УДК 004.2

Бабаков Р.М.
Донецкий национальний университет имени Василия Стуса

СИНТЕЗ МИКРОПРОГРАММНОГО АВТОМАТА С ОПЕРАЦИОННЫМ АВТОМАТОМ ПЕРЕХОДОВ МЕТОДОМ ПОЛНОГО ПЕРЕБОРА

В статье проводится исследование подхода к синтезу микропрограммного автомата с операционным автоматом переходов методом полного перебора. Рассматривается пример формального решения задачи алгебраического синтеза данного класса автоматов. Дается оценка временных затрат на синтез методом полного перебора для автоматов различной сложности. Исследуется влияние разрядности кодов состояний на количество формальных решений задачи алгебраического синтеза. Предлагается метод искусственного увеличения разрядности кодов состояний в микропрограммном автомате с операционным автоматом переходов.

Ключевые слова: *микропрограммный автомат, операционный автомат переходов, алгебраический синтез, кодирование состояний, полный перебор.*

Постановка проблемы. В современных вычислительных системах одним из центральных блоков является устройство управления (далее – УУ), координирующее работу всех блоков системы [1, с. 426; 2, с. 114]. Наблюдаемый сегодня рост сложности алгоритмов работы УУ приводит к увеличению аппаратурных затрат в его логической схеме, что обусловливает увеличение стоимости УУ и вычислительной системы в целом. Это способствует актуализации научной проблемы минимизации аппаратурных затрат в логической схеме устройств управления.

Анализ последних исследования и публикаций. Одним из способов реализации УУ является микропрограммный автомат (далее – МПА), схема которого по сравнению с другими типами УУ по сравнению с другими классов УУ характеризуется максимально возможными быстродействием и аппаратурными затратами [2, с. 168]. Сегодня известно множество структурных реализаций МПА и методов их синтеза, использующих в своей основе различные подходы к оптимизации тех или иных параметров МПА [3, с. 11; 4, с. 6]. Одной из таких структур является микропрограммный автомат с операционным автоматом переходов (МПА с ОАП), использующий представление функции переходов автомата в виде множества частичных функций [5, с. 23; 6, с. 22]. При этом вопросы синтеза данной структуры в значительной степени остаются неисследованными.

Постановка задачи. В работе [7, с. 37] определено понятие алгебраического синтеза МПА с ОАП, суть которого заключается в следующем.

Пусть автомат задан графом $Г_1$, в котором вершины соответствуют состояниям автомата, дуги – автоматным переходам вида $<a_i, a_j>$ (рис. 1).

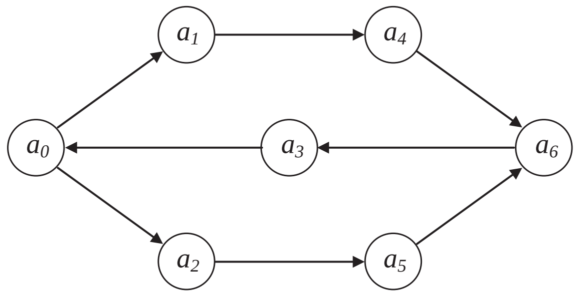

Рис. 1. Граф автомата $Г_1$

Для кодирования M=7 состояний $\{a_0, …, a_6\}$ достаточно R=3 двоичных разряда. Соответственно, множество трехразрядных двоичных кодов, которые могут быть использованы для кодирования состояний, включает $2^R=8$ элементов: $K_2=\{000, ..., 111\}$. При интерпретации элементов множества K_2 как целых чисел без знака получаем множество промежуточных (десятичных) кодов состояний $K_{10}=\{0, ..., 7\}$ [8, с. 71]. Таким образом, каждому двоичному коду состояния $K_2(a_i)$ сопоставляется уникальный десятичный код $K_{10}(a_i)$.

