

*к.т.н. Белевцова Н.Л.
(ГЭТУТ, г. Киев, Украина),
к.т.н. Медведь И. И.
(ДонГТУ, г. Алчевск, Украина)*

ИССЛЕДОВАНИЕ ТРАЕКТОРИЙ ДЕФОРМИРОВАНИЯ КОНИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ, НАХОДЯЩЕЙСЯ В УСЛОВИЯХ НЕИЗОТЕРМИЧЕСКОГО НАГРЕВА

Досліджуються траєкторії деформування конічної оболонки, що знаходиться під дією неосесиметричного температурного поля.

Ключові слова: неізотермічний нагрів, конічна оболонка, траєкторії деформування.

Исследуются траектории деформирования конической оболочки, находящейся под действием неосесимметричного температурного поля.

Ключевые слова: неізотермічний нагрів, коніческая оболонка, траєкторії деформування.

Настоящая работа является продолжением работ [1, 2] и посвящена исследованию траекторий деформирования конической оболочки, находящейся под действием неосесимметричного температурного поля.

Данная задача решается на основе гипотез Кирхгоффа-Лява и теории тонких оболочек В.В. Новожилова [3]. Используется теория простых процессов нагружения [4] с учетом истории их протекания [5]. Физические соотношения линеаризуются методом последовательных приближений в форме переменных параметров упругости [5, 6]. Механические характеристики материала зависят от температуры, деформации ползучести не учитываем.

Цель работы. Исследование траекторий деформирования конической оболочки, находящейся в условиях неізотермічного нагрива.

Разрешающая система уравнений для данного класса задач полученная в [1] имеет следующий вид:

$$\frac{\partial N}{\partial S} = \Phi \left(N; \frac{\partial N}{\partial \theta}; \frac{\partial^2 N}{\partial \theta^2}; \frac{\partial^3 N}{\partial \theta^3}; \frac{\partial^4 N}{\partial \theta^4} \right), \quad (1)$$

где \bar{N} - вектор разрешающих функций [1].

Переменные параметры упругости, входящие в (1) определяются из предыдущего приближения и имеют вид [5]:

при активном нагружении

$$\begin{aligned} \nu^* &= \frac{2G(1+\nu)\psi - (1-2\nu)}{4G(1+\nu)\psi + 1 - 2\nu}, & E^* &= \frac{6G(1+\nu)}{4G(1+\nu)\psi + 1 - 2\nu}, \\ G^* &= \frac{E^*}{2(1+\nu^*)}. \end{aligned} \quad (2)$$

при упругой разгрузке

$$\nu^* = \nu; G^* = G; E^* = 2G(1+\nu), \quad (3)$$

где E, G, ν – модуль Юнга, модуль сдвига и коэффициент Пуассона соответственно при простом растяжении и заданной температуре;

ψ – функция пластичности, определяющаяся в зависимости от направленности процесса [5].

При активном нагружении:

$$\psi = \frac{\Gamma}{S}. \quad (4)$$

При упругой разгрузке:

$$\psi = 1/2G, \quad (5)$$

где Γ - интенсивность деформаций сдвига;

S - интенсивность касательных напряжений, которые определяются формулами [5]:

$$\begin{aligned} \Gamma &= \frac{1}{\sqrt{6}} \sqrt{(\varepsilon_s^\xi - \varepsilon_\theta^\xi)^2 + (\varepsilon_\theta^\xi - \varepsilon_\xi^\xi)^2 + (\varepsilon_s^\xi - \varepsilon_\xi^\xi)^2 + \frac{3}{2}(\varepsilon_{s\theta}^\xi)^2}, \\ S &= \frac{1}{\sqrt{3}} \sqrt{\sigma_s^2 + \sigma_\theta^2 - \sigma_s \sigma_\theta + 3\sigma_{s\theta}^2}, \end{aligned} \quad (6)$$

где σ_s, σ_θ - меридиональные и окружные нормальные напряжения соответственно;

$\sigma_{S\theta}$ - касательные напряжения.

