

УДК 621.52

к.т.н. Руднев Е. С.
(ДонДТУ, г. Лисичанск, Украина, e-mail: rudnev_evgen@ukr.net),
к.т.н. Морозов Д. И.
(ДонДТУ, г. Лисичанск, Украина)

ЛИНЕАРИЗОВАННАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ СИНХРОННОГО ДВИГАТЕЛЯ С ПОСТОЯННЫМИ МАГНИТАМИ КАК ОБЪЕКТА УПРАВЛЕНИЯ

Рассмотрена математическая модель синхронного двигателя с постоянными магнитами. Приведены дифференциальные уравнения и построена структурная схема синхронного электродвигателя с постоянными магнитами как объекта управления. Проведена линеаризация уравнений движения двигателя, получены передаточные функции по отношению к управляющим и возмущающему воздействиям. Получены результаты моделирования в пакете Matlab/Simulink.

Ключевые слова: синхронный электродвигатель, постоянные магниты, линеаризация, передаточная функция, моделирование.

Проблема и ее связь с научными и практическими задачами.

В настоящее время одной из основных тенденций развития электропривода является широкое внедрение энергосберегающих технологий. Одним из путей реализации данной тенденции есть использование синхронных электродвигателей, что позволяет достигнуть высокой производительности и существенно улучшить энергетические показатели электроустановки. Поэтому вопросы, связанные с разработкой математического описания и создание детализированных моделей синхронных двигателей, имеют важное научное и практическое значение для исследования рабочих характеристик и проектирования новых алгоритмов управления.

Постановка задачи. Цель работы – получение математического описания, линеаризация уравнений движения и моделирование синхронного двигателя с постоянными магнитами (СДПМ).

Изложение материала и его результаты. На практике в основном применяют два способа регулирования скорости синхронного электродвигателя: изменением частоты питающего напряжения (тока), подаваемого на статорные обмотки; изменением амплитуды напряжения при ком-

мутации статорных обмоток по датчику положения ротора (режим вентильного электродвигателя или бесколлекторного электродвигателя постоянного тока).

Для описания динамических режимов работы синхронного электродвигателя при любом способе управления его скоростью удобно обратиться к модели обобщенной двухфазной машины переменного тока (рис. 1) [1].

Эта модель позволяет перейти к условному векторному описанию электрических машин переменного тока. В рассмотрение вводятся две системы координат: $0\alpha\beta$ и $0dq$. Система координат $0\alpha\beta$ неподвижна и связана с обмотками статора. Поскольку векторы удобно записывать в комплексной форме, то введены действительная Re и мнимая Im оси, причём действительная ось направлена по оси α . Система координат $0dq$ связана с обмоткой ротора синхронной машины.

Суть модели обобщенной машины переменного тока заключается в том, что действие обмоток статора α и β , запитанных соответствующей системой переменного напряжения (системой токов I_α и I_β)

и создающих в каждый конкретный момент времени векторы потокосцеплений ψ_α и ψ_β , можно заменить действием одной обмотки, запитанной постоянным током I_1 и вращающейся со скоростью ω_0 магнитного поля.

В синхронном электродвигателе обмотка возбуждения, расположена на роторе, запитывается постоянным напряжением. Она создаёт потокосцепление ψ_B и вращается вместе с ротором со скоростью ω .

В нашем случае, синхронный электродвигатель имеет возбуждение от постоянных магнитов, расположенных на роторе (рис. 1).

