УДК 519.816

САМООРГАНИЗАЦИЯ ПОИСКА РЕШЕНИЙ В ЗАДАЧАХ МЕХАНИКИ СПЛОШНОЙ СРЕДЫ

В. Ф. Иродов*, д. т. н., проф., Ю. В. Хацкевич, к. т. н.**

**ГВУЗ «Приднепровская государственная академия строительства и архитектуры»*
*** ГВУЗ «Национальный горный университет»*

Постановка проблемы. В механике сплошной среды формулируются все новые и новые задачи, решение которых возможно только с применением численных методов. В то же время усложнение ставящихся задач за счет нелинейности, усложнения граничных условий, увеличения размерности – ведет к затруднению применения узко специальных вычислительных методов. Представляется актуальным параллельно с совершенствованием узко специальных методов решения задач механики сплошной среды развивать и универсальные методы для решения таких задач.

Анализ последних исследований. Статья относится к исследованию процессов механики сплошной среды [1], где математические модели процессов основываются на законах сохранения и выражаются в виде дифференциальных уравнений с начальными и граничными условиями. На основе математических моделей формулируются задачи механики сплошной среды, которые затем решаются [2]. Такой подход является типично дедуктивным – на основе общих законов решаются частные задачи. Напротив, индуктивные методы моделирования сложных систем [3–5], основываются на «экспериментальной» информации о протекании частных процессов и стремятся на этой основе построить общие закономерности. В методах самоорганизации [3] можно выделить три основных положения. Во-первых, – это положение о модели оптимальной сложности, которая получается за счет последовательного усложнения моделей путем замены аргументов на функции предыдущего шага усложнения. Во-вторых, – это положение о необходимости «внешнего дополнения» – дополнительного критерия регуляризации помимо основного критерия. И, в-третьих, – это положение об эффективности применения массовой селекции решений для задач большой размерности.

Методы массовой селекции успешно использовались для решения чисто оптимизационных задач с непрерывными или дискретными переменными, например [6]. Эти методы как методы поиска наиболее предпочтительных (по некоторому бинарному отношению выбора) решений развивались в рамках эволюционного поиска [7–9].

Постановка задачи. Некоторая, в общем случае трехмерная нестационарная задача описывается системой нелинейных уравнений:

$$
\begin{aligned}
&L_1(u_1, u_2, ..., u_m) = 0, \\
&L_2(u_1, u_2, ..., u_m) = 0, \\
&\ldots, \\
&L_p(u_1, u_2, ..., u_m) = 0
\end{aligned}
\tag{1}
$$

в области $D(\xi, \eta, \zeta, \tau)$ при граничных условиях

$$
\begin{aligned}
&S_1(u_1, u_2, ..., u_m) = 0, \\
&\ldots \\
&S_q(u_1, u_2, ..., u_m) = 0, \\
&(\xi, \eta, \zeta, \tau) \in ZD
\end{aligned}
\tag{2}
$$

на границе ZD области D.

Рассмотрим задачу расчета состояний, когда требуется найти решение $\{u_1, u_2, ..., u_m\}$, которое удовлетворяет системе (1) при граничных условиях (2).

Метод решения. В соответствие с общей схемой построения алгоритмов метода группового учета аргументов (МГУА) [3] полное описание искомых функций u_r, $r = \overline{1, m}$

$$u_r = \Phi(\xi, \eta, \zeta, \tau)$$

заменяется несколькими рядами частных описаний.

Первый ряд селекции:

$$
\begin{aligned}
&V_1 = f(\xi, \eta),\ V_2 = f(\xi, \zeta),\ V_3 = f(\xi, \tau), \\
&V_4 = f(\eta, \zeta),\ V_5 = f(\eta, \tau),\ V_6 = f(\zeta, \tau).
\end{aligned}
\tag{3}
$$

Второй ряд селекции:

$$W_1 = f(V_1, V_2),\ W_2 = f(V_1, V_3),\ W_3 = f(V_1, V_4), \ldots \tag{4}$$

и т.д.

В каждое частное описание (3), (4) и т.д. входят неопределенные параметры x^i (линейно или нелинейно), которые обозначим $x = \{x^1, x^2, ..., x^n\}$, $x \in \Omega$.

Из множества точек областей D, и ZD выберем некоторым образом конечные подмножества точек D_O, $D_П$, ZD_O, $ZD_П$:

$$
\begin{aligned}
&D_O \subset D; \quad D_П \subset D; \quad D_O \cap D_П \subset \varnothing; \\
&ZD_O \subset ZD; \quad ZD_П \subset ZD; \quad ZD_O \cap ZD_П \subset \varnothing.
\end{aligned}
$$

Множество точек $P_O = D_O \cup ZD_O$ будем по терминологии [3] называть обучающей последовательностью, а множество $P_П = D_П \cup ZD_П$ – проверочной последовательностью.