Их можно определить следующими зависимостями:

$$\begin{aligned}\sigma_S &= \frac{E^*}{1-\nu^*} \left[\varepsilon_S^\xi + \nu^* \varepsilon_\theta^\xi - \alpha_T (T - T_0) (1 - \nu^*) - \nu^* \varepsilon_\theta^{1p} - \varepsilon_S^{1p} \right], \\ \sigma_{S\theta} &= G^* (\varepsilon_{S\theta}^\xi - \varepsilon_{S\theta}^{1p}), \quad (S, \theta).\end{aligned}\quad (7)$$

Деформации эквидистантного слоя ε_ξ^ξ в нормальном к срединной поверхности направлении определяются:

$$\varepsilon_\xi^\xi = -\frac{\nu^*}{1-\nu^*} \left[\varepsilon_S^\xi + \varepsilon_\theta^\xi - 2\alpha_T (T - T_0) - \varepsilon_S^{1p} + \varepsilon_\theta^{1p} \right] + \alpha_T (T - T_0) + \varepsilon_\xi^{1p}. \quad (8)$$

Предполагаем, что интенсивность касательных напряжений является функцией интенсивности деформаций сдвига и температуры согласно [5]:

$$S = F(\Gamma, T), \quad (9)$$

причем эта функция не зависит от вида напряженного состояния и определяется экспериментально при простом растяжении цилиндрических образцов, нагреваемых до различных температур. В этом случае:

$$S_\pi = \frac{\sigma}{\sqrt{3}}, \quad (10)$$

$$\Gamma = \frac{1 + \nu^*}{\sqrt{3}} \varepsilon; \quad \nu^* = \frac{1}{2} - \frac{(1 - 2\nu)\sigma}{2E E}, \quad (11)$$

где σ и ε - напряжения и деформации образца при одноосном растяжении. Под ε следует понимать деформацию, возникающую только от действия растягивающей силы, т.е. ε не содержит чисто тепловой деформации.

В соотношениях обозначены через ε_S^{1p} ; ε_θ^{1p} ; $\varepsilon_{S\theta}^{1p}$; ε_ξ^{1p} - пластические составляющие компонент тензора деформации в момент начала разгрузки, которые при активном процессе нагружения принимаются равными нулю:

$$\varepsilon_S^{1p} = \varepsilon_\theta^{1p} = \varepsilon_{S\theta}^{1p} = \varepsilon_\xi^{1p} = 0, \quad (12)$$

а в момент начала разгрузки определяются зависимостями [5]:

$$\begin{aligned}\varepsilon_s^{1p} &= (\psi - 1/2G) (\sigma_s - \sigma_o) ; (S; \theta; \xi) ; \\ \varepsilon_{s\theta}^{1p} &= (\psi - 1/2G) \sigma_{s\theta},\end{aligned}\tag{13}$$

где σ_o - среднее нормальное напряжение, которое согласно принятым допущениям определяется равенством:

$$\sigma_o = \frac{\sigma_s + \sigma_\theta}{3}.\tag{14}$$

Символ $(S; \theta; \xi)$ – означает, что компоненты $\varepsilon_\theta^{1p}; \varepsilon_\xi^{1p}$ получаем из (13) путем перестановки индексов.

Так как определение переменных параметров упругости (2, 3) и пластических составляющих компонент тензора деформаций в момент начала разгрузки зависят от направленности процесса нагружения, то необходимо ввести в рассмотрение критерий направленности процесса. В качестве этого критерия принимаем приращение интенсивности пластических деформаций сдвига $\Delta\Gamma^p$. Интенсивность пластических деформаций сдвига Γ^p определяется соотношением [5]:

$$\Gamma^p = (1 - 1/2G\psi)\Gamma.\tag{15}$$

Тогда условие того, что процесс будет активным

$$\Delta\Gamma^p > 0,\tag{16}$$

а при упругой разгрузке $\Delta\Gamma^p \leq 0$.

Соотношения [1, 2] по форме записи совпадают с аналогичными соотношениями для ортотропных упругих оболочек [8], но в случае упругих оболочек жесткостные характеристики зависят только от механических свойств материала оболочки и ее температуры и не зависят от напряженно-деформированного состояния как в рассматриваемом случае.

При исследовании неизотермического процесса нагружения оболочки возникает вопрос о применимости соотношений теории простых процессов нагружения [1, 2, 5] к описанию этого процесса. Экспериментальные исследования показали, что соотношения теории простых процессов нагружения хорошо описывают процессы деформирования элемента тела по прямолинейным траекториям или мало отклоняющихся

от них. Поэтому при исследовании неизотермических процессов нагружения рекомендуется [5] строить траектории деформирования в пятимерном пространстве А. А. Ильюшина [4]. Координаты этого пространства применительно к рассматриваемым процессам деформирования оболочек определяются формулами [5]:

$$\begin{aligned}\mathfrak{A}_1 &= \sqrt{\frac{3}{2}}\ell_s; \\ \mathfrak{A}_2 &= \sqrt{2}\left(\frac{1}{2}\ell_s + \ell_\theta\right); \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned}\mathfrak{A}_3 &= \ell_{s\theta}\sqrt{2}; \quad \mathfrak{A}_4 = \mathfrak{A}_5 = 0; \\ \ell_s &= \varepsilon_s^\xi - \varepsilon_0; \quad (s, \theta); \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned}\ell_{s\theta} &= \varepsilon_{s\theta}^\xi, \\ \varepsilon_0 &= \frac{1}{3}(\varepsilon_s^\xi + \varepsilon_\theta^\xi + \varepsilon_\xi^\xi). \end{aligned} \quad (19)$$

