

Михальчан В.С.

Одесская национальная академия пищевых технологий

ДВУХЭТАПНЫЙ ВЫСОКОСКОРОСТНОЙ ИТЕРАЦИОННЫЙ АЛГОРИТМ АДАПТИВНОЙ ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ

Предложен итерационный алгоритм обработки сигналов для управления настройкой нерекурсивных адаптивных фильтров. Алгоритм обладает высокой скоростью адаптации, по сравнению с известными итерационными методами. Применение алгоритма для настройки адаптивных фильтров, устраняющих межсимвольную интерференцию, позволит уменьшить время адаптации. Уменьшение времени на обучение адаптивного фильтра позволит увеличить пропускную способность каналов связи. Особенностью алгоритма, кроме высокой скорости адаптации, является низкая чувствительность к погрешностям вычислений и влиянию шума в процессе настройки адаптивных систем.

Ключевые слова: *нерекурсивный адаптивный фильтр, итерационный алгоритм адаптации, скорость адаптации, межсимвольная интерференция, эквалайзер, пропускная способность каналов связи.*

Постановка проблемы. Основная проблема, с которой наиболее часто сталкиваются в задачах адаптивной обработки сигналов нерекурсивными (трансверсальными) фильтрами в реальном масштабе времени, – все известные итерационные алгоритмы обладают медленной скоростью сходимости к решению, т.е. медленной скоростью адаптации. Скорость адаптации – наиболее важный показатель для адаптивных систем, особенно в условиях быстроизменяющихся характеристик передаваемой среды и изменяющейся помеховой ситуации. В данной ситуации нерекурсивные фильтры требуют длительного времени адаптации, что приводит к снижению помехоустойчивости систем передачи данных, особенно для систем спутниковой и мобильной связи, или к неверной оценке сигналов в бортовых радиолокационных системах.

Существуют еще две причины, которые влияют на сходимость итерационных процессов адаптации и на скорость адаптации.

Во-первых, любой итерационный алгоритм становится чувствительным к погрешностям вычислений и влиянию помех при приближении к решению, так как необходимо вычислять градиент как разность двух почти совпадающих чисел. Вследствие этого происходит значительная потеря точности из-за конечного разрядного представления действительных чисел и влияния помех на процесс адаптации. В результате возникает явление «блуждания» в области оптимального решения, что особенно характерно для обусловленных систем адаптации.

Во-вторых, неясен выбор момента окончания итерационного процесса, так как необходимым условием достижения точного минимума целевой функции является условие равенства нулю вектора градиента, что является практически невозможным критерием остановки процесса адаптации.

По указанным причинам в большинстве случаев невозможно получить оптимальные результаты адаптации из-за полной остановки алгоритма вдали от минимума целевой функции.

Анализ последних исследований и публикаций. Основными публикациями, в которых проведен анализ скорости сходимости метода наискорейшего спуска и его различных модификаций, являются работы [1, с. 58; 2, с. 253; 3, с. 156; 4, с. 118]. В этих работах проведены исследования зависимости скорости адаптации от различных спектральных чисел обусловленности корреляционных матриц каналов связи (отношения максимального собственного значения к минимальному собственному значению матриц) [3, с. 139]. Приведены теоретические результаты и результаты математического моделирования, показывающие на низкую скорость сходимости итерационных адаптивных алгоритмов, основанных на методе наискорейшего спуска [3, с. 171]. Проведен анализ влияния шума на процессы адаптации при использовании метода наискорейшего спуска [1, с. 76; 3, с. 151], при соответствующем уменьшении скорости адаптации. Рассмотрена проблема «блуждания» в области решения в процессе настройки адаптивного фильтра за счет влияния

шума и погрешности вычислений, которая приводит к уменьшению скорости адаптации.

В указанных выше публикациях рассматриваются различные высокоскоростные алгоритмы адаптации, которые сложны в аппаратной реализации, чувствительны к искажениям сигнала из-за шума, а также требуют увеличения необходимого количества арифметических вычислений и объема памяти (по сравнению с итерационными методами адаптации). Указанные причины вызывают сложности для практического применения рассмотренных алгоритмов в адаптивных системах.

В связи с вышеизложенным можем утверждать, что для управления настройкой адаптивных нерекурсивных фильтров предлагается итерационный алгоритм, обладающий высокой скоростью сходимости к решению, низкой чувствительностью к погрешностям вычислений и влиянию шума в процессе настройки адаптивных систем.

