

## МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ПОВЕРКИ ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИХ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ ПРИБОРОВ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА СИГНАЛАМИ ПРЯМОУГОЛЬНОЙ ФОРМЫ

д.т.н., проф. В.Н. Чинков, А.А. Каревик

*Показана возможность поверки электромагнитных и электродинамических измерительных приборов сигналами прямоугольной формы. Выведены аналитические выражения для математических моделей поверки названных выше систем электромеханических измерительных приборов при калибровочных сигналах прямоугольной формы.*

Для поверочной аппаратуры, используемой в подвижных поверочных средствах, например ПЛИТ, важное значение имеют высокая стабильность метрологических характеристик (МХ), массогабаритные характеристики, высокий коэффициент использования потребляемой мощности, мобильность, простота эксплуатации, надежность, уровень автоматизации и т. д. [1, 2]. Особенно это относится к широко используемым в поверочных работах установкам, источникам калиброванного напряжения (тока), генераторам сигналов.

Для поверки электромеханических измерительных приборов переменного тока (ЭИППТ) традиционно используются только сигналы синусоидальной формы, что вызывает значительные сложности с обеспечением указанных выше требований. Поэтому для совершенствования метрологического обеспечения Вооруженных Сил Украины актуальным является исследование возможностей использования для поверки ЭИППТ других форм сигналов, наиболее просто реализуемых и позволяющих удовлетворить приведенные требования. Очевидно, наибольший интерес с этой точки зрения представляет сигнал прямоугольной формы типа “меандр”, который будем называть “прямоугольной синусоидой”, подчеркивая его эквивалентность классическому синусоидальному сигналу при поверках ЭИППТ. Проведем доказательство такой эквивалентности и получим математические модели поверки ЭИППТ.

Исходным для дальнейших исследований является функция преобразования зависимости мгновенного (текущего) угла поворота подвижной части электромеханических измерительных преобразователей, составляющих основу ЭИППТ, от измеряемой величины, которая в общем виде определяется выражением [3] :

$$\alpha_t = \frac{1}{D} \frac{\partial W}{\partial \alpha_t} \Big|_i, \quad (1)$$

где  $W$  – электромагнитная энергия, запасенная в ЭИППТ и связанная с входным мгновенным током  $i(t)$  или напряжением  $u(t)$ ;  $\alpha_t$  – текущий

угол поворота подвижной части под действием мгновенного вращающего момента, создаваемого электромагнитной энергией  $\mathbf{W}$ ;  $\mathbf{D}$  – жесткость упругих элементов, образующих противодействующий момент.

Наиболее распространенными при проведении технических измерений являются ЭИППТ электромагнитной и электродинамической (ферродинамической) систем.

Поэтому дальнейшие исследования проведены для ЭИППТ данных систем.

Рассмотрим эквивалентную схему проверки ЭИППТ (рис.1), которая содержит следующие полные сопротивления:  $\mathbf{Z}_1$  – выходное полное сопротивление образцового источника напряжения (калибратора), задающего регулируемый сигнал, подаваемый на вход ЭИППТ;  $\mathbf{Z}_2$  – добавочное полное сопротивление;  $\mathbf{Z}_0$  – полное сопротивление элементов ЭИППТ, по которым протекает ток, (назовем его внутренним сопротивлением прибора).

Пусть напряжение  $\mathbf{u}(t)$  на выходе источника образцового напряжения (калибратора, меры) имеет форму “прямоугольной синусоиды” с периодом  $\mathbf{T}$  и описывается выражением

$$\mathbf{u}(t) \equiv \mathbf{u} = \begin{cases} \mathbf{U}_0, & \text{если } 0 \leq t \leq \mathbf{T}/2; \\ -\mathbf{U}_0, & \text{если } \mathbf{T}/2 \leq t \leq \mathbf{T}. \end{cases} \quad (2)$$

Представим функцию  $\mathbf{u}(t)$  рядом Фурье

$$\mathbf{u}(t) = \frac{4\mathbf{U}_0}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin(2k-1)\omega t}{2k-1}, \quad (3)$$

где  $\omega$  – круговая частота основной, первой гармоники “прямоугольной синусоиды”  $\mathbf{u}(t)$ ,  $\omega=2\pi/\mathbf{T}$ .

Из (3) следует, что коэффициенты Фурье являются вещественными:

$$\mathbf{U}_{2k-1} = \frac{4\mathbf{U}_0}{\pi} \cdot \frac{1}{2k-1}, \quad k = \overline{1, \infty}, \quad (4)$$

где  $\mathbf{U}_{2k-1}$  имеет физический смысл среднеквадратического значения (СКЗ) для  $(2k-1)$ -й гармоники напряжения “прямоугольной синусоиды”  $\mathbf{u}(t)$ .