По форме построенной траектории можно судить о применимости тех или других соотношений пластичности к исследуемым процессам нагружения. В тех случаях, когда траектории деформирования для всех элементов оболочки окажутся прямыми линиями или пологими кривыми, отклоняющимися от прямой, проведенной через начало координат и точку на траектории, соответствующую пределу текучести материала, на величину, не превышающую след запаздывания векторных свойств материала [5], соотношения теории простых процессов нагружения хорошо согласуются с экспериментом. При этом наименьший радиус кривизны траектории должен быть больше следа запаздывания. След запаздывания векторных свойств материала определяет память материала, и величина его находится из опытов по двухзвенным ломанным. Обычно след запаздывания для упрочняющихся материалов равен 5-10 пределов текучести по деформациям.

К решению (1) применяем метод Рунге-Кутты с дискретной ортогонализацией по С. К. Годунову [7].

Исследуем напряженное состояние оболочки вращения постоянной толщины при неосесимметричных простых неизотермических процессах нагружения с учетом истории их протекания. Для этого рассмотрим термоупруго-пластическое напряженное состояние конической оболочки (рисунок 1) с геометрией $R=20,2$ см; $h=2$ см; $L=40$ см; $\varphi = 20^\circ$.

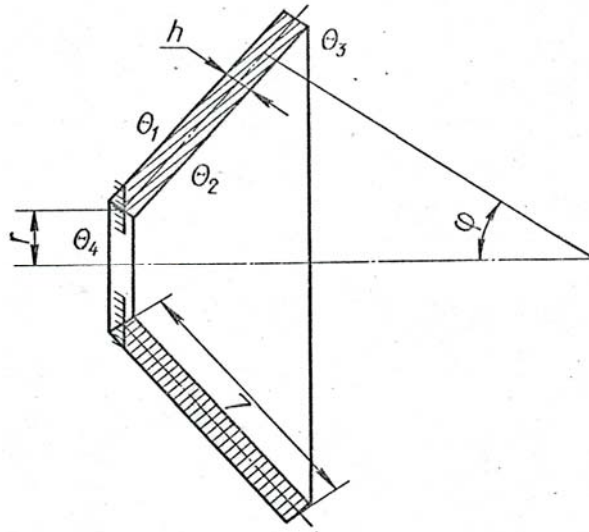


Рисунок 1 – Коническая оболочка постоянной толщины

Оболочка находится в условиях конвективного теплообмена и температура среды, омывающая ее, подчиняется неосесимметричному закону распределения:

$$\begin{aligned} \theta_1 = 20^\circ \text{C}, \quad \theta_3 = [500 - 480 e^{-\theta}]^\circ \text{C}, \\ \theta_2 = [(600 - 580 e^{-1,5\theta}) (1 + 0,25 \cos \theta)]^\circ \text{C}, \end{aligned} \quad (20)$$

где θ_1 , θ_2 и θ_3 - температуры на наружной, внутренней поверхностях оболочки и ее правого торца соответственно, а левый торец оболочки теплоизолированный.

Теплофизические характеристики материала исследуемой конической оболочки приведены в [2].

Температурное поле для оболочки получено при решении задачи теплопроводности при следующем разбиении: $K_s = 41$, $K_\theta = 19$, ($0 \leq \theta \leq \pi$), $K_z = 5$. По толщине оболочки температура аппроксимировалась полиномом пятой степени. Так как температурное поле представлено двумя гармониками по косинусам, то в силу линейности задачи в решении удерживалось два члена ряда.

Слева оболочка жестко закреплена, а справа имеет свободный край. Граничные условия выражаются через основные функции [1, 2].

Для оценки точности определения напряженно-деформированного состояния конической оболочки расчет ее проводился при следующих вариантах разбиения:

$$1 - K_s = 41, K_\theta = 19, (0 \leq \theta \leq \pi), K_z = 5;$$

$$2 - K_s = 81, K_\theta = 19, (0 \leq \theta \leq \pi), K_z = 5 ; 3 - K_s = 41, K_\theta = 37, (0 \leq \theta \leq \pi), K_z = 5 ;$$

$$4 - K_s = 41, K_\theta = 15, (0 \leq \theta \leq \pi), K_z = 7 .$$

Искомые, функции при первом варианте разбиения представлялись первыми двумя, тремя и четырьмя гармониками по косинусам. Результаты вычислений показали, что учет третьей гармоники уточняет результаты не более 1%, а учет первых четырех гармоник - не более 1,5% по сравнению с результатами при представлении искомых функций двумя первыми гармониками.

