ІНФОРМАТИКА, ОБЧИСЛЮВАЛЬНА ТЕХНІКА ТА АВТОМАТИЗАЦІЯ

УДК 004.2

Бабаков Р.М.
Донецкий национальный университет имени Васыля Стуса

ФОРМАЛЬНОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ АЛГЕБРАИЧЕСКОГО СИНТЕЗА МИКРОПРОГРАММНОГО АВТОМАТА С ОПЕРАЦИОННЫМ АВТОМАТОМ ПЕРЕХОДОВ

В статье дается математическое представление формального решения задачи алгебраического синтеза микропрограммного автомата с операционным автоматом переходов. Формальное решение представляется совокупностью сформированных компонент системы изоморфизмов. Его получение является частью процесса синтеза данного класса автоматов. Изложены особенности построения абстрактной, структурной и промежуточной алгебр переходов. Рассмотрен пример построения формального решения задачи алгебраического синтеза для автомата, заданного граф-схемой алгоритма.

Ключевые слова: *микропрограммный автомат, операционный автомат переходов, алгебраический синтез, формальное решение, система изоморфизмов.*

Постановка проблемы. Важнейшим структурным элементом современных вычислительных систем является устройство управления (УУ), координирующее работу всех блоков системы [1, с. 426; 2, с. 114]. Одним из способов реализации УУ является микропрограммный автомат (МПА), схема которого по сравнению с другими типами УУ по сравнению с другими классов УУ характеризуется максимально возможными быстродействием и аппаратурными затратами [2, с. 168]. Рост сложности алгоритмов управления, имплементируемых МПА, делает актуальной задачу оптимизации аппаратурных затрат в логической схеме автомата [2, с. 178].

Анализ последних исследования и публикаций. На сегодняшний день известен ряд структурных реализаций МПА и методов их синтеза, использующих в своей основе различные подходы к оптимизации тех или иных параметров МПА [3, с. 11; 4, с. 6]. Одной из таких структур является микропрограммный автомат с операционным автоматом переходов (МПА с ОАП), использующий представление функции переходов автомата в виде множества частичных функций [5, с. 23; 6, с. 22]. Преимуществом данной структуры является снижение аппаратурных затрат в схеме формирования автоматных переходов по сравнению с другими структурными реализациями [7, с. 205].

Постановка задачи. В работе [8, с. 37] в общем виде рассматривается ряд вопросов, относящихся к синтезу МПА с ОАП. В частности, сформулирована задача алгебраического синтеза автомата, решение которой сводится к построению для заданного автомата системы изоморфизмов (1).

$$\begin{cases} G_{\delta_1} \leftrightarrow G_{I_1} \leftrightarrow G_{d_1}; \\ G_{\delta_2} \leftrightarrow G_{I_2} \leftrightarrow G_{d_i}; \\ \ldots \\ G_{\delta_{N_I}} \leftrightarrow G_{I_{N_I}} \leftrightarrow G_{d_{N_I}}; \\ G_{\delta} \leftrightarrow G_d; \\ G_{\lambda} \leftrightarrow G_l. \end{cases} \quad (1)$$

Данная система представляет собой математическую модель МПА с ОАП [9, с. 56] и основана на его алгебраической интерпретации [6, стр. 22]. Первые N_i изоморфизмов в системе выражают эквивалентность между абстрактным, промежуточным и структурным представлениями частичных функций переходов автомата (алгебры $G_{\delta i}$, G_{Ii} и G_{d_i} соответственно). Предпоследний изоморфизм между абстрактным (алгебра G_δ) и структурным (алгебра G_d) представлениями функции переходов автомата обеспечивает эквивалентность структурных (двоичных) кодов состояний независимо от количества N_i частичных функций переходов. Последний изоморфизм между абстрактным (алгебра G_λ) и структурным (алгебра G_l) представлениями функции выходов автомата обеспечивает использование одних и тех же структурных кодов состояний в функциях переходов и выходов МПА [9, с. 56].

Одним из способов задания МПА является граф-схема алгоритма (ГСА) [2, с. 116]. В работе [9, с. 40] рассмотрен пример, в котором МПА с ОАП задан ГСА *Г* (рис. 1, а), а формальное решение задачи алгебраического синтеза МПА с ОАП представлено в графическом виде (рис. 1, б).

