТІВ ОБЛАДНАННЯМ З ПОВЕРХНЯМИ БЛОКУЮЧОГО ТИПУ

Актуальність проблеми. Використання поверхонь блокованого типу можливе в основному при ущільненні ґрунту під час будівництва шляхів та при засипанні котлованів.

Під блокованим ущільненням ґрунту розуміється властивість ґрунту утримуватись під робочим органом при виконанні технологічного процесу ущільнення ґрунту. Це можливо при використанні р. о. з поверхнями блокованого типу.

Аналіз публікацій. У науково-технічній літературі [1, 2, 3, 4, 5, 6] розглядаються математичні моделі взаємодії ґрунтоущільнюючого обладнання тільки з традиційним плоским виконанням поверхні робочої плити. Відомості щодо