

## **ВОЗБУЖДЕНИЕ ХАОТИЧЕСКИХ РЕЖИМОВ В АВТОКОЛЕБАТЕЛЬНЫХ СИСТЕМАХ ВНЕПОЛОСНЫМИ ИМПУЛЬСНЫМИ СИГНАЛАМИ**

д.ф.-м.н. И.И. Магда, к.ф.-м.н. В.Е. Новиков,  
А.М. Горбань, Р.В. Шаповал

*Рассмотрена проблема возбуждения хаотических режимов в радиоэлектронных устройствах. При этом роль инициатора таких режимов играет внешнее малоамплитудное воздействие, обладающее сложно модулированной формой.*

**Введение.** Современное радиоэлектронное устройство (РЭУ) представляет собой сложную систему, обладающую многоуровневой иерархической организацией, динамика которой может иметь существенно нелинейный характер. В тоже время и современная электромагнитная обстановка становится все более и более сложной, в связи с чем работа РЭУ предполагает наличие массивованных потоков информации как между блоками РЭУ, так и между РЭУ и его электромагнитным окружением. Электромагнитная природа этих потоков определяет информационную природу взаимодействия внешних электромагнитных сигналов и радиоэлектронных устройств.

Результаты натуральных и численных экспериментов указывают на возможность возбуждения хаотического режима в сложном РЭУ при помощи импульсных воздействий [1, 2], т.е. существует возможность, не выходя за рамки штатного режима работы, существенно воздействовать на работу электронных устройств и *управлять ими на информационном уровне* с помощью сигналов со сложной информационной структурой и малой амплитудой.

Динамика системы при этом определяется “квазиаттрактором” – притягивающим множеством в фазовом пространстве системы, имеющим структуру странного аттрактора, и являющееся динамическим “ответом” системы на импульсное воздействие [3]. При этом штатный режим работы РЭУ (при отсутствии импульсного воздействия) может быть регулярным.

В основе предлагаемого подхода лежит представление о двух принципиально разных методах воздействия на РЭУ.

*Первый метод – “силовой”*, действие которого определяется амплитудными (энергетическими) характеристиками действующего сигнала. Эффективность таких воздействий определяется степенью функциональ-

ных нарушений работы РЭУ [4]. Принципиально другим подходом является *концепция информационного воздействия* [5]. Цели такого воздействия могут быть определены как управление, т.е. выведение РЭУ из штатного режима функционирования и перевод его в непредусмотренный режим работы (“хаотизация”) без нарушения при этом функциональной целостности и необратимых изменений элементной базы. Энергетические характеристики внешнего воздействия при этом могут быть на несколько порядков ниже пороговых.

Важность возбуждения квазихаотических состояний в РЭА для процессов тестирования аппаратуры связана с тем, что в этих состояниях система наиболее полно проявляет все свои возможные квазистационарные состояния, а это, в свою очередь, приводит к возможности (при соответствующем анализе отклика) получить наиболее полную информацию о системе.

Возможность влияния сигналов на аппаратуру определяется сложной временной структурой внешнего воздействия, если внешнее воздействие представляет собой аperiodический сложномодулированный сигнал.

Объединяя эти два подхода в понятие *эффективности* воздействия  $F$ , понимая под последним степень отклонения работы РЭУ от штатного режима, полагаем, что она может быть представлена как функция двух параметров

$$F = F(K, E),$$

где обобщенный параметр  $K$  определяется сложностью данного сигнала, а  $E$  – энергетическими характеристиками. Силовой подход характеризуется при этом  $K \cong 0$ , а  $E > E_k$ , где  $E_k$  определяется пороговыми характеристиками РЭУ. Нулевая сложность сигнала при таком методе воздействия ясна из того, что при этом пользуются, как правило, либо одиночным импульсом, либо периодической последовательностью импульсов.

В случае информационного воздействия в формуле для  $F$  аргументы принимают значения  $K > 0$ ,  $E \ll E_k$ . При этом в качестве сигнала может использоваться, например, сложномодулированная последовательность импульсов, получаемая из периодической с помощью процедуры “нарезки”, которая осуществляется ключом, управляемым сложным хаотическим процессом.