Запишем выражение для комплексных СКЗ гармоник тока  $\mathbf{i}(t) \equiv \mathbf{i}$  в измерительной цепи ЭИППТ (рис.1), создаваемых напряжением  $\mathbf{u}(t)$ :

$$\dot{\mathbf{i}}_{2k-1} = \frac{\mathbf{U}_{2k-1}}{\mathbf{Z}_2[(2k-1)\omega] + \mathbf{Z}_0[(2k-1)\omega]} = \mathbf{I}_{2k-1} e^{j\varphi_{2k-1}}, \quad (5)$$

где  $\mathbf{Z}_2[(2k-1)\omega] = \mathbf{Z}_{2(2k-1)}$  и  $\mathbf{Z}_0[(2k-1)\omega] = \mathbf{Z}_{0(2k-1)}$  – соответственно комплексы добавочного и внутреннего полного сопротивлений прибора для  $(2k-1)$ -й гармоники тока.

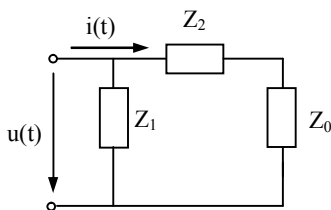


Рис.1. Схема проверки ЭИППТ

Принимая во внимание равенство (5), запишем ряд Фурье для мгновенного значения тока  $\mathbf{i}(t)$  в рабочей цепи измерительного прибора

$$\mathbf{i}(t) \equiv \mathbf{i} = \sum_{k=1}^{\infty} I_{2k-1} \sin[(2k-1)\omega t + \varphi_{2k-1}], \quad (6)$$

где  $\varphi_{2k-1}$  – фазовый сдвиг между мгновенными значениями  $(2k-1)$ -ми гармониками напряжения  $\mathbf{u}(t)$  и тока  $\mathbf{i}(t)$ .

Показания ЭИПТ равны среднему за период  $T$  “прямоугольной синусоиды” значению угла поворота  $\alpha_c$ , обозначим его  $\alpha$ . С учетом (1) запишем [3]:

$$\alpha \equiv \bar{\alpha} = \gamma_1 \frac{1}{T} \int_0^T i^2(t) dt. \quad (7)$$

где  $\gamma_1$  – постоянный коэффициент, определяемый конструктивными параметрами прибора.

Принимая во внимание равенство (6), для показания ЭИПТ при воздействии на него «прямоугольной синусоиды» получим

$$\alpha_n = \gamma_1 \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{\infty} I_{2k-1}^2. \quad (8)$$

Подставляя в формулу (8) равенство (5), с учетом соотношения (4) окончательно находим

$$\alpha_n = \gamma_1 \frac{8U_0^2}{\pi^2} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{(2k-1)^2 |Z_{2(2k-1)} + Z_{0(2k-1)}|^2}. \quad (9)$$

Выражение (8), или (9), является *математической моделью поверки ЭИПТ* электромагнитной системы калибровочным сигналом в виде “прямоугольной синусоиды”.

Получим выражение для показаний ЭИПТ при “чисто синусоидальном” входном сигнале  $\mathbf{u}(t)$ , СКЗ которого обозначим  $U$ .

Из формулы (7) с учетом равенств (4) и (5), в которых следует принять  $k = 1$ , находим

$$\alpha_c = \gamma_1 \frac{U^2}{|Z_2(\omega) + Z_0(\omega)|^2}. \quad (10)$$

Из сравнения выражений (9) и (10) находим поправочный коэффициент для перехода от показаний ЭИПТ при входной “прямоугольной синусоиде” к эквивалентным его показаниям при “чистой синусоиде”:

$$\beta = \frac{\alpha_n}{\alpha_c} = \frac{8U_0^2}{\pi^2 U^2} |Z_2(\omega) + Z_0(\omega)|^2 \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{(2k-1)^2 |Z_{2(2k-1)} + Z_{0(2k-1)}|^2}. \quad (11)$$

Конкретизируем (11) для вольтметров и амперметров электромагнит-

ной системы. Для вольтметров справедливо условие  $Z_0 \approx R$ . Тогда из (11):

$$\beta = U_0^2 / U^2. \quad (12)$$

Итак, чтобы обеспечить поправочный коэффициент  $\beta = 1$  и тем самым исключить необходимость пересчета показаний ЭИППТ, следует задать амплитуду  $U_0$  напряжения “прямоугольной синусоиды”  $u(t)$  равной СКЗ синусоидального напряжения  $U$ , т.е.  $U_0=U$ .

Для амперметров можно принять  $Z_2 = R_2 \gg Z_0$ . Тогда формула (11) преобразуется к соотношению (12). При этом для получения поправочного коэффициента  $\beta=1$  необходимо задать амплитуду тока  $I_0$  “прямоугольной синусоиды” равной СКЗ синусоидального тока, т.е.  $I_0 = I$ .

Показания ЭИППТ электродинамической системы при синусоидальных входных сигналах  $i_1, i_2$  определяются соотношением [3]:

$$\alpha_c = \gamma_2 I_1 I_2 \cos \varphi, \quad (13)$$

где  $\gamma_2$  – постоянный коэффициент, определяемый конструктивными параметрами электродинамического измерительного прибора;  $I_1, I_2$  – СКЗ входных токов  $i_1(t)$  и  $i_2(t)$  прибора.