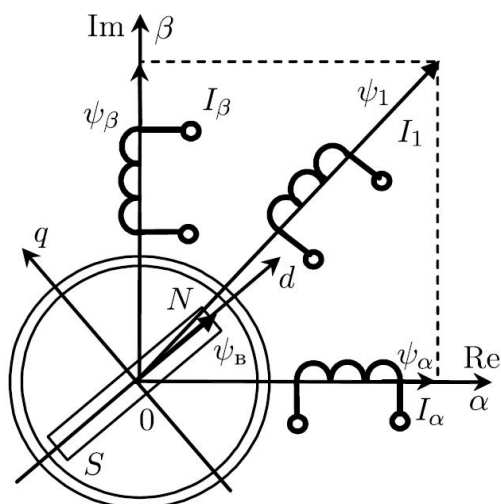


Рисунок 1 – Модель двухфазного синхронного электродвигателя с постоянными магнитами на роторе

Запишем уравнение обмотки статора СДПМ в системе координат $0dq$, вращающихся вместе с ротором:

$$\bar{U}_1 = R_1 \bar{I}_1 + \frac{d\bar{\psi}_1}{dt} + j\omega_k \bar{\psi}_1, \quad (1)$$

где R_1 – активное сопротивление обмотки статора; U_1 – напряжение на статоре; ω_k – электрическая скорость вращения системы координат относительно статора. Для системы $0dq$ это электрическая скорость вращения ротора $\omega_k = \omega Z_n$.

Запишем (1) в проекциях на оси d и q :

$$\begin{cases} U_{1d} = R_1 I_{1d} + \frac{d\psi_{1d}}{dt} - \omega Z_n \psi_{1q}, \\ U_{1q} = R_1 I_{1q} + \frac{d\psi_{1q}}{dt} + \omega Z_n \psi_{1d}. \end{cases} \quad (2)$$

где $\psi_{1d} = L_1 I_{1d} + \psi_B$, $\psi_{1q} = L_1 I_{1q}$.

Выражая проекции вектора тока статора I_{1d} , I_{1q} и подставляя их в (2), получим систему уравнений цепи статора СДПМ, выраженную через однородные переменные:

$$\begin{cases} U_{1d} = \frac{R_1}{L_1} (\psi_{1d} - \psi_B) + \frac{d\psi_{1d}}{dt} - \omega Z_n \psi_{1q}, \\ U_{1q} = \frac{R_1}{L_1} \psi_{1q} + \frac{d\psi_{1q}}{dt} + \omega Z_n \psi_{1d}. \end{cases} \quad (3)$$

С учётом того, что реальный трёхфазный синхронный электродвигатель можно свести с помощью трёхфазно-двухфазного преобразования к обобщённой двухфазной модели, электромагнитный момент СДПМ запишется так [1, 2]:

$$M_e = \frac{m_1 Z_n}{2} \text{Im} \{ \bar{\psi}_1^* \bar{I}_1 \}, \quad (4)$$

где m_1 – число фаз статора электродвигателя; Z_n – число пар полюсов; $\bar{\psi}_1^* = \psi_{1d} - j\psi_{1q}$ – сопряженный вектор потокосцепления статора.

Определяя мнимую часть произведения векторов в (4), получим

$$M_e = \frac{m_1 Z_n \psi_B}{2L_1} \psi_{1q}. \quad (5)$$

Систему уравнений (3) и (5) необходимо дополнить главным уравнением движения электропривода:

$$J \frac{d\omega}{dt} = M_e - M_c, \quad (6)$$

где J – приведённый к валу электродвигателя момент инерции; M_c – момент сил сопротивления.

Уравнения (1), (5) и (6) дают полное описание СДПМ в системе:

$$\begin{cases} \frac{d\psi_{1d}}{dt} = U_{1d} - \frac{R_1}{L_1}\psi_{1d} + \frac{R_1}{L_1}\psi_B + \omega Z_{\Pi}\psi_{1q}, \\ \frac{d\psi_{1q}}{dt} = U_{1q} - \frac{R_1}{L_1}\psi_{1q} - \omega Z_{\Pi}\psi_{1d}, \\ J\frac{d\omega}{dt} = \frac{m_1 Z_{\Pi}\psi_B}{2L_1}\psi_{1q} - M_c, \end{cases} \quad (7)$$

Переходя в (7) к операторной форме записи, после преобразований получим:

$$\begin{cases} (T_{11}p + 1)\psi_{1d} = T_{11}U_{1d} + \psi_B + T_{11}\omega Z_{\Pi}\psi_{1q}, \\ (T_{11}p + 1)\psi_{1q} = T_{11}U_{1q} - T_{11}\omega Z_{\Pi}\psi_{1d}, \\ Jp\omega = \frac{m_1 Z_{\Pi}\psi_B}{2L_1}\psi_{1q} - M_c, \end{cases} \quad (8)$$

где p – оператор дифференцирования;

$T_{11} = \frac{L_1}{R_1}$ – электромагнитная постоянная

времени.