Естественно интерпретировать такой сигнал как бинарную последовательность, где “1” соответствует наличие импульса при  $t_n = nT$ , где  $T$  – период несущей периодической последовательности, а “0” – отсутствие (рис. 1). Такой подход дает возможность количественно определить сложность сигнала, используя формализм фрактальных бинарных последовательностей.

Таким образом, существует принципиальная возможность возбуждения нештатных, функциональных режимов сложных РЭУ, используя сложно-

дулированные “информационные” воздействия на основе беспучковых взрывомагнитных генераторов радиочастоты с плазменной антенной.

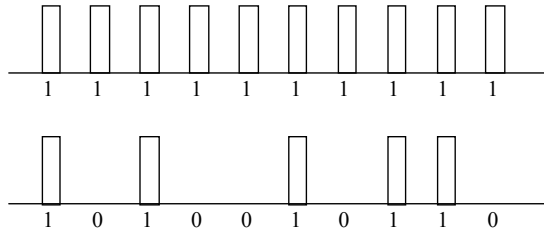


Рис. 1. Периодическая и фрактальная последовательности импульсов

**Целью данной статьи** является исследование возможных механизмов хаотизации.

**1. Хаос в автоколебательных системах под воздействием импульсных сигналов.** Проанализируем некоторые особенности хаотического поведения неавтономных автоколебательных систем, находящихся под воздействием внешних импульсных сигналов. Актуальность такого анализа обусловлена тем, что к необходимости изучения динамики неавтономных автоколебательных систем приводит целый ряд проблем радиофизики, электроники, радиотехники, биологии, в рамках которых учет импульсного воздействия может иметь практическую значимость. Так, например, неавтономные автоколебательные системы используются для описания свойств систем автоматической синхронизации, являющихся важными функциональными элементами приемно-усилительных трактов. Анализ устойчивости работы таких систем под воздействием детерминированных, и в частности, импульсных помех остается актуальной задачей при разработке новых устройств генерирования и оптимальной обработки радиосигналов. Анализ поведения автоколебательных систем при импульсном воздействии проведем на примере динамической системы Ван дер Поля-Дюффинга

$$\ddot{x} - \mu(1 - x^2)\dot{x} + \omega_0^2 x + \gamma x^3 = f(t), \quad (1)$$

где  $x$  – обобщенная координата системы и  $f(t)$  – внешний сигнал,  $\mu$  – коэффициент затухания колебаний,  $\gamma$  – коэффициент нелинейности колебаний (эффективная частота колебаний имеет квадратичную по амплитуде нелинейную компоненту:  $\omega^2 = \omega_0^2 + \gamma x^2$ ). Выбор в качестве исследуемых моделей динамических систем Ван дер Поля-Дюффинга оправдан их широким использованием для изучения процессов в автоколебательных системах.

Проанализируем особенности возникновения хаоса в этих системах под воздействием внешних импульсных сигналов различного вида.

**2. Хаос в автоколебательных системах под воздействием одиночных импульсных сигналов большой длительности.** При изучении возможности возбуждения хаоса под воздействием одиночного микроволнового импульса большой длительности  $\tau_p \gg T$  ( $\tau_p$  – длительность импульса и  $T$  – период колебаний в системе) с медленно изменяющейся амплитудой можно воспользоваться свойствами динамической системы при гармоническом внешнем воздействии  $f(t) = b \cos \omega t$ . При этом предполагается, что хаотические колебания в системе могут возбуждаться на время действия импульса. Теоретический анализ свойств динамической системы (1) позволяет выделить несколько потенциальных причин, на основе которых можно сделать вывод о возможности возникновения хаотических колебаний при гармоническом воздействии. К ним можно отнести возможность появления гомоклинической структуры при малых значениях  $\mu$  и  $b$ , и возникновение слоения отображения кольца в кольцо в режимах, близких к релаксационным.