Постановление задания. Целью статьи является разработка алгоритма адаптации с высокой скоростью сходимости для уменьшения времени настройки нерекурсивных адаптивных фильтров. Рассматривается одна из моделей итерационных алгоритмов адаптации нерекурсивных фильтров, предназначенных для устранения межсимвольной интерференции, в которой отсутствуют перечисленные выше недостатки, присущие используемым в настоящее время итерационным методам адаптивным алгоритмам.

Изложение основного материала исследования. Предлагаемый алгоритм основан на комбинированном применении устойчивого итерационного метода [5, с. 58; 6, с. 97; 7, с. 57] и метода симметричной точки [8, с. 101], в результате обеспечивается высокая скорость адаптации, устойчивость к погрешностям вычислений, простота выбора момента окончания итерационного процесса. В процессе адаптации при настройке адаптивного фильтра используются два этапа. Цель первого (основного) – за минимальное количество итераций войти в область решения. Цель второго (завершающего) – определить минимум заданной целевой функции.

На первом этапе настройки применяется устойчивый итерационный метод [5, с. 58; 6, с. 97; 7, с. 57] в комбинации с методом симметричной точки [8, с. 101], что позволяет получить высокую скорость адаптации для быстрого вхождения в область, находящуюся в непосредственной близости к точке решения. На первом этапе итерационный алгоритм является процессом с «памятью», так как необходимо хранить в памяти предыдущие

значения регулируемых вспомогательных параметров адаптивного фильтра. После завершения первого этапа система настройки фильтра автоматически переходит ко второму – окончательному процессу адаптации – к определению точки решения, т. е. к определению минимума выбранной целевой функции, используя устойчивый итерационный метод [5, с. 58; 6, с. 97; 7, с. 57]. Устойчивость итерационного метода подразумевает независимость получаемых результатов от точности вычислений на каждой итерации за счет погрешности вычислений и влияния шума.

Ограничение полосы частот в реальных каналах передачи приводит к нежелательному искажению формы передаваемых сигналов. Такое ограничение приводит к появлению колебаний, предшествующих (колебания преддействия) и следующих за сигналом (колебания последдействия). Указанное явление наблюдается даже при идеальных характеристиках передатчика, приемника и среды распространения сигнала. Нелинейность фазочастотных и неравномерность амплитудно-частотных характеристик реальных каналов вызывают дополнительные переходные процессы. Колебания преддействия и последдействия приводят к взаимному влиянию между передаваемыми информационными сигналами. Такое явление называют межсимвольной интерференцией, которая снижает помехоустойчивость системы связи, и становится причиной появления ошибок на приеме.

Для компенсации межсимвольной интерференции, вызванной неидеальными частотными характеристиками каналов связи, наиболее часто применяют адаптивные нерекурсивные корректоры (эквалайзеры) [2, с. 546]. Основным недостатком используемых в настоящее время адаптивных алгоритмов – низкая скорость сходимости, что приводит к необходимости длительного процесса обучения эквалайзеров перед каждым сеансом передачи данных. Однако сообщения, передаваемые от источников информации, часто бывают короткими, поэтому время обучения должно быть коротким и не должно занимать значительную долю времени передачи информации по каналам связи. После режима обучения эквалайзер переключается в стохастический режим, при этом подстройка регулируемых параметров эквалайзера осуществляется на основе анализа информационной последовательности (сигналов данных), точнее ее вероятностной оценки на выходе адаптивного фильтра по мере поступления очередных данных.

Для упрощения анализа, будем рассматривать режим настройки эквалайзера по периодиче-

ской последовательности одиночных сигналов, следующих через интервал, превышающий длительность отклика сигнала. Это позволяет получить статистическую независимость на каждой итерации управления регулируемыми весовыми параметрами эквалайзера. Дополнительно введем следующие условия: импульсный отклик канала имеет конечную длительность, отсчеты x_i сигнала на выходе канала (входе эквалайзера) случайные взаимно некоррелированные величины, отсчеты шума имеют нормальное распределение и взаимно некоррелированные.

Отсчетные значения y_k сигнала на выходе эквалайзера связаны с отсчетными значениями x_i на входе эквалайзера через значения c_i , регулируемых весовых параметров эквалайзера соотношением:

$$y_k = \sum_i x_{k-i} c_i, \text{ здесь и далее } i = -N, \dots, N; \\ k = -2N, \dots, 2N. \quad (1)$$

Целевую функцию, представляющую собой среднеквадратичную ошибку (далее – СКО), запишем так:

$$j(c) = F[\sum_k (y_k - f_k)^2] - E[\sum_k r_k^2], \quad (2)$$

где f_k – отсчеты требуемого (эталонного) сигнала на выходе эквалайзера; $E(\cdot)$ – знак математического ожидания; r_k – отсчетные значения ошибки на выходе фильтра.

