

УДК 62-83

к.т.н. Морозов Д. І.
 (ДонДТУ, м. Лисичанськ, Україна, e-mail: dimorozov2@yandex.ua),
 к.т.н. Андрєєва Н. І.,
 к.т.н. Шевченко І. С.
 (ДонДТУ, м. Лисичанськ, Україна)

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ВЕНТИЛЬНОГО ДВИГУНА ПОСТІЙНОГО СТРУМУ НА БАЗІ СИНХРОННОЇ МАШИНИ ОБЕРНЕНОЇ КОНСТРУКЦІЇ

Розглянуто математичну модель вентильного двигуна постійного струму на базі синхронної машини оберненої конструкції. Наведено диференційні рівняння електромагнітного стану обмоток, передавальні функції по відношенню до керуючих впливів при незмінній швидкості, вираз для електромагнітного моменту.

Ключові слова: безколекторний двигун постійного струму, миттєві значення, передавальна функція, електромагнітний момент.

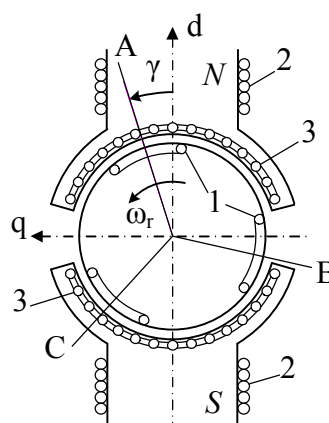
Проблема і її зв'язок з науковими і практичними задачами. Як відомо [1, 2], процеси в якірній обмотці машини постійного струму та роторній обмотці асинхронної машини з явнополюсною конструкцією статора (обмотки збудження постійним струмом) спостерігаються ідентичні процеси при відповідному управлінні частотою і величиною напруг, що підводяться роторних (якірних) обмоток. Тому на базі синхронної машини оберненої конструкції можна будувати регульовані за швидкістю вентильні безколекторні двигуни постійного струму (БДПС), характерною ознакою яких є нерухомість у просторі магнітного потоку в усталеному режимі.

Мета роботи – одержання передавальних функцій безколекторного двигуна постійного струму для аналізу перехідних і усталених режимів.

Викладення матеріалу і результатів. У найпростішому варіанті такий двигун має трифазну розподілену обмотку на роторі (фазний ротор) та концентровану на явновиражених полюсах статорного магнітопроводу обмотку збудження. В цих же полюсах може бути розміщена й короткозамкнена демпферна (заспокійлива) обмотка (рис. 1).

Для аналізу як усталених, так і перехідних режимів такого двигуна необхідно аналітично описати явища, що протікають в ньому. При складанні рівнянь його мож-

на розглядати як синхронну машину подвійного живлення (МПЖ), що має одну симетричну систему (роторну), а іншу з магнітною та електричною асиметріями (статорну).



- 1 – трифазна якірна (роторна) обмотка (ОЯ);
 2 – обмотка збудження (ОЗ);
 3 – демпфера обмотка (ОД)

Рисунок 1 – Схема розташування обмоток БДПС

Виберемо за систему координат взаємно перпендикулярні осі «d» і «q», які прив'язані до осей статорних обмоток. При цьому вісь «q» повернути на кут 90° у напрямку обертання ротора (позитивний на-

прямок – проти руху годинникової стрілки). Величини, що стосуються ротора (якоря), позначимо малими буквами, а статора (індуктора) великими. Опори взаєміндукції між статорними та роторними обмотками також будемо позначати малими буквами.

Рівняння для миттєвих значень напруг, що прикладені до обмоток якоря (ротора) та індуктора (статора) в операторній формі мають вигляд:

$$\begin{cases} U_A = i_A r_a + p\psi_A; \\ U_B = i_B r_a + p\psi_B; \\ U_C = i_C r_a + p\psi_C; \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} U_f = I_f R_f + p\psi_f; \\ 0 = I_D R_D + p\psi_D, \end{cases} \quad (2)$$

де U_k, i_k, ψ_k ($k = A, B, C$) – напруги, струми, потокозчеплення якірних (роторних) обмоток;

r_a, R_f, R_D – активні опори якірної, збудження та демпферної обмоток відповідно;

I_f, I_D, ψ_f, ψ_D – струми та потокозчеплення обмоток збудження та демпферної відповідно.