Система уравнений (8) позволяет построить структурную схему синхронного двигателя с постоянными магнитами на роторе (рис. 2). За входные управляющие воздействия приняты частота вращения магнитного поля ω_0 и напряжения U_{1d} и U_{1q} . Основным возмущающим воздействием является момент M_c сил сопротивления, а выходной координатой скорость ω вращения ротора электродвигателя.

Анализ уравнений (8) и структурной схемы показывает, что синхронный двигатель с постоянными магнитами представляет собой нелинейный объект управления, что вызвано наличием множительных звеньев. Проведём линеаризацию системы уравнений (8) методом разложения основных нелинейных зависимостей в степенной ряд Тейлора в окрестности некоторой рабочей точки с параметрами: ψ_{1d0} и ψ_{1q0} :

$$\begin{cases} (T_{11}p + 1)\psi_{1d0} = T_{11}U_{1d} + \psi_B + \\ + T_{11}\omega Z_{\Pi}\psi_{1q0}, \\ (T_{11}p + 1)\psi_{1q0} = T_{11}U_{1q} - \\ - T_{11}\omega Z_{\Pi}\psi_{1d0}, \\ Jp\omega = \frac{m_1 Z_{\Pi}\psi_B}{2L_1}\psi_{1q0} - M_c. \end{cases} \quad (9)$$

Система уравнений (9) позволяет найти передаточные функции синхронного электродвигателя с постоянными магнитами на роторе как по управляющим воздействиям ω_0 и U_1 , так и по отношению к основному возмущению M_c .

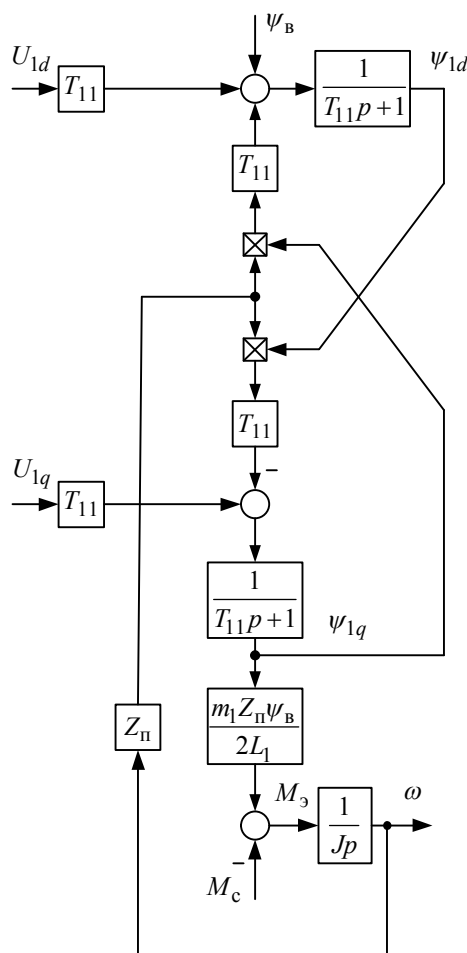


Рисунок 2 – Структурная схема синхронного электродвигателя с постоянными магнитами

Передаточная функция СДПМ по отношению к изменению скорости вращения

магнитного поля ω_0 (частоты питающего напряжения) имеет вид:

$$W_{\omega}(p) = \frac{\omega(p)}{\omega_0(p)} = \frac{1}{T_{\omega 1} T_{m1} p^2 + T_{m1} p + 1}, \quad (10)$$

$$\text{где } T_{\omega 1} = T_{11} = \frac{L_1}{R_1}, \quad T_{m1} = \frac{2JR_1}{m_1 Z_{\pi}^2 \psi_{\text{в}} \psi_{1q0}}.$$