Будем считать, что на множестве Ω для множества точек P_O определено бинарное отношение выбора R_{S1}, т.е. известно правило сравнения, по которому из двух сопоставленных наборов параметров (решений) $x = \{x^1, x^2, ..., x^n\}$ и $y = \{y^1, y^2, ..., y^n\}$ можно выбрать одно, более предпочтительное. Запись $xR_{S1}y$ означает, что решение x предпочтительнее решению y.

Аналогично, отношение выбора R_{S2} – бинарное отношение выбора на множестве Ω для множества точек $P_П$.

В соответствие с общей схемой эволюционного поиска [7] решение задачи определяется в итерационном процессе вида

$$X_{jk} = S_2(S_1(G(X_{j-1,k}))), \qquad (5)$$

где $k = 1,..., N_в$, порядковый номер ветви эволюции решений;

$j = 2,3,...$, порядковый номер итерации;

$G(.)$ – функция генерации решений;

$S_1(.)$ – функция выбора по отношению R_{S1}, $S_2(.)$ – функция выбора по отношению R_{S2}.

Итерационный процесс вида (5) производится на каждом ряду селекции. За счет усложнения модели вначале произойдет повышение точности удовлетворения системы дифференциальных уравнений (1) и граничных условий (2) как на множестве обучающей, так и на множестве проверочной последовательности. А в некоторый момент усложнения модели уже не будет наблюдаться повышение точности удовлетворения условий на проверочной последовательности, что будет означать – построена модель оптимальной сложности, которая и является приближенным решением поставленной задачи.

Выводы. Разработан новый подход к решению широкого класса задач механики сплошной среды, который основывается на эволюционном поиске наиболее предпочтительных решений. Искомые решения представляются в виде последовательно усложняющихся функциональных описаний, когда функции предыдущего ряда описания становятся аргументами последующего ряда. Неизвестные параметры частных описаний определяются за счет отбора наиболее предпочтительных решений по двум последовательным критериям - удовлетворения системе дифференциальных уравнений и граничным условиям в точках обучающей последовательности и – то же самое в точках проверочной последовательности. При этом в соответствие с принципами самоорганизации ищется минимум дополнительного критерия – внешнего дополнения при постепенном усложнении модели.

Список использованных источников

1. Седов, Л.И. Механика сплошной среды. Т. 1, 2 [Текст] / Л.И. Седов.– М.: Наука, 1973. – 536 с., 584 с.
2. Флетчер, К. Численные методы на основе метода Галеркина [Текст]: пер. с англ. / К. Флетчер – М.: Мир, 1988. – 352 с.
3. Ивахненко, А.Г. Принятие решений на основе самоорганизации. [Текст] / А.Г. Ивахненко, Ю.П. Зайченко, В.Д. Димитров. – М.: Сов. радио, 1976. – 280 с.
4. Ивахненко, А.Г. Системы эвристической самоорганизации в технической кибернетике. [Текст] / А.Г. Ивахненко. – К.: Техника, 1971. – 392 с.
5. Ивахненко А.Г. Индуктивный метод самоорганизации моделей сложных систем. [Текст] / А.Г. Ивахненко. – К.: «Наук. думка», 1982. – 296 с.
6. Irodov V. Self-organization methods for analysis of nonlinear systems with binary choice relations [Text] / V. Irodov // Journal Systems Analysis Modelling Simulation. Gordon and Breach Science Publishers, Inc. Newark, NJ, USA .Vol. 18-19, 1995. – 203–206 PP. (Методы самоорганизации для анализа нелинейных систем с бинарным отношением выбора).
7. Иродов, В. Ф. Эволюционные алгоритмы поиска оптимальных решений [Текст] / Ф. И. Стратан, В. Ф. Иродов // Методы оптимизации при проектировании систем теплогазоснабжения. – Кишинев, 1984. – С. 16–30.
8. Иродов В.Ф. Развитие методов эволюционного поиска и его применение для задач идентификации [Текст] / В. Ф. Иродов, Ю.В. Хацкевич // Интеллектуальные системы принятия решений и проблемы вычислительного интеллекта: Материалы международной научной конференции. Том 1. – Херсон, ХНТУ, 2010. – С. 332–335.
9. Иродов В.Ф., К вопросу развития одной схемы поиска наиболее предпочтительных решений [Текст] / В. Ф. Иродов, Ю.В. Хацкевич // Системний аналіз та інформаційні технології: матеріали 12-ї Міжнародної науково-технічної конференції SAIT 2010, Київ, 25–29 травня 2010 р. / ННК “ІПСА”НТУУ “КПІ”. – К.: ННК “ІПСА” НТУУ “КПІ”, 2010. – С. 250.