Аналогично предыдущему можно получить условия эквивалентности и математические модели проверки электродинамических амперметров и вольтметров. Однако, сделаем это для электродинамических (ферродинамических) ваттметров, которые находят более широкое применение при технических измерениях.

Пусть теперь на входы электродинамического ваттметра подаются калибровочные, образцовые “прямоугольные синусоиды” токов  $i_1(t)$  и  $i_2(t)$ , сдвинутые между собой на время  $\tau$ , эквивалентное фазовому сдвигу  $\varphi_3 = \omega\tau$  (рис. 2), и с амплитудами  $I_{01}, I_{02}$ . Используя разложение в ряд Фурье “прямоугольных синусоид” токов  $i_1(t)$  и  $i_2(t)$  из выражения (13) получим

$$\alpha_n = \gamma_2 I_{01} I_{02} f(\varphi_3), \quad (14)$$

где 
$$f(\varphi_3) = \frac{2}{\pi} \left( \frac{\pi}{2} - |\varphi_3| \right). \quad (15)$$

Выражение (14) совместно с равенством (15) представляет *математическую модель проверки ЭИППТ* электродинамической системы калибровочными сигналами “прямоугольной синусоиды”.

График функции  $f(\varphi_3)$  приведен на рис. 3. Там же для сравнения на рис. 3, показан график функции  $\cos \varphi$ , входящий в равенство (13) для показаний  $\alpha_c$  электродинамического ваттметра при синусоидальных входных сигналах напряжения и тока. Сравнение соотношений (15) и (13) показывает, что “прямоугольную синусоиду” можно использовать для проверки электродинамических ваттметров, вводя поправочный коэффициент  $f(\varphi_3)/\cos \varphi$  (и принимая во внимание, что  $I_{01} = I_1, I_{02} = I_2$ ). Такую поправку можно делать и иначе, задавая по каждому фазовому сдвигу  $\varphi$  между синусоидаль-

ными сигналами эквивалентный фазовый сдвиг  $\varphi_3$  между “прямоугольными синусоидами” из условия  $f(\varphi_3) = \cos \varphi$ , находим:

$$\varphi_3 = \frac{\pi}{2} (1 - \cos \varphi) = \pi \sin^2 \frac{\varphi}{2}; \quad (16)$$

$$\tau = \frac{\varphi_3}{\omega} = \frac{T}{4} (1 - \cos \varphi) = \frac{T}{2} \sin^2 \frac{\varphi}{2}. \quad (17)$$

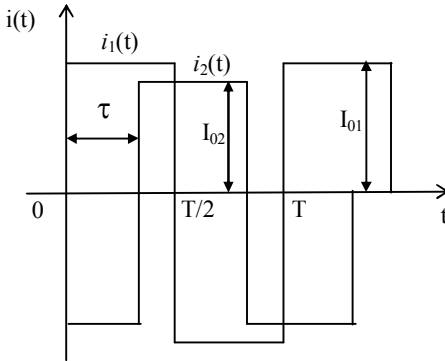


Рис. 2. Сигналы на входе ваттметра

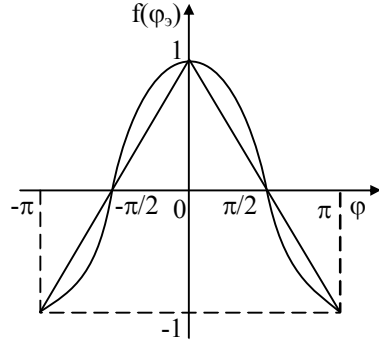


Рис. 3. График функции  $f(\varphi_3)$

Таким образом, формулы (16) и (17) определяют эквивалентный фазовый сдвиг  $\varphi$ , или временной сдвиг  $\tau$  между калибровочными, образцовыми, “прямоугольными синусоидами”, при которых показания электродинамического вольтметра будут эквивалентны (адекватны) входным синусоидальным сигналам при одинаковых значениях СКЗ токов  $i_1(t)$  и  $i_2(t)$ .

## ЛИТЕРАТУРА

1. Камінський В.Ю., Коротков Б.В. Особливості метрологічної діяльності у сфері оборони // Український метрологічний журнал. – 2000. – №1. – С. 60.
2. Коротков Б.В., Черепков С.Т., Морозов О.О., Камінський О.В. Напрямок розвитку та удосконалення системи метрологічного забезпечення військ(сил) // Український метрологічний журнал. – 1997. – №3. – С. 47.
3. Чинков В.М. Основи метрології та вимірювальної техніки. – Харків: ХВУ, 2001. – 424 с.

Поступила 21.01.2001

**ЧИНКОВ Виктор Николаевич**, Заслуженный деятель науки и техники Украины, Заслуженный изобретатель Украины, доктор техн. наук, профессор, профессор ХВУ. В 1962 году окончил ХПИ. Область научных интересов – цифровая обработка информации и метрологическое обеспечение ВВТ.

**Каревик Александр Александрович** – нач. НИЛ НМЦ (Военных эталонов). В 1991 году закончил ВИРТА. Область научных интересов – метрологическое обеспечение ВВТ.