Численные исследования динамики системы Ван дер Поля ( $\gamma = 0$ ) с гармоническим внешним сигналом показали возможность возникновения хаоса при автоколебаниях, близких к релаксационным, который реализуется, однако, только в узких интервалах промежуточных значений параметров  $\mu$ ,  $b$  [4]. В частности, существует странный аттрактор в (1) при значениях параметров  $\gamma = 0$ ;  $\mu = 3,0$ ;  $b = 2,5$ ;  $\omega = 2.7$ . Решение системы при этом представляет собой квазипериодические колебания, сопровождающиеся фазовыми сбоями.

Значительное увеличение области хаоса в пространстве параметров автоколебательной системы в случае гармонического воздействия происходит при учете в (1) неизохронности колебаний ( $\gamma \neq 0$ ). Проанализируем результаты исследований возможности появления хаоса в системе (1) под воздействием ВЧ импульсных сигналов большой длительности.

Численное моделирование поведения системы (1) при гармоническом воздействии показало, что появление неизохронности приводит к существованию в системе Ван дер Поля-Дюффинга развитых стохастических режимов и широкой гаммы бифуркационных явлений. Исследование характеристик хаотических колебаний в этой системе проводилось численными методами на основе анализа временных реализаций, фазовых портретов, отображений сдвига, максимального ляпуновского характеристического показателя, спектров мощности и однопараметрических диаграмм динамических режимов [1, 5]. В качестве примера рассмотрим качественный характер поведения системы (1) в зависимости от амплитуды внешнего периодического сигнала для выделенных значений параметров сис-

темы (1) ( $\mu = 0,818$ ;  $\omega_0 = 0$ ;  $\gamma = 1$ ;  $\omega = 2,35$ ). При отсутствии внешнего сигнала в системе наблюдаются автоколебания. Введение внешнего воздействия вызывает конкуренцию колебаний двух типов: с частотой автоколебаний и частотой внешнего сигнала. С увеличением амплитуды сигнала сначала следуют узкие зоны синхронизованных колебаний с периодами, равными периодам субгармоник внешнего сигнала. Между интервалами значений параметров, соответствующих резонансам, вначале следуют области резонансов высоких порядков и квазипериодических колебаний, которые затем сменяются областями хаоса, а после некоторого критического значения амплитуды внешнего воздействия  $b > 2,9$  следует широкая область стохастических колебаний. При больших значениях амплитуды  $b > 4,25$  внешнего сигнала в системе реализуется режим синхронизации на основном тоне [2]. Анализ поведения динамической системы (1) при  $\omega_0 \neq 0$  показал, что это уравнение в широкой области параметров  $\mu$ ,  $\gamma$ ,  $\omega$ ,  $b$  имеет хаотическое решение с широким спектром, причем хаос возникает в результате образования и разрушения двумерных торов. Характерным условием возникновения хаотических колебаний в автоколебательных системах под воздействием гармонического сигнала является близость амплитуды внешнего сигнала к границе полосы синхронизации. Важное свойство динамики системы (1) заключается в неединственности колебательных режимов в широких интервалах параметров внешнего сигнала и связанными с ней гистерезисными явлениями. Соответствующее этому существование в фазовом пространстве нескольких притягивающих множеств, которые могут отвечать как регулярному, так и стохастическому состоянию системы, как будет показано ниже, может иметь важное значение при изучении возможности возбуждения хаотических колебаний одиночными импульсами малой длительности.

При анализе возможности возникновения хаоса в автоколебательных системах, находящихся под воздействием видеоимпульсов большой длительности с медленно изменяющейся амплитудой, можно положить, что на вход системы подается постоянное смещение. Действие импульсного сигнала при этом будет сводиться к перенормировке параметров динамической системы. Анализ показывает, что в случае, когда на вход автоколебательной системы (1) подается только постоянный сигнал, хаотизации движения не происходит [5]. Поэтому в дальнейшем будет рассмотрена возможность возникновения хаоса в системе (1) при совместном воздействии на нее гармонического и постоянного сигналов ( $f(t) = b \cdot \cos(\omega t) + E$ ). Параметры гармонического сигнала выбираются таким образом, чтобы динамическая система в отсутствие видеоимпульса была синхронизована внешним гармоническим сигналом. Задача в

такой постановке может быть интересна с точки зрения анализа устойчивости систем автоматической синхронизации.