Анализ рис. 1 позволяет сделать следующие выводы:

1. МПА является автоматом Мура и содержат M=8 состояний $\{a_0, \dots , a_7\}$.

2. Для реализации автоматных переходов используются две операции переходов (ОП): a_0

$$O_1: \quad K_{10}(a^{t+1}) = (K_{10}(a^t) + 5) \bmod 8, \qquad (2)$$

$$O_2: \; K_2(a^{t+1}) = K_2(a^t) \oplus 100_2 . \qquad (3)$$

В данных выражениях $K^2(a^t)$ и $K^2(a^{t+1})$ – двоичные коды текущего состояния и состояния перехода соответственно, $K_{10}(a^t)$ и $K_{10}(a^{t+1})$ – их эквиваленты в десятичной системе счисления.

3. Переход из состояния a_0 в состояние a_1 – единственный переход в ГСА, реализуемый каноническим способом (по системе булевых уравнений).

Недостатком графического представления формального решения задачи алгебраического синтеза МПА с ОАП является отсутствие в явном виде элементов системы изоморфизмов (1). С увеличением сложности интерпретируемой ГСА усложняется процесс ее анализа с целью построения множества используемых операций переходов, формирования множества переходов, реализуемых каноническим способом, и др. Все это в итоге усложняет процесс проектирования логической схемы МПА с ОАП.

В настоящей статье дается математическое представление формального решения задачи алгебраического синтеза МПА с ОАП, детализирующее структуру отдельных элементов системы изоморфизмов (1). Поскольку данные элементы в процессе синтеза логической схемы автомата реализуются в виде отдельных функциональных узлов, предлагаемое представление формального решения упрощает задачу схемной реализации МПА с ОАП.

Изложение основного материала исследования. Зададим абстрактную алгебру переходов автомата, интерпретирующего ГСА *Г*. В данной ГСА присутствуют три типа переходов: безусловный переход, переход по логическому условию x_1 и переход по условию $\bar{x}_1$, которым в абстрактном автомате соответствует множество абстрактных входных сигналов $Z = \{z_0, \; z_1, z_2\}$. Таким образом,

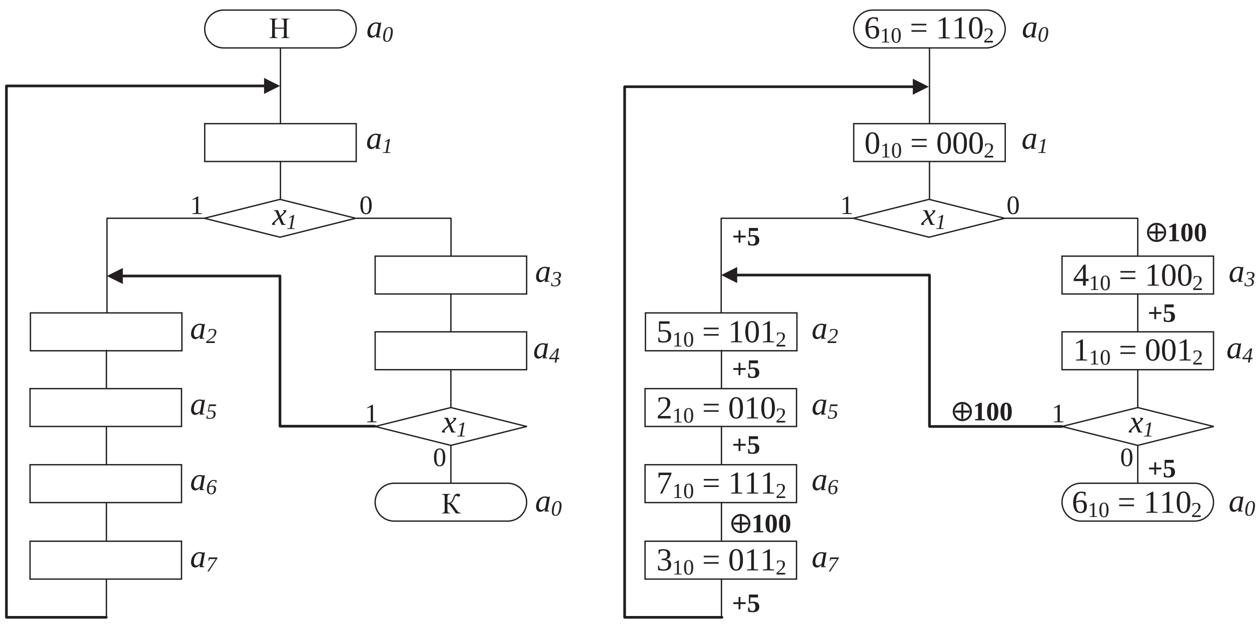

Рис. 1. Граф-схема алгоритма *Г* (а) и графическое представление формального решения задачи алгебраического синтеза МПА с ОАП (б)