Передачная функция по отношению к возмущению M_c :

$$W_{\omega, M_c}(p) = -\frac{T_{m1}}{J} \frac{(T_{\omega 1} p + 1)}{(T_{\omega 1} T_{m1} p^2 + T_{m1} p + 1)}. \quad (11)$$

Все передаточные функции по управляющим воздействиям, полученные выше, описывают движение синхронного электродвигателя «в малом» при частотном способе управления скоростью.

В электроприводах с большим диапазоном регулирования скорости применяют способ управления синхронным электродвигателем по сигналам датчика положения ротора, привязанного к магнитной системе машины. Как правило, в этом случае синхронный электродвигатель оснащён постоянными магнитами, расположенными на роторе, а управление скоростью производят изменением амплитуды (действующего значения) напряжения на обмотках статора. В этом режиме в синхронном двигателе поддерживают пространственный угол между векторами потока сцепления ротора и статора, близким к 90° , а скорость магнитного поля ω_0 практически совпадает со скоростью ω вращения ротора. Структурная схема, представленная на рисунке 2, позволяет получить передаточную функцию синхронного электродвигателя.

Приравняв нулю M_c и ω_0 , найдём передаточную функцию по отношению к управляющему воздействию U_{1q} :

$$W_{\omega, U_{1q}}(p) = \frac{(Z_{\pi} \psi_{1d0})^{-1}}{(T_{\omega 1} T_{m1} p^2 + T_{m1} p + 1)}. \quad (12)$$

Анализ передаточной функции (12) показывает, что динамические характеристики синхронного двигателя, работающего в режиме вентильного двигателя (бесколлекторного двигателя постоянного тока) аналогичны соответствующим характеристикам обычного электродвигателя постоянного тока. Структура, составленная на основе полного линеаризованного описания СДПМ (10) – (12) соответствует структуре описания двигателя постоянного тока с независимым возбуждением (рис. 3). Скорость синхронного двигателя в этом режиме пропорциональна напряжению, прикладываемому к статорным обмоткам.

Сравнение динамики, получаемой из полного и линеаризованного описания СДПМ произведем моделированием на примере машины Siemens 1FT6064-6AF71 с такими паспортными данными:

$$U_{1н} = 340 \text{ В}, \quad n_n = 3000 \text{ об/мин}, \quad Z_{\pi} = 6,$$

$$I_{1н} = 4,9 \text{ А}, \quad J_{\delta} = 16,3 \cdot 10^{-4} \text{ кгм}^2,$$

$$K_t = 1,57 \text{ Вб}, \quad R_s = 1,4 \text{ Ом}, \quad L_d = 13,5 \text{ мГн}.$$

Используя обозначения параметров, принятые в приведенных выше описаниях, получим следующие их значения: $R_1 = R_s$, $L_1 = L_d$, $\psi_{\text{в}} = 0,174 \text{ Вб}$, $T_{11} = T_{\omega 1} = 9,64 \text{ мс}$, $J = 1,2J_{\delta}$, $T_{m1} = 1,66 \text{ мс}$.

При моделировании машины по описанию в системе координат $0dq$, жёстко связанной с ротором машины (8) принято, что закон управления напряжением обеспечивает $U_{1d} = 0$. Напряжение U_{1q} , соответствующее номинальной скорости в установившемся режиме рассчитывается так $U_{1qн} = \omega_0 Z_{\pi} \psi_{\text{в}} = 328,82 \text{ В}$. Процессы пуска и наброса нагрузки в такой модели совместно с процессами в линеаризованной модели представлены на рисунке 4, а. Пуск за $0,2 \text{ с}$ в полной и линеаризованной моделях организуется линейным изменением сигналов U_{1q} и ω_0 соответственно до значений $U_{1qн}$ и $\omega_{0н}$. Динамика механических процессов в двух моделях существенно различается.