Различие результатов по напряжениям второго варианта разбиения не превышает 1,8%, третьего - не более 1,5% и четвертого - не больше 2% по сравнению с первым вариантом разбиения. Поэтому расчет проводился по первому варианту разбиения, и искомое решение представлялось двумя первыми гармониками по косинусам.

Расчет оболочки проводился поэтапно. Причем этапы нагружения до 1 секунды брались с шагом 0,0625 секунд, а от 1 до 10 секунд - с шагом 1 секунда. Наибольшее напряженное состояние в оболочке возникает в начальные моменты времени. Поэтому исследование упруго-пластического состояния проводится в течение первых 10 секунд.

В процессе нагрева оболочки в некоторых ее точках строим траектории деформирования в пятимерном пространстве А.А.Ильюшина, координаты которого определяем согласно зависимостям (17-19). Расчет этих координат показал, что координата \mathcal{E}_3 мала по сравнению с \mathcal{E}_1 и \mathcal{E}_2 , поэтому процесс деформирования элемента оболочки изобразим на плоскости $\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2$.

На рисунках. 2, 3 построены траектории деформирования для точек, находящихся на внутренней поверхности оболочки при $\theta=0$, $\theta=\pi/2$ соответственно и для значений меридиональной координаты $S=20$ см (кривые 1) и $S=36$ см (кривые 2). Из рисунков видно, что в оболочке процессы протекают по прямолинейным траекториям. Следовательно, применение физических соотношений теории простых процессов нагружения с учетом истории их протекания при определении напряженного состояния конической оболочки обосновано, а результаты исследования напряженного состояния оболочки достоверны.

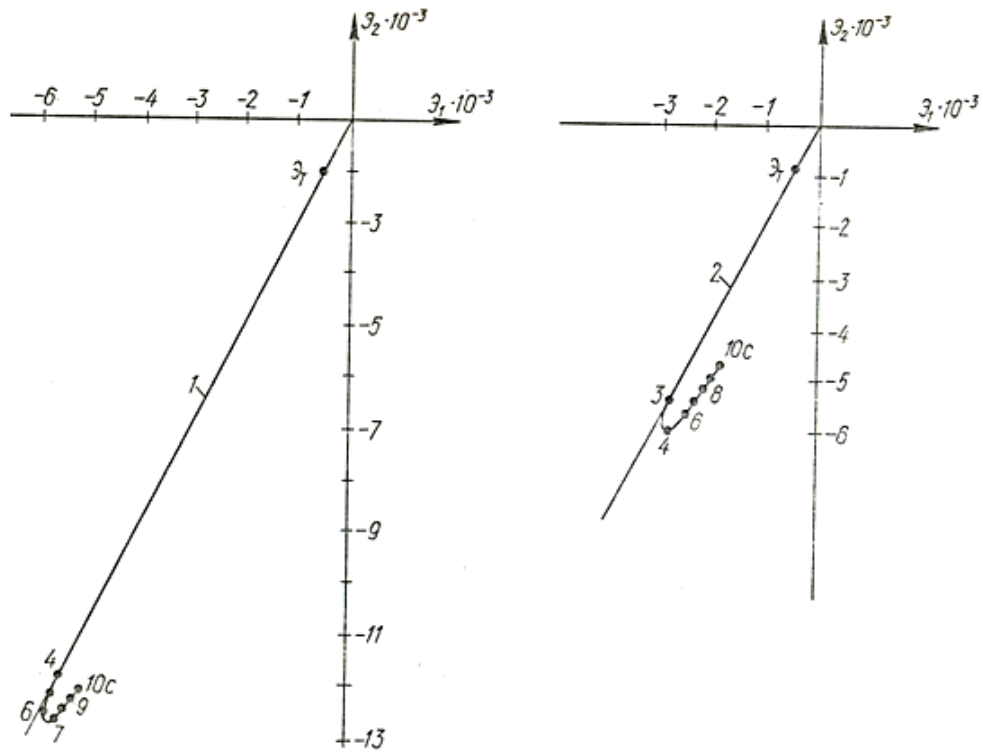


Рисунок 2 – Траектории деформирования при $\theta=0$: 1 – в точке $S=20$ см, $\xi=-h/2$; 2 – в точке $S=36$ см, $\xi=-h/2$.

