УДК 629.76

ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК МОДЕЛИ ОБЪЕКТА ЭКСПЛУАТАЦИИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МЕТОДА ИНТЕРПОЛЯЦИИ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ

д.т.н., проф. Е.А. Морщаков, к.т.н. Е.В. Брежнев

В статье предлагается критерий целесообразности пополнения временного ряда рассматриваемого показателя для оценки точности прогнозирования параметров модели объекта эксплуатации.

Точность прогноза характеристик расчетной модели рассматриваемого объекта эксплуатации, оценивается величиной доверительного интервала прогноза исследуемой характеристики при заданном уровне доверительной вероятности $\mathbf{P_r}$. Поскольку элементы временного ряда базы прогнозирования рассматриваемых характеристик по своему содержанию есть возможные значения соответствующих случайных величин $\mathbf{Y_j}$, повышение точности их прогноза будет связано с обоснованным уменьшением дисперсии их случайных величин.

Обоснованность уменьшения дисперсии $\mathbf{D^{(r)}}$ прогнозных значений характеристик связана с анализом соответствующего временного ряда. Такой анализ возможен с двух позиций:

а) выявления аномальных значений статистических данных (фильтрация) с последующим их исключением из исходного временного ряда;

б) введения пропущенных значений (интерполяция) временного ряда.

Рассмотрим метод интерполяции (пополнения) временного ряда.

Возможность пополнения пропущенных значений временного ряда основывается на свойстве непрерывности проявления основных закономерностей процесса функционирования объекта, которые выявляются на основе сглаживания имеющейся статистики. Это позволяет использовать статистическую информацию для обоснования суждения об оценке значения пропущенного $\boldsymbol{l}$-го элемента базы прогноза (БП). Очевидно, что это значение, пополняющее временной ряд **R0**, в результате чего формируется новый временной ряд **R2** в составе **(T+1)** элемента, есть возможное значение случайной величины **Y**, характеризуемой ее математическим ожиданием **y=M[Y]**, видом закона распределения (ЗР) и дисперсией $\mathbf{S^{(\mathit{l})}}$.

Указанные параметры закона распределения могут быть найдены в результате прогнозирования значения пропущенного l - го элемента временного ряда БП по известным значениям предшествующих l-1 элементов.

В этом случае, в качестве математического ожидания этого элемента может быть принято прогнозное значение выявленного тренда, а дисперсия $S^{(l)}$ будет определена, в соответствии с [1], по соотношению

$$S_t = S_c \cdot S_r = S_c \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{T} + \frac{(\tau - t_{cp})}{\sum_{t=1}^{\tau}(t - t_{-p})}}, \qquad (1)$$

где S_r - стандартная ошибка прогноза,

$$S_c = \sqrt{\sum_{t=1}^{r}(y_{-p} - y_t)^2 \cdot (T-1)^{-1}}, \qquad (2)$$

где t - текущая переменная номера элемента базы прогнозирования, отсчитываемая от начала БП;

t_{cp} - средина периода БП;

τ - период прогноза, отсчитываемый от начала БП;

y_{cp} - среднее арифметическое параметра прогнозирования;

T - число элемента БП, по формуле

$$S^{(l)} = S_c \cdot S_r^{(l)} = S_c \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{T_p} + \frac{(l - t_{cp_1})^2}{\sum_{t=1}^{l}(t - t_{cp_1})^2}}, \qquad (3)$$

где $S_r^{(l)}$ - стандартная ошибка прогноза для временного ряда **R2**, содержащего в своем составе l-1 элемент;

T_p - значение принятой БП при включении в ее состав l-1 элемента;

T_{CP1} - среднее значение для принятой БП;

S_c - среднеквадратическое отклонение элементов исходного ряда **R0**, определенное в соответствии с соотношением (2).

Учитывая соотношение (1) и (2), имеем следующее

$$D^{(r)} = k^*(P_r) \times \sqrt{\sum_{t=1}^{r}(y_{-p} - y_t)^2 \cdot (T-1)^{-1}} \times \sqrt{1 + \frac{1}{T} + \frac{(\tau - t_{cp})}{\sum_{t=1}^{\tau}(t - t_{cp})^2}}, \qquad (4)$$

где $k(P_r)$ - значение аргумента функции Лапласа $\Phi(t)$, при котором

$\mathbf{\Phi(t)=(P_r)}$, а $\mathbf{k^*(P_r)}$ - удвоенное значение $\mathbf{k(P_r)}$.