Пусть множество операций переходов (ОП) $O=\{O_1, O_2\}$, где

$$O_1 : K_{10}(a^{t+1}) = K_{10}(a^t) + 3_{10}\ ; \qquad (1)$$

$$O_2 : K_2(a^{t+1}) = K_2(a^t) \oplus 100_2\ . \qquad (2)$$

Здесь a^t – текущее состояние автомата, a^{t+1} – состояние перехода, $\oplus$ – логическая операция суммы по модулю 2. Операция O_1 выполняется над десятичными кодами состояний, операция O_2 – над их двоичными представлениями. Отметим, что операция O_1 в действительности выполняется над двоичными кодами состояний, ограничивая результат тремя двоичными разрядами.

Согласно Р.М. Бабакову [7, с. 37], формальное решение задачи алгебраического синтеза МПА с ОАП состоит в реализации всех автоматных переходов или их части с помощью операций из множества О. Для автомата, заданного графом $Г_1$, одно из возможных формальных решений приведено на рис. 2.

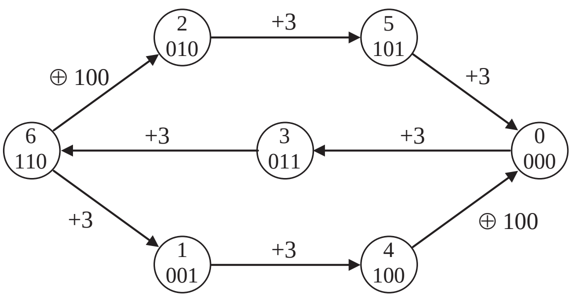

Рис. 2. Формальное решение задачи алгебраического синтеза МПА с ОАП, заданного графом $Г_1$

Здесь в каждой вершине графа указаны десятичный и эквивалентный ему двоичный коды из множеств K_{10} и K_2, присвоенные соответствующему состоянию автомата. Каждому ребру графа соответствует одна из ОП из множества О: операция O_1 обозначена как «+3», операция O_2 – «$\oplus$100». Очевидно, что при выбранном кодировании состояний все переходы автомата реализуются с помощью операций из множества *O*.

Показанное на рис. 2 формальное решение задачи алгебраического синтеза, скорее всего, не является в данном случае единственно возможным. Также неизвестно, является ли оно эффективным, то есть приводящим к экономии аппаратурных затрат в логической схеме МПА с ОАП по сравнению с другими известными структурами МПА [7, с. 37]. Формирование множества эффективных решений возможно при наличии множества формальных решений. Соответственно, формирование полного множества эффективных решений, позволяющего получить оптимальное решение задачи алгебраического синтеза, возможно только после формирования полного множества формальных решений [7, с. 38]. В настоящей работе исследуется возможность формирования множества формальных решений задачи алгебраического синтеза путем полного перебора вариантов.

Изложение основного материала исследования. Пусть для МПА с ОАП определены:

– множество состояний $A=\{a_1, \ldots, a_M\}$;

– разрядность двоичного кода состояния R;

– множество операций переходов $O=\{O_1, \ldots, O_I\}$;

– множество переходов $<a_i, a_j>$ мощностью B.

Величина R определяет мощности множеств K_2 и K_{10}, равные 2^R. Конечность данных множеств позволяет определить количество вариантов уникального сопоставления элементов множества K_2 состояниям автомата:

$$N_1 = \mathrm{A}_{2^R}^{M} = \frac{(2^R)!}{(2^R - M)!}\ . \qquad (3)$$

Определим количество способов сопоставления I операций переходов B переходам автомата:

$$N_2 = (I + 1)^B\ . \qquad (4)$$

Здесь предполагается, что одна и та же операция может быть сопоставлена нескольким переходам. Прибавляемая к I единица учитывает возможность того, что любому переходу автомата может быть не сопоставлена никакая ОП, в результате чего данный переход реализуется каноническим способом [9, с. 81].