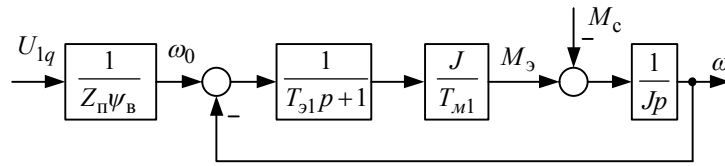


Рисунок 3 – Структурная схема линеаризованного описания СДПМ

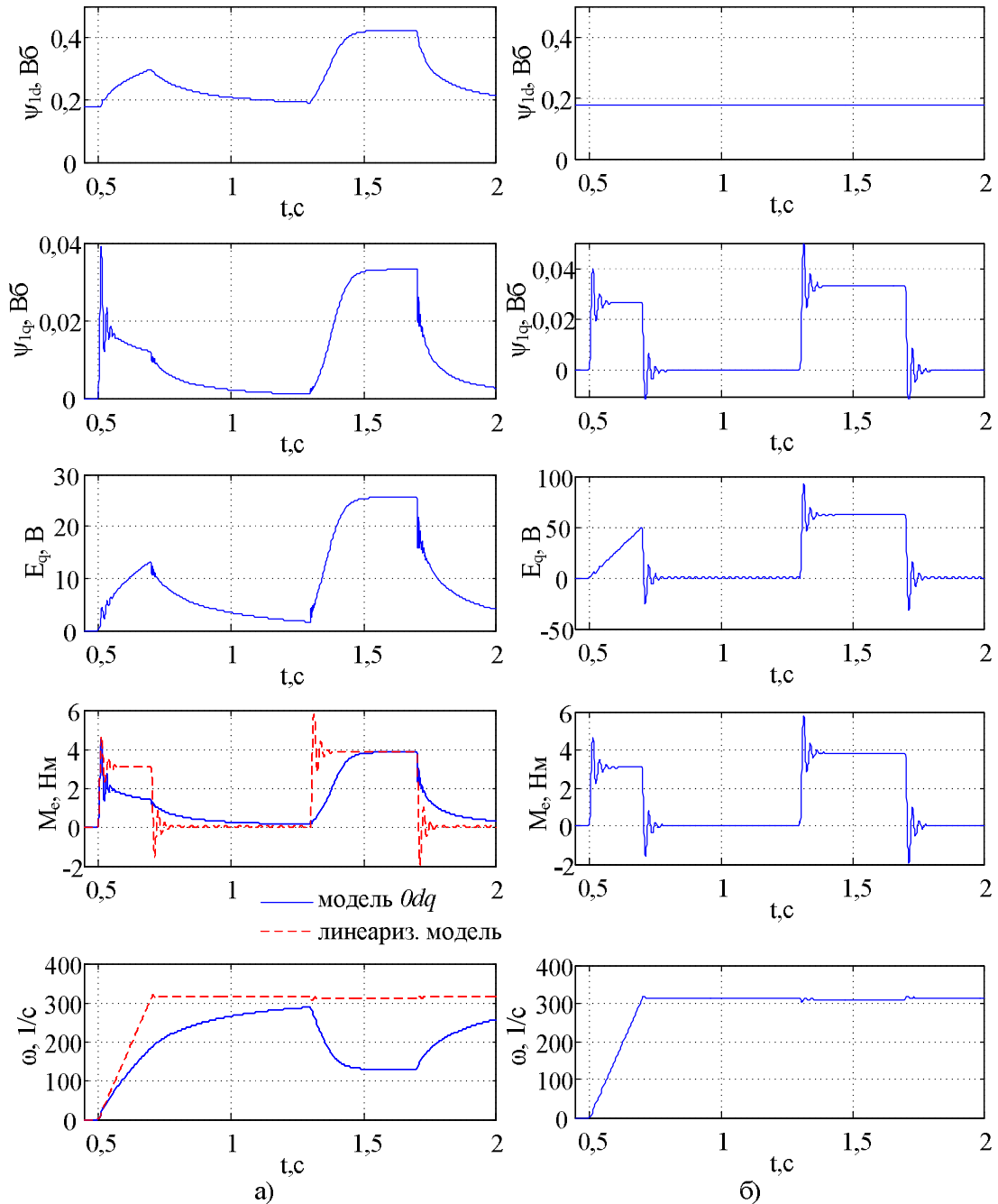


Рисунок 4 – Графики переходных процессов в моделях СДПМ:
 а – в пространстве Odq без компенсации E_{1q} и линеаризованной;
 б – в пространстве Odq с компенсацией E_{1q}

Это обуславливается изменением потока ψ_{1d} в результате действия перекрестной связи в канале формирования ψ_{1d} . В случае же ее компенсации, когда $U_{1d} = -E_{1q} = -\omega Z_{\text{п}} \psi_{1q}$, поток ψ_{1d} будет неизменным и равным $\psi_{\text{в}}$, и механические процессы совпадут с процессами, полученными в линеаризованной модели, так как при этом обеспечиваются допущения о постоянстве ψ_{1d} и $\psi_{\text{в}}$, принимаемые при получении линеаризованной модели. Требуемый сигнал U_{1d} для компенсации ЭДС

E_{1q} , наводимой в канале формирования ψ_{1d} , при отработке представленной диаграммы приведен на рисунке 4, б.

Выводы. В статье получена линеаризованная математическая модель синхронного двигателя с постоянными магнитами. Получены передаточные функции по отношению к управляющим и возмущающему воздействиям объекта управления – СДПМ. Приведены результаты моделирования синхронного двигателя в ортогональной системе координат $0dq$, жёстко связанной с ротором машины.

Бібліографічний список

1. Шевченко І. С. Спеціальні питання теорії електропривода. Динаміка синхронного електропривода: навч. посіб. / І. С. Шевченко, Д. І. Морозов. – Київ: Кафедра, 2014. – 276 с.
2. Лысов М. С. Линеаризованная математическая модель синхронного электродвигателя при различных способах управления его скоростью / М. С. Лысов, А. В. Старикова, В. А. Стариков / Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер.: Физ.-мат. науки. – 2008. – № 1(16). – С. 102–107.