Подставляя (1) в (2), дифференцируя полученное выражение по параметрам c_i , и приравняв результат нулю, получаем систему линейных уравнений

$$\sum_j c_j \sum_k x_{k-i} x_{k-j} = \sum_k x_{k-i} f_k, \quad (3)$$

или, в матричном виде $Ac = b$, где A – корреляционная матрица входного сигнала, размером $(2N + 1) \times (2N + 1)$, c – вектор, составленный из значений регулируемых весовых параметров эквалайзера, размером $1 \times (2N + 1)$; b – корреляционный вектор эталонного сигнала, размером $1 \times (2N + 1)$.

С математической точки зрения необходимо решить систему линейных уравнений (3) относительно значений c_i , регулируемых параметров эквалайзера.

Цель настройки эквалайзера во время обучения заключается в нахождении такого набора значений регулируемых весовых параметров c_i , которые обеспечили бы за минимально возможное время наиболее близкое соответствие между отсчетами сигнала на выходе эквалайзера и требуемыми отсчетами сигнала. Задача решения уравнения (3) эквивалентна задаче поиска минимума целевой функции – СКО (2).

Геометрический смысл любого итерационного метода состоит в том, что для минимизации целе-

вой функции необходимо отыскать центр семейства подобных гиперэллипсоидов, координаты которых и есть решение системы (3). Кратко опишем устойчивый итерационный метод [5, с. 58; 6, с. 97; 7, с. 57] адаптивной обработки сигналов, который состоит в том, что из произвольной точки, принадлежащей одному из гиперэллипсоидов минимизируемого функционала (2) и соответствующей определенному значению СКО, начинаем движение в направлении, противоположном вектору градиента до тех пор, пока не достигнем точки пересечения с этим же гиперэллипсоидом. Получим координаты новой точки с таким же значением СКО, как и в предыдущей точке. Затем процесс повторяется. В результате получают две вспомогательные последовательности точек, находящиеся на одном гиперэллипсоиде. При этом каждая из вспомогательных последовательностей точек перемещается по направлению к одной из вершин наименьшей оси исходного гиперэллипсоида. Определив координаты обеих вершин гиперэллипсоида с заданной точностью, вычисляются координаты его центра, т.е. решение системы.

Метод отличается от известных итерационных методов тем, что минимум СКО не определяется явно последовательностью точек, сходящихся к решению, а через значения двух вспомогательных последовательностей точек.

В отличие от рассмотренного метода оптимизации [5, с. 58], в предлагаемом алгоритме, если не принимать специальные меры, обе точки пройдут мимо вершины наименьшей оси исходного гиперэллипсоида и движение будет продолжено далее. В результате может возникнуть явление заикливания процесса обучения.

Для устранения указанной ситуации формируется дополнительный критерий остановки на основе существующей информации, получаемой при реализации вычислительного алгоритма. И в тот момент, когда одна из вспомогательных точек пройдет мимо вершины исходного гиперэллипсоида, происходит остановка первого этапа обучения. Поэтому для реализации данного метода необходимо хранить в памяти текущие координаты двух вспомогательных точек. С этой точки зрения рассматриваемый алгоритм является алгоритмом с памятью.

Необходимо отметить, что при применении устойчивого итерационного метода значения вектора градиента на каждой итерации возрастают по норме, в отличие от метода наискорейшего спуска. Эта особенность рассмотренного итерационного метода, которая и позволяет не учиты-

вать погрешности вычислений и шум на каждой итерации.

Для описанного итерационного метода переход от n -го приближения $\varphi^{(n)}$ к $n + 1$ -му приближению $\varphi^{(n+1)}$ производится по формуле:

$$\varphi^{(n+1)} = \varphi^{(n)} - 2 \frac{(g^{(n)}, g^{(n)})}{(g^{(n)}, Ag^{(n)})} g^{(n)}, \quad (4)$$

где $\varphi^{(n)}$ – вспомогательные параметры; $g^{(n)}$ – $A\varphi^{(n)} - b$ вектор градиент функционала (2) в точке с координатами $\varphi^{(n)}$.

При этом регулируемые параметры эквалайзера изменяются в соответствии с алгоритмом:

$$c^{(n+1)} = \frac{\varphi^{(n+1)} + \varphi^{(n)}}{2}, \quad c^{(0)} = \varphi^{(0)}, \quad (5)$$

и стремятся к оптимальным значениям c^* , при которых достигается минимум СКО.