Тогда количество вариантов взаимонезависимого сопоставления кодов состояний и операций переходов будет равно:

$$N = N_1 \cdot N_2 = \frac{(2^R)!}{(2^R - M)!} \cdot (I + 1)^B\ . \qquad (5)$$

После того, как выбран один из вариантов сопоставления, необходимо проверить, является ли он «бесполезным» или формальным решением задачи алгебраического синтеза. Обозначим через t_c время, затрачиваемое на выбор очередного варианта сопоставления и проверку на получение формального решения. Тогда время t, необходимое для получения множества формальных решений методом полного перебора, определяется выражением (6).

$$t = N \cdot t_C = \frac{(2^R)!}{(2^R - M)!} \cdot (I + 1)^B \cdot t_C\ . \qquad (6)$$

Пусть t_c=0,001 секунды. Тогда время, затрачиваемое на полный перебор вариантов в случае автоматов средней сложности (M=50, R=6, B=100 [2, с. 215]) и (I+1)=10, составляет $1{,}45 \cdot 10^{175}$c, что, очевидно, является неприемлемым.

В случае, например, R=4, M=10, (I+1)=3, B=10 и t_c=0,001 с, величина t=1017с. При уменьшении значения tc до 1 нс величина t становится равной 1011с, что составляет около 3200 лет и также является неприемлемым.

Выражения (4)–(6) справедливы также и для структуры МПА, в которой операции переходов сопоставляются отдельным переходам автомата. В работе Р.М. Бабаков, И.В. Ярош [10, с. 14] предложена структура МПА с ОАП, в которой операции переходов сопоставляются отдельным состояниям автомата. Для такой структуры выражения (4)–(6) примут вид (7)–(9) соответственно.

$$N_2 = (I+1)^M \,. \tag{7}$$

$$N = N_1 \cdot N_2 = \frac{(2^R)!}{(2^R - M)!} \cdot (I+1)^M \tag{8}$$

$$t = N \cdot t_C = \frac{(2^R)!}{(2^R - M)!} \cdot (I+1)^M \cdot t_C \tag{9}$$

В случае автомата средней сложности (M=50, R=6), (I+1)=10 и t_c=0,001 с время, затрачиваемое на полный перебор вариантов, составит около $1{,}45 \cdot 10^{125}$с, что также не позволяет решить задачу методом полного перебора. При R=4, M=10, (I+1)=3 и t_c=0,001 с получаем t=$1{,}7 \cdot 10^{12}$с. При уменьшении значения t_c до 1 нс величина t составит около $1{,}7 \cdot 10^6$с или около 20 суток. Такое значение, с одной стороны, требует для достижения величины t_c=1 нс значительных вычислительных ресурсов и эффективной алгоритмической реализации, а с другой стороны, является нерациональным для синтеза автоматов столь малой сложности.

Отметим следующее. Если синтезируемый автомат содержит M состояний, минимально достаточная разрядность структурного кода состояния $R_{\min} = \lceil \log_2 M \rceil$. В МПА с канонической структурой [2, с. 89] использование для кодирования состояний структурных кодов разрядности $R > R_{\min}$ не имеет смысла, поскольку приводит лишь к увеличению аппаратурных затрат в схеме автомата.

В случае МПА с ОАП увеличение значения R оказывает значительное влияние на величину N_1, определяемую выражением (3). Так, для автоматов средней сложности (M=50, R=6) увеличение R на единицу увеличивает N_1, в $2{,}3 \cdot 10^{22}$ раз. Во столько же раз возрастает число вариантов полного перебора, определяемое выражениями (5) и (8).

В то же время увеличение количества вариантов полного перебора может приводить к увеличению количества формальных решений задачи алгебраического синтеза МПА с ОАП, следовательно, к увеличению количества эффективных и оптимальных решений. Если для заданного автомата при $R = R_{\min}$ не было найдено ни одного эффективного решения, не исключено, что такое решение может быть найдено при большем значении R.

Рассмотрим пример. Пусть автомат задан графом Γ_2, состоящим из четырех последовательных вершин, соответствующих состояниям автомата a_0-a_3 (рис. 3).

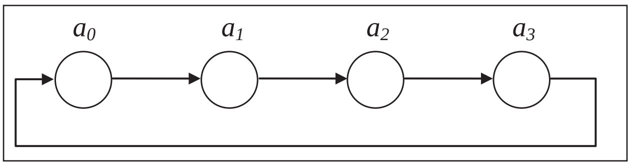

Рис. 3. Граф автомата Γ_2

Использование четырех состояний определяет значение $R_{\min}$=2. Следовательно, для кодирования состояний может быть использовано множество двухразрядных двоичных кодов $K_2=\{00_2, 01_2, 10_2, 11_2\}$, целочисленная интерпретация которых представлена множеством $K_{10}=\{0_{10}, 1_{10}, 2_{10}, 3_{10}\}$.