абстрактная алгебра переходов G_δ задается выражением (4).

$$\begin{cases} G_\delta = <\{A, Z\}, \{\delta\}>; \\ A = \{a_0, a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7\}; \\ Z = \{z_0, z_1, z_2\}; \\ \delta = \{<a_0, z_0, a_1>, <a_1, z_1, a_2>, <a_1, z_2, a_3>, <a_2, z_0, a_5>, \\ \quad <a_5, z_0, a_6>, <a_6, z_0, a_7>, <a_7, z_0, a_1>, <a_3, z_0, a_4>, \\ \quad <a_4, z_1, a_2>, <a_4, z_1, a_0>\}. \end{cases} \quad (4)$$

В системе (4) носитель алгебры образован множеством состояний A и множеством абстрактных входных сигналов Z. Сигнатура алгебры представлена абстрактной функцией переходов δ. Данная функция – множество векторов вида $<\alpha_i, z_k, \alpha_j>$, каждый из которых соответствует переходу из состояния α_I в состояние α_j под воздействием абстрактного входного сигнала z_k. При этом количество векторов равно числу автоматных переходов в ГСА $Г$.

Отождествляя логическое условие x_1 с одноименным входным структурным (двоичным) сигналом, закодируем сигналы Z структурными кодами $K_S(Z)$ в виде векторов $<x_1>$, в которых x_1 может принимать значения из множества $\{–, 0, 1\}$. Пусть $K_S(z_0) = <–>$, $K_S(z_1) = <1>$, $K_S(z_2) = <0>$. Это позволяет задать структурную алгебру переходов Gd, изоморфную алгебре G_d, выражением (5), в котором состояния и входные сигналы представлены своими структурными (двоичными) кодами.

$$\begin{cases} G_d = <\{K_S(A), K_S(Z)\}, d>; \\ K_S(A) = \{110, 000, 101, 100, 001, 010, 111, 011\}; \\ K_S(Z) = \{–, 1, 0\}; \\ d = \{<110, –, 000>, <000, 1, 101>, <000, 0, 100>, <101, –, 010>, \\ \quad <010, –, 111>, <111, –, 011>, <011, –, 000>, <100, –, 001>, \\ \quad <001, 1, 101>, <001, 0, 110>\}. \end{cases} \quad (5)$$

Поскольку в ГСА $Г$ часть переходов реализуется с помощью ОП O_1, часть – с помощью O_2, часть – каноническим способом, абстрактная и структурная функции переходов разбиваются соответствующим образом на три частичных функции каждая. На их основе строятся три абстрактные подалгебры переходов (выражения (6)-(8)) и три структурные подалгебры переходов (выражения (9)-(11)). Анализ данных выражений подтверждает существование изоморфизмов $G\delta_1 \leftrightarrow Gd_1$, $G\delta_2 \leftrightarrow Gd_2$ и $G\delta_3 \leftrightarrow Gd_3$.

$$\begin{cases} G_{\delta_1} = <\{A_{\delta_1}, Z_{\delta_1}\}, \{\delta_1\}>; \\ A_{\delta_1} = \{a_0, a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7\}; \\ Z_{\delta_1} = \{z_0, z_1, z_2\}; \\ \delta_1 = \{<a_1, z_1, a_2>, <a_2, z_0, a_5>, <a_5, z_0, a_6>, \\ \quad <a_7, z_0, a_1>, <a_3, z_0, a_4>, <a_4, z_2, a_0>\}. \end{cases} \quad (6)$$

$$\begin{cases} G_{\delta_2} = <\{A_{\delta_2}, Z_{\delta_2}\}, \{\delta_2\}>; \\ A_{\delta_2} = \{a_1, a_2, a_3, a_4, a_6, a_7\}; \\ Z_{\delta_2} = \{z_0, z_1, z_2\}; \\ \delta_2 = \{<a_1, z_2, a_3>, <a_6, z_0, a_7>, <a_4, z_1, a_2>\}. \end{cases} \quad (7)$$