Уравнение, описывающее динамику системы Ван дер Поля-Дюффинга (1) под воздействием гармонического и постоянного сигналов при  $\omega_0 = 0$  и  $E < 1$ , с помощью замены [6]:

$$x = y\sqrt{1-E^{2/3}} - E^{1/3}$$

можно свести к виду

$$\ddot{y} - \tilde{\mu} \left(1 - ay - y^2\right) \dot{y} + \tilde{\omega}_0^2 y + \xi y^2 + \tilde{\gamma} y^3 = \tilde{b} \cos \omega t \quad (2)$$

с параметрами

$$\begin{aligned} \tilde{\mu} &= \mu \left(1 - E^{2/3}\right); & \alpha &= \frac{2E^{1/3}}{\sqrt{1-E^2}}; & \omega_0^2 &= 3\gamma E^{2/3}; \\ \xi &= 3\gamma E^{1/3} \sqrt{1-E^{2/3}}; & \tilde{\gamma} &= \gamma \left(1 - E^{2/3}\right); & \tilde{b} &= \frac{b}{\sqrt{1-E^{2/3}}}. \end{aligned}$$

Как видно из (2) при включении постоянного смещения функция, определяющая нелинейные диссипативные свойства в системе, становится несимметричной относительно замены  $y \rightarrow -y$ . В качестве примера приведем данные о хаотических колебаниях в системе (1) при совместном воздействии гармонического сигнала и прямоугольного импульсного сигнала с амплитудой  $E = -0.99$ . Параметры гармонического сигнала и системы приведены на рис. 2, 3. До начала действия импульса система находилась в режиме регулярных колебаний с частотой  $\omega_m \approx 1,65$ , находящейся в отношении 3/5 к частоте внешнего воздействия. На рис. 2 представлен график зависимости от времени разности координат системы (1) в отсутствие и при наличии импульса.

Как видно из рис. 2, колебания имеют случайный характер и соответствуют положительному значению старшего показателя Ляпунова  $\lambda_1 \approx 0,17$ . Хаотический процесс носит чисто вынужденный характер, и после окончания действия импульса разность координат двух систем уменьшается. На рис. 3 приведен график мощности спектра реализации  $x(t)$ , вид которого характерен для хаотических процессов. Отметим также, что, как видно из этого графика (рис. 3), при подаче на вход системы видеоимпульса происходит смещение основной частоты колебаний  $\omega_m \approx 1,6$ .

На основе полученных результатов можно сделать вывод о возможности возникновения хаотических колебаний в автоколебательной системе, синхронизованной гармоническим сигналом, при воздействии внешнего видеоимпульса большой длительности.