Електромагнітний момент МПЖ визначається як реальна (дійсна) складова добутку спряжених комплексів еквівалентних потокозчеплень та струмів по осях «d» і «q»:

$$M_e = \frac{1}{2} \operatorname{Re}(\psi_d^* i_q - \psi_q^* i_d). \quad (3)$$

Комплекси потокозчеплень якоря у відносних одиницях

$$\begin{cases} \dot{\psi}_{d^*} = x_d(p) \dot{I}_{d^*} = x_d(js) \dot{I}_{d^*} = c - jd; \\ \dot{\psi}_{q^*} = x_q(p) \dot{I}_{q^*} = x_q(js) \dot{I}_{q^*} = c' - jd', \end{cases} \quad (4)$$

де s – ковзання ротора, $s = 1 - \omega_r / \omega_0$;

x_d, x_q – повні реактивності самоіндукції якірної обмотки по поздовжній і поперечній осях

$$\begin{aligned} x_d(p) &= \frac{px_d X_{ffd} - px_{afd}^2 + x_d R_{fd}}{R_{fd} + pX_{ffd}} = \\ &= \frac{x_d + pT_{d0} x'_d}{1 + pT_{d0}}, \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} x_q(p) &= \frac{px_q X_{DDq} - px_{acq}^2 + x_q R_{cq}}{R_{cq} + pX_{DDq}} = \\ &= \frac{x_q + pT_{q0} x'_q}{1 + pT_{q0}}. \end{aligned}$$

Електромагнітні сталі часу машини по поздовжній і поперечній осях

$$T_{d0} = \frac{X_{ffd}}{R_{fd}} = \frac{X_{ffd}}{R_d}; T_{q0} = \frac{X_{DDq}}{R_{Dq}}, \quad (6)$$

де $X_{ffd}, X_{DDq}, R_{fd}, R_{Dq}$ – повні реактивності самоіндукції та активний опір обмотки збудження по осі «d» і демпферного контуру по осі «q» відповідно.

Операторні вирази (в іменованих одиницях) еквівалентних струмів якоря машини

$$i_d = \frac{\left\{ -E_{fd} G_d(p) [pz_q(p) + x_q(p)(p\gamma)^2] + \right.}{z_d(p)z_q(p) + x_d(p)x_q(p)(p\gamma)^2}; \quad (7)$$

$$i_q = \frac{\left\{ -E_{fd} G_d(p)(p\gamma)r + e_q z_d(p) - \right.}{z_d(p)z_q(p) + x_d(p)x_q(p)(p\gamma)^2};$$

$$\begin{aligned} e_d &= pE_{fd} G_d(p) + z_d(p)i_d - x_q(p)i_q(p\gamma); \\ e_q &= z_q(p)i_q + [E_{fd} G_d(p) + x_d(p)i_d](p\gamma); \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} z_d(p) &= px_d + r_a; \quad z_q(p) = px_q + r_a; \\ G_d(p) &= \frac{x_{ad}}{R_d + pX_{ffd}} = \frac{1}{1 + pT_{d0}} \frac{x_{ad}}{R_d}, \end{aligned} \quad (9)$$

де x_{ad} – реактивний опір взаєміндукції між обмоткою збудження та якірною;

$E_{fd} = U_f$ – напруга (ЕРС), що підводиться до обмотки збудження.