$$\begin{cases} G_{\delta_3} = <\{A_{\delta_3}, Z_{\delta_3}\}, \{\delta_3\}>; \\ A_{\delta_3} = \{a_0, a_0\}; \\ Z_{\delta_3} = \{z_0\}; \\ \delta_3 = \{<a_0, z_0, a_1>\}. \end{cases} \quad (8)$$

$$\begin{cases} G_{d_1} = <\{K_S(A_{d_1}), K_S(Z_{d_1})\}, \{d_1\}>; \\ K_S(A_{d_1}) = \{110, 000, 101, 100, 001, 010, 111, 011\}; \\ K_S(Z_{d_1}) = \{–, 1, 0\}; \\ d_1 = \{<000, 1, 101>, <101, –, 010>, <010, –, 111>, \\ \quad <011, –, 000>, <100, –, 001>, <001, 0, 110>\}. \end{cases} \quad (9)$$

$$\begin{cases} G_{d_2} = <\{K_S(A_{d_2}), K_S(Z_{d_2})\}, \{d_2\}>; \\ K_S(A_{d_2}) = \{000, 101, 100, 001, 111, 011\}; \\ K_S(Z_{d_2}) = \{–, 1, 0\}; \\ d_2 = \{<000, 0, 100>, <111, –, 011>, <001, 1, 101>\}. \end{cases} \quad (10)$$

$$\begin{cases} G_{d_3} = <\{K_S(A_{d_3}), K_S(Z_{d_3})\}, \{d_3\}>; \\ K_S(A_{d_3}) = \{110, 001\}; \\ K_S(Z_{d_3}) = \{–\}; \\ d_3 = \{<110, –, 000>\}. \end{cases} \quad (11)$$

Зададим также две промежуточные алгебры переходов GI_1 и GI_2, сигнатуры которых образованы операциями переходов O_1 и O_2 соответственно.

$$\begin{cases} G_{I_1} = <\{K_{I_1}(A_{\delta_1}), K_{I_1}(Z_{\delta_1})\}, \{O_1\}>; \\ K_{I_1}(A_{\delta_1}) = \{6, 0, 5, 4, 1, 2, 7, 3\}; \\ K_{I_1}(Z_{\delta_1}) = \{z_0, z_1, z_2\}; \\ O_1 = \{<0, z_1, 5>, <5, z_0, 2>, <2, z_0, 7>, \\ \quad <3, z_0, 0>, <4, z_0, 1>, <1, z_2, 6>\}. \end{cases} \quad (12)$$

$$\begin{cases} G_{I_2} = <\{K_{I_2}(A_{\delta_2}), K_{I_2}(Z_{\delta_2})\}, \{O_2\}>; \\ K_{I_2}(A_{\delta_2}) = \{000, 101, 100, 001, 111, 011\}; \\ K_{I_2}(Z_{\delta_2}) = \{z_0, z_1, z_2\}; \\ O_2 = \{<000, z_2, 100>, <111, z_0, 011>, <001, z_1, 101>\}. \end{cases} \quad (13)$$

В выражениях (12) и (13) операции переходов O_1 и O_2 представлены множеством векторов вида $< K_{I_n}(a_i), z_j, K_{I_n}(a_k)>$, которое соответствует множеству переходов, реализуемых соответствующей ОП. Это обеспечивает существование изоморфизмов $G_{\delta_1} \leftrightarrow G_{I_1} \leftrightarrow G_{d_1}$ и $G_{\delta_2} \leftrightarrow G_{I_2} \leftrightarrow G_{d_2}$. Поскольку обе ОП, согласно выражениям (2) и

(3), не используют в качестве аргументов входные сигналы автомата, в векторах операций входные сигналы присутствуют с формальной целью и указаны в абстрактном виде.

Таким образом, можно говорить о существовании следующей системы изоморфизмов:

$$\begin{cases} G_{\delta_1} \leftrightarrow G_{I_1} \leftrightarrow G_{d_1}; \\ G_{\delta_2} \leftrightarrow G_{I_2} \leftrightarrow G_{d_2}; \\ G_{\delta} \leftrightarrow G_{d}. \end{cases} \quad (14)$$

Данная система вместе с выражениями (4)-(13) есть математическое представлением формального решения задачи алгебраического синтеза МПА с ОАП, задаваемого ГСА *Г*, при использовании операций переходов, задаваемых выражениями (2) и (3).