Как уже отмечалось выше, недостаток алгоритма – медленная скорость адаптации, равная скорости сходимости градиентного метода наименьшего спуска.

Для увеличения скорости адаптации рассмотрим двухэтапную конструкцию алгоритма настройки адаптивных фильтров, используя устойчивый итерационный метод, рассмотренный выше, и метод симметричной точки, изложенный в [8, с. 101], который заключается в следующем.

Пусть $c^{(0)}$ – некоторое начальное значение регулируемых параметров фильтра, которому соответствует определенное значение $J(c^{(0)})$. В геометрическом смысле точка $c^{(0)}$ находится на гиперэллипсоиде, описываемом функционалом (2) с постоянным значением $J(c^{(0)})$. Вектор градиент $g^{(0)}$ в точке $c^{(0)}$ для системы (3) равен $g^{(0)} = Ac^{(0)} - b$.

Рассмотрим точку \bar{c} , которая находится на том же гиперэллипсоиде, что и точка $c^{(0)}$, но точка \bar{c} расположена симметрично относительно точки решения c^* . Тогда имеет место равенство $(c^{(0)} + \bar{c}) / 2 = c^*$, откуда получаем

$$\bar{c} = 2c^* - c^{(0)}. \quad (6)$$

Можно показать, что векторы градиенты функции $J(C)$ в точках $c^{(0)}$ и \bar{c} одинаковы по норме, и отличаются только знаками.

Точку с координатами \bar{c} принимаем за точку решения «новой» системы, которую получаем путем преобразования исходной системы (3). Для преобразования исходной системы воспользуемся равенством $Ac^* = b$, к которому применим соотношение (6), и приходим к «новой» (преобразованной) системе

$$A\bar{c} = d, \quad (7)$$

где $d = b - g^{(0)}$ – «новый», полученный после преобразования, корреляционный вектор эталонного сигнала, размером $1 \times (2N + 1)$.

Отметим, что точки с координатами $c^{(0)}$, c^* и \bar{c} лежат на одной прямой. Применим к «новой» системе (7) устойчивый итерационный метод, организованный в соответствии с формулой (4). Полученный итерационный процесс вырабатывает последовательность точек $\bar{c}^{(1)}$, $\bar{c}^{(2)}$, ..., $\bar{c}^{(n)}$, одна или две окажутся в непосредственной близости от точки c^* по какой-либо норме, так как точки $c^{(0)}$, c^* и \bar{c} лежат на одной прямой. Для организации остановки второго этапа обучения, необходимо контролировать какую-либо норму в «старой», т.е. в исходной системе (3), для этого на каждой итерации необходимо производить расчет вектора градиента функционала (2). Первый этап обучения эквалайзера прекращается при нарушении условий сходимости $J(c^{(n+1)}) \leq J(c^{(n)})$.

После этого необходимо прекратить первый этап обучения и перейти ко второму этапу, приняв полученное значение $c^{(n+1)}$ за новое исходное (начальное) приближение к решению, и вернуться к исходной системе.

На втором этапе обучения эквалайзера используется только адаптивный алгоритм устойчивого итерационного метода, в соответствии с формулой (4).

Обучение фильтра продолжается до тех пор, пока не будет достигнута требуемая величина $J(c)$, или до полного окончания передачи заданной серии эталонных сигналов обучения, затем эквалайзер переходит в стохастический режим адаптации.

Для оценки эффективности предложенного алгоритма при настройке регулируемых параметров адаптивных нерекурсивных фильтров (эквалайзеров), проведены исследования на ЭВМ скорости адаптации, используя корреляционные матрицы с различными спектральными числами обусловленности (отношением максимального собственного значения к минимальному собственному значению) в пределах от 15 до 500, что соответствует различным частотным характеристикам передающей среды.

Проведено сравнение по скорости адаптации рассмотренных в статье алгоритмов при организации итерационных процессов.

Во-первых, использовалась конструкция итерационного адаптивного алгоритма на основе устойчивого итерационного метода с использованием уравнения (4).

Во-вторых, использовалась конструкция предложенного в настоящей статье итерационного адаптивного алгоритма, т.е. на первом этапе исследовалась сходимость процессов обучения устойчивого итерационного метода в комбинации с методом

симметричной точки, по окончании первого этапа система адаптации переходила на второй этап обучения для получения окончательного решения.