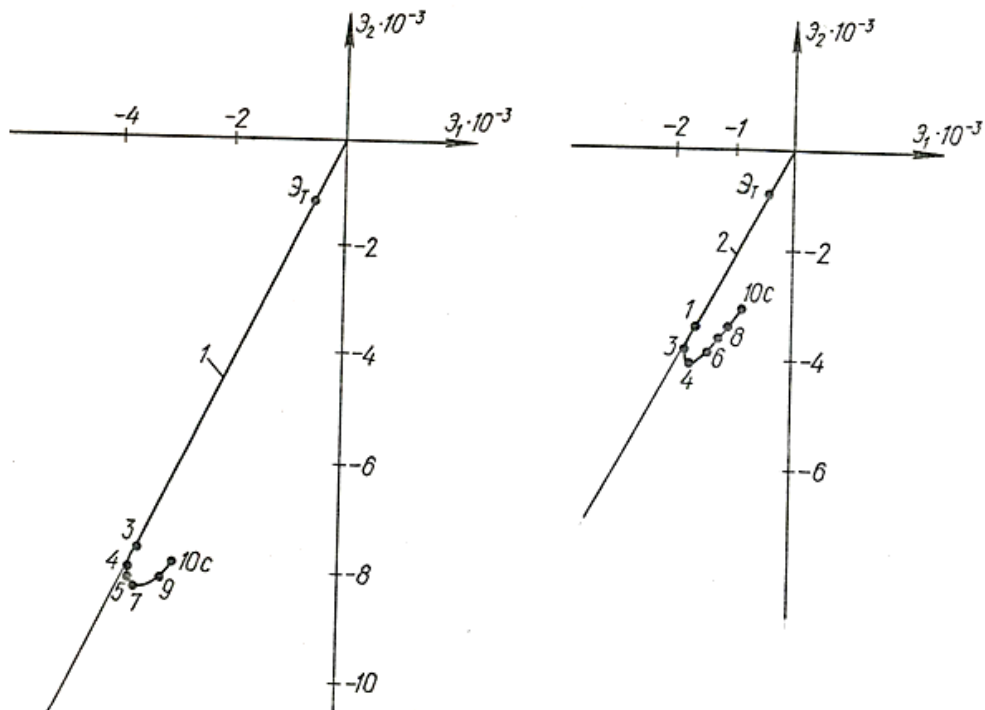


Рисунок 3 – Траектории деформирования при $\theta=\pi/2$: 1 – в точке $S=20$ см, $\xi=-h/2$; 2 – в точке $S=36$ см, $\xi=-h/2$

Выводы. Процессы деформирования протекают по прямолинейным траекториям и применение физических соотношений теории простых процессов нагружения с учетом истории их протекания при определении напряженного состояния конической оболочки обосновано, а результаты исследования напряженного состояния оболочки достоверны.

Библиографический список

1. Белевцова Н.Л. Термоупруго-пластическое напряженное состояние оболочек вращения при неосесимметричной нагрузке с учетом истории нагружения / Н.Л. Белевцова // Прикладная механика, 1982. – №18. – С. 117-120.

2. Белевцова Н.Л. Неосесимметричный пружно-пластичний напружений стан конічної урахованням історії навантаження/ Н.Л. Белевцова // Зб. наук. пр. КУЕТТ: Транспортні системи і технології, 2005. – Випуск 8. – С. 18-21.

3. Новожилов В.В. Теория тонких оболочек / В.В. Новожилов. – Л.: Судпромгиз, 1962. - 432 с.

4. Ильюшин А. А. Пластичность / А.А. Ильюшин. – М.: Гостехиздат, – 1948. – 376 с.

5. Шевченко Ю.Н. Методы расчета оболочек: в 5 т. / Ю.Н. Шевченко, И.В. Прохоренко. – Киев: Наукова думка, 1981. - т.3: Теория упруго-пластических оболочек при неизотермических процессах нагружения, 1981. – 296 с.

6. Некоторые общие методы решения задач теории пластичности / И.И. Биргер // Прикладная математика и механика, 1951. – № 6. - С. 765 - 770.

7. Годунов С.К. О численном решении задач / С.К. Годунов // Успехи математических наук, 1961. – № 3. – С. 171-174.

8. Григоренко Я.М. Изотропные и анизотропные оболочки вращения с переменной жесткостью / Я.М. Григоренко. - Киев: Наукова думка, 1971. - 228 с.

Рекомендована к печати д.т.н., проф. Должиковым П.Н.