Пусть ограничением алгебраического синтеза является использование единственной операции переходов, определяемой выражением (10) и предполагающей интерпретацию двоичных кодов состояний как целых чисел без знака.

$$\text{O3:}\ K_{10}(a^{t+1}) = K_{10}(a^t) + 2\,. \tag{10}$$

Чтобы $ОП{\cdot}O_3$ могла реализовывать четыре последовательных перехода, она должна позволять задавать на множестве допустимых кодов хотя бы одно транзитивное замыкание, состоящее из четырех компонент. На множестве K_{10} операция O_3 позволяет задать лишь двухкомпонентные транзитивные замыкания: <0,2>, <1,3>, <2,0>, <3,1>. При этом задать четырехкомпонентное замыкание оказывается невозможным. Таким образом, при любом способе кодирования состояний двухразрядными двоичными кодами невозможно реализовать все переходы в графе Γ_2 с помощью $ОП{\cdot}O_3$.

Увеличим принудительно величину R до значения $R_{\min}$+1=3. В результате получим возможность кодирования состояний трехразрядными двоичными кодами из множества $K_2=\{000, \ldots, 111\}$, которые соответствуют целочисленному диапазону [0; 7]. В данном диапазоне операция O_3 позволяет задать восемь четырехкомпонентных транзитивных замыканий (предполагается, что результат операции O_3 всегда берется по модулю 8 и лежит в диапазоне [0; 7]):

<0, 2, 4, 6>, <2, 4, 6, 0>, <4, 6, 0, 2>, <6, 0, 2, 4>, <1, 3, 5, 7>, <3, 5, 7, 1>, <5, 7, 1, 3>, <7, 1, 3, 5>.

При использовании любого из данных кортежей для задания кодов состояний автомата, заданного графом $Г_2$, все переходы могут быть реализованы только с помощью $ОП{\cdot}O_3$. На рис. 4 показан пример реализации всех переходов в графе $Г_2$ с помощью операции O_3 (отметка вершин и ребер выполнена по аналогии с рис. 2).

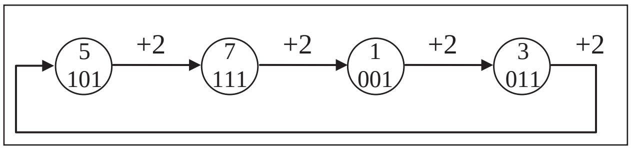

Рис. 4. Пример реализации переходов автомата при увеличенной разрядности кодов состояний

Рассмотренный пример показывает, что увеличение разрядности двоичных кодов состояний увеличивает область определения и область значений используемых ОП. В отношении отдельно взятой ОП это дает потенциальную возможность использовать ее для реализации большего числа автоматных переходов. В отношении всего множества ОП увеличение разрядности двоичных кодов состояний позволяет увеличить количество переходов, реализуемых посредством имеющихся ОП, уменьшив тем самым количество переходов, реализуемых каноническим способом.

Безусловно, увеличение R приводит к увеличению аппаратурных затрат во всех структурных блоках МПА с ОАП. Однако достигаемое при этом уменьшение количества переходов, реализуемых каноническим способом, может давать компенсирующий эффект, выражающийся в снижении аппаратурных затрат в комбинационной схеме, реализующей подмножество переходов автомата каноническим способом. Поскольку идея операционного преобразования кодов состояний состоит в уходе от канонической реализации автоматных переходов, искусственное увеличение величины R может способствовать уменьшению аппаратурных затрат в логической схеме МПА с ОАП и использоваться в различных методах алгебраического синтеза данного класса автоматов.