Рекомендована к печати к.т.н., проф. ДонГТУ Паэрандом Ю. Э., д.т.н., проф. КрНУ Черным А. П.

Статья поступила в редакцию 29.01.16.

к.т.н. Руднєв Є. С., к.т.н. Морозов Д. І. (ДонДТУ, м. Лисичанськ, Україна)

ЛІНЕАРИЗОВАНА МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ СИНХРОННОГО ДВИГУНА З ПОСТІЙНИМИ МАГНІТАМИ ЯК ОБ'ЄКТА КЕРУВАННЯ

Розглянуто математичну модель синхронного двигуна з постійними магнітами. Наведено диференціальні рівняння і побудована структурна схема синхронного електродвигуна з постійними магнітами як об'єкта керування. Проведена лінеаризація рівнянь руху двигуна, отримані передавальні функції по відношенню до керуючих і збурюючих впливів. Отримано результати моделювання в пакеті Matlab/Simulink.

Ключові слова: синхронний електродвигун, постійні магніти, лінеаризація, передавальна функція, моделювання.

PhD (Engineering) Rudniev Ye. S., PhD (Engineering) Morozov D. I. (DonSTU, Lisichansk, Ukraine)

LINEARIZED MATH MODEL OF SYNCHRONOUS ELECTRIC MOTOR WITH PERMANENT MAGNET LIKE ADMINISTRATION OBJECT

In this article was examining math model of synchronous electric motor with permanent magnet. There were provided differential equations and build structure scheme of synchronous electric motor with permanent magnet like administrative object. There had been provided linearization of equations of motor movements, get transmission functions to governing and indignant exposure. There was received results of modeling in Matlab/Simulink pack.

Key words: synchronous electric motor, permanent magnet, linearization, transmission function, modeling.