При сталій швидкості обертання ротора

$$\omega_r = \omega_0(1-s) = \text{const}$$

і якщо виражати час у радіанах то кут γ (див. рис. 1) дорівнює $\gamma = \gamma_0 + (1-s)t$, а $p\gamma = 1-s$, тоді вирази (7) і (8) можна подати так:

$$i_d = \frac{\left\{ -U_f G_d(p) [pz_q(p) + x_q(p)(1-s)^2] + \right.}{z_d(p)z_q(p) + x_d(p)x_q(p)(1-s)^2} \left. + e_d z_q(p) + e_q x_q(p)(1-s) \right\}}{z_d(p)z_q(p) + x_d(p)x_q(p)(1-s)^2}, \quad (10)$$

$$i_q = \frac{\left\{ -U_f G_d(1-s)r_a + e_q z_d(p) - \right.}{z_d(p)z_q(p) + x_d(p)x_q(p)(1-s)^2} \left. - e_d x_d(p)(1-s) \right\}}{z_d(p)z_q(p) + x_d(p)x_q(p)(1-s)^2};$$

$$\begin{aligned} e_d &= pU_f G_d(p) + \\ &+ z_d(p)i_d - x_q(p)i_q(1-s); \\ e_q &= z_q(p)i_q + \\ &+ [U_f G_d(p) + x_d(p)i_d](1-s); \end{aligned} \quad (11)$$

У випадку втрати збудження (асинхронний режим) в (10) і (11) необхідно підставити $U_f = 0$, а при режимі реактивної (явнополюсної) машини ще й прийняти $s = 0$.

Якщо напруги та упори виразити у відносних одиницях ($e_{d^*} = 1$, $e_{q^*} = -j$, $p = js$), то еквівалентні струми якірної обмотки по осях «d» і «q» приймуть вигляд (в.о.):

$$i_{d^*} = \frac{jx_{q^*}(js) + \frac{r_{a^*}}{2s-1}}{\left\{ \begin{aligned} &x_{d^*}(js)x_{q^*}(js) - \\ &-\frac{r_{a^*}}{2s-1} [js(x_{d^*}(js) + x_{q^*}(js)) + r_{a^*}] \end{aligned} \right\}} =$$

$$= a - jb;$$

$$i_{q^*} = \frac{x_{d^*}(js) - j\frac{r_{a^*}}{2s-1}}{\left\{ \begin{aligned} &x_{d^*}(js)x_{q^*}(js) - \\ &-\frac{r_{a^*}}{2s-1} [js(x_{d^*}(js) + x_{q^*}(js)) + r_{a^*}] \end{aligned} \right\}} =$$

$$= a' - jb'. \quad (12)$$

Тоді виразу електромагнітного моменту можна надати такий вид:

$$\begin{aligned} M_{e^*} &= \frac{1}{2} \operatorname{Re}(\psi_{d^*}^* i_{q^*} - \psi_{q^*}^* i_{d^*}) = \\ &= \frac{1}{2} (a'c + b'd - ac' - bd'). \end{aligned} \quad (13)$$

У випадку необхідності знати потокозчеплення та струми реальних фазних обмоток якоря їх можна розрахувати за виразами