Выводы. Как показали проведенные исследования, решение задачи алгебраического синтеза микропрограммного автомата с операционным автоматом переходов методом полного перебора требует значительных временных затрат, которые даже для автоматов средней сложности можно считать неприемлемыми. Данный факт актуализирует научную задачу разработки методов синтеза МПА с ОАП, использующих частичный перебор вариантов. В то же время увеличение числа вариантов перебора может приводить к увеличению количества формальных решений задачи алгебраического синтеза, что в итоге может повысить эффективность логической схемы автомата по критерию аппаратурных затрат.

Список литературы:

1. Глушков В.М. Синтез цифровых автоматов. Москва: Физматгиз, 1962. 476 с.

2. Баранов С.И. Синтез микропрограммных автоматов. Ленинград: Энергия, 1979. 232 с.

3. Баркалов А.А., Палагин В.А. Синтез микропрограммных устройств управления. Киев: Институт кибернетики НАН Украины, 1997. 135 с.

4. Баркалов А.А. Синтез устройств управления на программируемых логических устройствах. Донецк, ДонНТУ, 2002. 262 с.

5. Баркалов А.А., Бабаков Р.М. Операционное формирование кодов состояний в микропрограммных автоматах. Кибернетика и системный анализ. 2011. № 2. С. 21–26.

6. Баркалов А.А., Бабаков Р.М. Алгебраическая интерпретация микропрограммного автомата с операционным автоматом переходов. Кибернетика и системный анализ. 2016. № 2. С. 22–29.

7. Бабаков Р.М. Алгебраический синтез микропрограммного автомата с операционным автоматом переходов. Информационные технологии и компьютерная инженерия. 2017. № 39. Т. 2. С. 35–41.

8. Бабаков Р.М. Промежуточная алгебра переходов в микропрограммном автомате. Радиотехника, информатика, управление. 2016. № 1. С. 64–73.

9. Баркалов А.А., Бабаков Р.М. Операционный автомат переходов с дополненным множеством операций переходов. Сборник научных трудов Донецкого национального технического университета. Серия «Информатика, кибернетика и вычислительная техника». Выпуск 14 (188). Донецк: ДонНТУ, 2011. С. 80–84.

10. Бабаков Р.М., Ярош И.В. Формирование кодов операций переходов в микропрограммном автомате с операционным автоматом переходов. Сборник научных трудов Донецкого национального технического университета. Серия «Информатика, кибернетика и вычислительная техника». Выпуск 1 (20). Красноармейск, ДонНТУ, 2015. С. 11–16.

СИНТЕЗ МІКРОПРОГРАМНОГО АВТОМАТА З ОПЕРАЦІЙНИМ АВТОМАТОМ ПЕРЕХОДІВ МЕТОДОМ ПОВНОГО ПЕРЕБОРУ

У статті проводиться дослідження підходу до синтезу мікропрограмного автомата з операційним автоматом переходів методом повного перебору. Розглядається приклад формального розв'язку задачі алгебраїчного синтезу цього класу автоматів. Дається оцінка витрат часу на синтез методом повного перебору для автоматів різної складності. Досліджується вплив розрядності кодів станів на кількість формальних розв'язків задачі алгебраїчного синтезу. Пропонується метод штучного збільшення розрядності кодів станів у мікропрограмному автоматі з операційним автоматом переходів.

Ключові слова: *мікропрограмний автомат, операційний автомат переходів, алгебраїчний синтез, кодування станів, повний перебір.*

SYNTHESIS OF THE MICROPROGRAM FINITE STATE MACHINE WITH DATAPATH OF TRANSITIONS WITH THE METHOD OF EXHAUSTIVE SEARCH

The article studies the approach to the synthesis of a microprogram finite state machine with datapath of transitions by the method of exhaustive search. An example of a formal solution of the problem of algebraic synthesis of a given class of finite state machine is considered. An estimate of the time spent on synthesis by the method of exhaustive search for finite state machines of various complexity is given. The influence of the state codes on the number of formal solutions of the algebraic synthesis problem is investigated. A method of artificially increasing the bit depth of state codes in a microprogram finite state machine with datapath of transitions is proposed.

Key words: *microprogram finite state machine, datapath of transitions, algebraic synthesis, coding of states, exhaustive search.*