Выводы. Полученное в данной работе математическое представление формального решения задачи алгебраического синтеза микропрограммного автомата с операционным автоматом переходов показывает, в каком виде должен быть представлен результат алгебраического синтеза МПА с ОАП для последующего синтеза логической схемы автомата. Формализация алгебраического представления промежуточных алгебр переходов в виде алгебр, подобных выражениям (12) и (13), позволяет конкретизировать автоматные переходы, реализуемые соответствующими операциями переходов, а также делает наглядным существование изоморфизмов, образующих систему (1). Предложенное математическое представление формального решения задачи алгебраического синтеза МПА с ОАП может рассматриваться как стандартизированное представление результатов различных методов алгебраического синтеза данного класса микропрограммных автоматов.

Список литературы:

1. Глушков В.М. Синтез цифровых автоматов. Москва: Физматгиз, 1962. 476 с.
2. Баранов С.И. Синтез микропрограммных автоматов. Ленинград: Энергия, 1979. 232 с.
3. Баркалов А.А., Палагин В.А. Синтез микропрограммных устройств управления. Киев: Институт кибернетики НАН Украины, 1997. 135 с.
4. Баркалов А.А. Синтез устройств управления на программируемых логических устройствах. Донецк, ДонНТУ, 2002. 262 с.
5. Баркалов А.А., Бабаков Р.М. Операционное формирование кодов состояний в микропрограммных автоматах. Кибернетика и системный анализ. 2011. № 2. С. 21.
6. Баркалов А.А., Бабаков Р.М. Алгебраическая интерпретация микропрограммного автомата с операционным автоматом переходов. Кибернетика и системный анализ. 2016. № 2. С. 22.
7. Babakov R, Barkalov A., Titarenko L. Research of Efficiency of Microprogram Final-State Machine with Datapath of Transitions. Proceedings of 14th International Conference "The Experience of Designing and Application of CAD Systems in Microelectronics (CADSM). February 21-25, 2017. Polyana, Ukraine. P. 203.
8. Бабаков Р.М. Алгебраический синтез микропрограммного автомата с операционным автоматом переходов. Информационные технологии и компьютерная инженерия. 2017. № 39, Т. 2. С. 35–41.
9. Бабаков Р.М., Ярош И.В. Математическая модель микропрограммного автомата с операционным автоматом переходов. Сборник научных трудов ДонНТУ. Серия «Информатика, кибернетика и вычислительная техника». Выпуск 1(22). Красноармейск: ДонНТУ, 2016. С. 54.

ФОРМАЛЬНИЙ РОЗВ'ЯЗОК ЗАДАЧІ АЛГЕБРАЇЧНОГО СИНТЕЗУ МІКРОПРОГРАМНОГО АВТОМАТА З ОПЕРАЦІЙНИМ АВТОМАТОМ ПЕРЕХОДІВ

У статті дається математичне представлення формального розв'язку задачі алгебраїчного синтезу мікропрограмного автомата з операційним автоматом переходів. Формальний розв'язок представляється сукупністю сформованих компонентів системи ізоморфізмів. Його одержання є частиною процесу синтезу даного класу автоматів. Викладено особливості побудови абстрактної, структурної та проміжної алгебр переходів. Розглянутий приклад побудови формального розв'язку задачі алгебраїчного синтезу для автомата, заданого граф-схемою алгоритму.

Ключові слова: *мікропрограмний автомат, операційний автомат переходів, алгебраїчний синтез, формальний розв'язок, система ізоморфізмів.*

A FORMAL SOLUTION OF THE PROBLEM OF ALGEBRAIC SYNTHESIS OF MICROPROGRAM FINITE STATE MACHINE WITH DATAPATH OF TRANSITIONS

The article presents a mathematical representation of the formal solution of the problem of algebraic synthesis of a microprogram finite state machine with datapath of transitions. The formal solution is represented as the set of formed components of the system of isomorphisms. Its obtaining is a part of the process of synthesizing of this class of finite state machines. The peculiarities of constructing abstract, structural and intermediate transition algebras are described. An example of constructing a formal solution of the problem of algebraic synthesis for a finite state machine given by a graph-scheme of an algorithm is considered.

Key words: *microprogram finite state machine, datapath of transitions, algebraic synthesis, formal solution, system of isomorphisms.*