В обоих случаях изменение вспомогательных и основных регулируемых параметров адаптивного фильтра производилось непосредственно по формулам (4) и (5).

Результаты теоретических исследований и моделирования позволяют сделать выводы. Использование устойчивого итерационного метода в комбинации с методом симметричной точки увеличивает скорость адаптации в 6 и более раз, по сравнению с устойчивым итерационным методом и градиентным методом наискорейшего спуска с соответствующим увеличением пропускной способности каналов связи.

Выводы. Предложен итерационный алгоритм адаптации, который обладает высокой скоростью адаптации. Применение алгоритма

позволяет в 6 (нижняя теоретическая оценка, доказанная автором) и более раз уменьшить время настройки нерекурсивных фильтров по сравнению с устойчивым итерационным методом и градиентным методом наискорейшего спуска, в зависимости от исходного состояния регулируемых параметров адаптивного фильтра. Применение рассмотренного адаптивного алгоритма позволит увеличить пропускную способность каналов связи.

Дальнейшие перспективы развития адаптивных алгоритмов. Скорость адаптации можно увеличить, используя метод асимметричной точки, разработанный автором, что позволит уменьшить время адаптации в 10–20 и более раз, по сравнению с используемыми в настоящее время итерационными методами спуска, при соответствующем увеличении пропускной способности каналов связи.

Список литературы:

1. Уидроу Б., Стринз С. Адаптивная обработка сигналов. Пер. с англ. Москва, 1989. 440 с.
2. Прокис Дж. Цифровая связь. Пер. с англ. / под ред. Д. Кловского. Москва, 2000. 800 с.
3. Монзинго Р., Миллер Т. Адаптивные антенные решетки: Введение в теорию. Пер. с англ. Москва, 1986. 448 с.
4. Джиган В. Адаптивная фильтрация сигналов: теория и алгоритмы. Москва, 2013. 528 с.
5. Михальчан В. Неявный итерационный метод адаптивной обработки сигналов. Наукові праці ОНАЗ. Одесса. 2003. № 1. С. 58-65.
6. Михальчан В. Устойчивый алгоритм обучения адаптивного корректора. Наукові праці УНДПРТ. Одесса. 2003. № 1 (33). С. 97-99.
7. Михальчан В. Устойчивый алгоритм адаптивной обработки сигналов передачи данных. Наукові праці Донецького національного технічного університету. Донецьк. 2003. Вып. 64. С. 57–63.
8. Михальчан В. Настройка адаптивных нерекурсивных фильтров методом симметричной точки. Современные проблемы телекоммуникаций. ТЕЛЕКОМ 2003: Сборник докладов (часть 2) 6-й Междун. науч.-практ. конф. (Одесса, 2003 г.). Одесса. 2003. С. 101–104.

ДВОЕТАПНИЙ ВИСОКОШВИДКІСНИЙ ІТЕРАЦІЙНИЙ АЛГОРИТМ АДАПТИВНОЇ ОБРОБКИ СИГНАЛІВ

Запропоновано ітераційний алгоритм обробки сигналів для керування налаштуванням нерекурсивних адаптивних фільтрів. Алгоритм має високу швидкість адаптації, порівняно з відомими ітераційними методами. Застосування алгоритму для налаштування адаптивних фільтрів, що усувають міжсимвольну інтерференцію, дозволить зменшити час адаптації. Зменшення часу на навчання адаптивного фільтра дозволить збільшити пропускну здатність каналів зв'язку. Особливістю алгоритму, крім високої швидкості адаптації, є низька чутливість до похибок обчислень і впливу шуму в процесі настройки адаптивних систем.

Ключові слова: нерекурсивний адаптивний фільтр, ітераційний алгоритм адаптації, швидкість адаптації, міжсимвольна інтерференція, еквалайзер, пропускну здатність каналів зв'язку.

TWO-STAGE HIGH-SPEED ITERATIVE ALGORITHM ADAPTIVE SIGNAL PROCESSING

An iterative signal processing algorithm is proposed for controlling the tuning of non-recursive adaptive filters. The algorithm has a high rate of adaptation, in comparison with the known iterative methods. Application of the algorithm for tuning adaptive filters eliminating intersymbol interference will reduce the adaptation time. Reducing the time for learning the adaptive filter will increase the bandwidth of communication channels. The feature of the algorithm, in addition to the high speed of adaptation, is the low sensitivity to calculation errors and the influence of noise during tuning of adaptive systems.

Key words: nonrecursive adaptive filter, iterative adaptation algorithm, adaptation speed, intersymbol interference, equalizer, communication channels bandwidth.