Для временного ряда **R2** можно записать следующее:

$$\mathbf{S_{c_2} = S_{c_0} \cdot \sqrt{\frac{1+\frac{1}{T}}{1+\frac{S_{C0}^2}{\left(S^{(t)}\right)^2 \cdot T}}}, \quad S_{r_2} = S_r^{(l)}}. \tag{5}$$

При этом данное соотношение получено для случая неравноточных измерений, как это изложено в [2]:

$$\mathbf{\sigma_\Sigma^2 = \sum_{i=1}^{N} q_i \cdot \sigma_i^2},$$

где $\mathbf{\sigma_\Sigma}$ - статистическая оценка СКО, характеризующая совокупность **N** неравноточных измерений;

$\mathbf{q_i}$ - весовые нормированные коэффициенты;

$\mathbf{\sigma_i}$ - СКО, характеризующее каждое **i**-е измерение.

Поскольку соотношение $\mathbf{T_P<T}$ выполняется при пополнении любого элемента БП, то из (1) и (5) следует, что $\mathbf{S_r^{(l)} > S_{r0}}$, а значит $\mathbf{S^{(l)} > S_{C0}}$, где $\mathbf{S_{r_0}}$ - определяется из (1).

Таким образом, дисперсия $\mathbf{\left(S^{(l)}\right)^2}$ закона распределения ***l***-го элемента БП, пополняющего исходный ряд, будет больше дисперсии $\mathbf{S_{C0}^2}$, соответствующей элементам исходного ряда. При этом дисперсия $\mathbf{S_{C2}^2}$, характеризующая элементы пополненного ряда, будет больше $\mathbf{S_{C0}^2}$, т.е.

$$\mathbf{S_{c2} > S_{c0}}, \text{ а } \quad \mathbf{S_{r_2} > S_{r_0}},$$

поскольку, в соответствии с [1], с ростом числа элементов БП значение $\mathbf{S_r}$ уменьшается.

Тогда:

$$\mathbf{R_0 \rightarrow D_0^{(\tau)} = f(S_{c0}, S_{r0})};$$
$$\mathbf{R_2 \rightarrow D_2^{(\tau)} = f(S_{c2}, S_{r2})},$$

где **R2** - исправленный временной ряд, сформированный из ряда **R0** путем его пополнения ***l***-м элементом.

Оценка точности прогноза $\mathbf{D_0^{(\tau)}}$ согласно (1), (4) и (5) определяется из выражения

$$D_2^{(\tau)} = k^*(P_r)\cdot S_{c0}\cdot\sqrt{\frac{1+\frac{1}{T}}{1+\frac{S_{c0}^2}{(S^{(l)})^2\cdot T}}}\sqrt{1+\frac{1}{T}+\frac{(\tau-t_{cp})^2}{\sum\limits_{t=1}^{\tau}(t-t_{cp})^2+(l-t_{cp})^2}}\,. \qquad (6)$$

Согласно (4) и (6), увеличение точности прогноза в случае пополнения исходного ряда l-м значением достигается при условии выполнения следующего соотношения

$$\frac{S_{c0}}{S^{(l)}} > \sqrt{(T+1)\cdot\sqrt{1-\frac{(\tau-t_{cp})^2\cdot(l-t_{cp})^2}{a_1\cdot a_2}}-T}\,, \qquad (7)$$

где $a_1 = 1+\frac{1}{T}+\frac{(\tau-t_{cp})^2}{\sum\limits_{t=1}^{\tau}(t-t_{cp})^2}$; $a_2 = \sum\limits_{t=1}^{\tau}(t-t_{cp})^2\cdot\left(1+\frac{(l-t_{cp})^2}{\sum\limits_{t=1}^{\tau}(t-t_{cp})^2}\right)$.

В заключении следует отметить, что условие (7) является критерием целесообразности пополнения временного ряда рассматриваемого показателя l-м пропущенным значением и при использовании (3) и (6) может быть применено в интересах оценки точности прогнозирования параметров модели объекта эксплуатации.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Льюис К.Д. Методы прогнозирования экономических показателей / Пер. с англ. Е.С. Демиденко. – М.: Финансы и статистика, 1986. – 133 с.*
2. *Айвазян С.А., Енюков И.С., Мешалкин С.Д. Прикладная статистика. Основы моделирования и первичная обработка данных. – М.: Финансы и статистика, 1983. – 471 с.*

Поступила 24.12.2001

***МОРЩАКОВ Евгений Александрович**, доктор техн. наук, профессор, Заслуженный деятель машиностроения, директор ГЦНТМ. В 1954 г. закончил Азербайджанский политехнический институт. Область научных интересов – проверка соответствия параметров и характеристик образцов техники требованиям документации при их эксплуатации и контроль их качества.*

***БРЕЖНЕВ Евгений Витальевич**, канд. техн. наук, старший научный сотрудник ХВУ. В 1994 г. закончил Харьковский военный университет. Область научных интересов – разработка математических моделей анализа и синтеза сложных систем.*