$$\begin{aligned} \psi_A &= x_{ad} i_d \cos \gamma - x_{aq} i_q \sin \gamma + \\ &+ \frac{x_d + x_q}{3} \left(i_A - \frac{i_B + i_C}{2} \right) + \\ &+ \frac{x_d - x_q}{3} \left[\begin{aligned} &i_A \cos 2\gamma + \\ &+ i_B \cos \left(2\gamma - \frac{2\pi}{3} \right) + \\ &+ i_C \cos \left(2\gamma + \frac{2\pi}{3} \right) \end{aligned} \right] + \\ &+ \frac{x_0}{3} (i_A + i_B + i_C). \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \psi_B &= x_{ad} i_d \cos \left(\gamma - \frac{2\pi}{3} \right) - \\ &- x_{aq} i_q \sin \left(\gamma - \frac{2\pi}{3} \right) + \\ &+ \frac{x_d + x_q}{3} \left(i_B - \frac{i_A + i_C}{2} \right) + \\ &+ \frac{x_d - x_q}{3} \left[\begin{aligned} &i_A \cos \left(2\gamma - \frac{4\pi}{3} \right) + \\ &+ i_B \cos 2\gamma + \\ &+ i_C \cos \left(2\gamma - \frac{2\pi}{3} \right) \end{aligned} \right] + \\ &+ \frac{x_0}{3} (i_A + i_B + i_C); \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \psi_C = & x_{ad} i_d \cos\left(\gamma - \frac{4\pi}{3}\right) - \\ & - x_{aq} i_q \sin\left(\gamma - \frac{4\pi}{3}\right) + \\ & + \frac{x_d + x_q}{3} \left(i_C - \frac{i_A + i_B}{2} \right) + \\ & + \frac{x_d - x_q}{3} \left[\begin{array}{l} i_A \cos\left(2\gamma - \frac{2\pi}{3}\right) + \\ + i_B \cos\left(2\gamma - \frac{4\pi}{3}\right) + \\ + i_C \cos 2\gamma \end{array} \right] + \\ & + \frac{x_0}{3} (i_A + i_B + i_C). \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} i_A &= i_d; \\ i_B &= -\frac{1}{2} i_d + \frac{\sqrt{3}}{2} i_q; \\ i_C &= -\frac{1}{2} i_d - \frac{\sqrt{3}}{2} i_q. \end{aligned} \quad (17)$$

Управління швидкістю машини зводиться до змінення величини частоти напруг (U_A, U_B, U_C) ($2\pi f_1 = \text{var}$), що підводяться до якірних (роторних) обмоток ($e_d = \text{var}$, $e_q = \text{var}$) у формулах (7) і (10).

Висновки. Одержані передавальні функції вентильного двигуна постійного струму на базі синхронної машини оберненої конструкції по відношенню до керуючих впливів при незмінній швидкості. Використовуючи одержані передавальні функції можна провести аналіз статичних і динамічних властивостей машини, і синтез керувань.

Бібліографічний список

1. Шевченко І. С. Електромеханічні і енергетичні процеси в синхронному електроприводі: навч. посіб. / І. С. Шевченко, Д. І. Морозов, Н. І. Андреева. – Алчевськ: ДонДТУ, 2011. – 396 с.
2. Шевченко І. С. Спеціальні питання теорії електропривода. Динаміка синхронного електропривода: навч. посіб. / І. С. Шевченко, Д. І. Морозов. – Київ: Кафедра, 2014. – 276 с.

Рекомендована до друку к.т.н., проф. ДонДТУ Паєрандом Ю. Е., д.т.н., проф. КрНУ Чорним О. П.

Стаття надійшла до редакції 25.02.16.

к.т.н. Морозов Д. И., к.т.н. Андреева Н. И., к.т.н. Шевченко И. С. (ДонДТУ, г. Лисичанск, Україна)

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ВЕНТИЛЬНОГО ДВИГАТЕЛЯ ПОСТОЯННОГО ТОКА НА БАЗЕ СИНХРОННОЙ МАШИНЫ ОБРАЩЕННОЙ КОНСТРУКЦИИ

Рассмотрена математическая модель вентильного двигателя постоянного тока на базе синхронной машины обращенной конструкции. Приведены дифференциальные уравнения электромагнитного состояния обмоток, передаточные функции по отношению к управляющим воздействиям при постоянной скорости, выражение для электромагнитного момента.

Ключевые слова: бесколлекторный двигатель постоянного тока, мгновенные значения, передаточная функция, электромагнитный момент.

PhD (Engineering) Morozov D. I., PhD (Engineering) Andreyeva N. I., PhD (Engineering) Shevchenko I. S. (DonSTU, Lisichansk, Ukraine)

MATH MODEL OF BRUSHLESS DC ELECTRIC MOTOR BASED ON SYNCHRONOUS ELECTRONIC MOTOR

In this article was considered math model of brushless DC electric motor based on synchronous ėelectronic motor. There was provided differential equations of the electromagnetic state of the winding transfer functions with respect to control actions at a constant rate, the expression for the electromagnetic torque.

Key words: *brushless DC motor, instantaneous values, transfer function, the electromagnetic torque.*