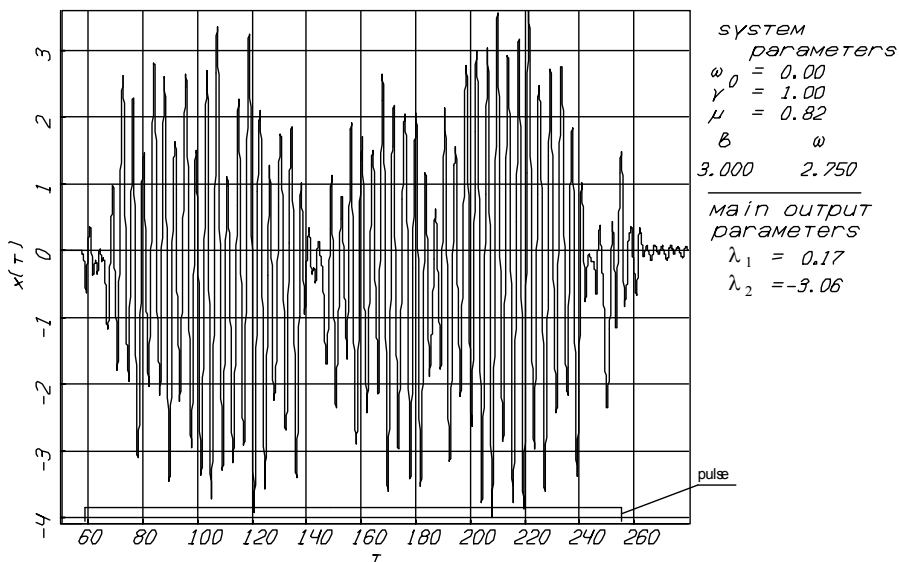


Рис.2. Зависимость от времени разности координат системы при наличии и в отсутствие импульсного сигнала

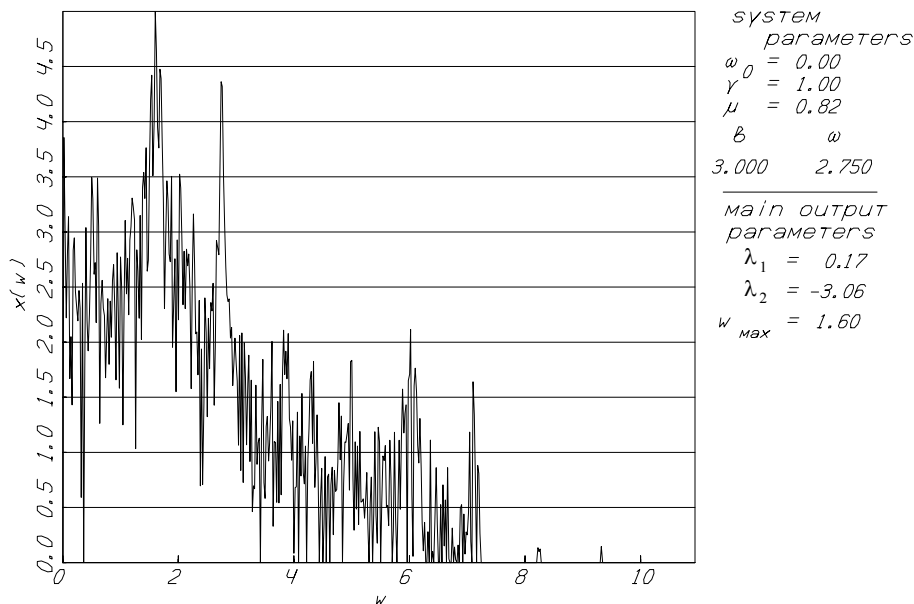


Рис. 3. График мощности спектра реализации  $x(t)$  при наличии импульсного сигнала

С помощью численных методов проводились также исследования возможности возникновения хаотических колебаний при совместном воздействии постоянного и гармонического сигналов. В результате были обнаружены странные аттракторы и сопутствующие им бифуркационные явления.

**3. Хаос в автоколебательных системах под воздействием импульсных сигналов малой длительности.** При анализе возможности возбуждения хаотических колебаний под воздействием импульсных сигналов малой длительности  $\tau_p \ll T$  можно предположить, что под действием импульса происходит скачок обобщенной скорости динамической системы, и после импульсного воздействия система совершает свободные колебания с новыми начальными условиями. Возбуждение хаотических колебаний при этом может быть следствием сложной структуры фазового пространства системы. Так, в случае, когда фазовое пространство содержит несколько притягивающих множеств с различным характером колебаний, динамическая система под действием импульсного сигнала может быть переброшена из области регулярного движения в область хаотических колебаний. Как упоминалось выше такой сложной структурой фазового пространства обладает неавтономная автоколебательная система Ван дер Поля-Дюффинга (1) при гармоническом воздействии. Для проверки возможности перевода системы (1) импульсным сигналом малой длительности в хаотическое состояние были проведены численные исследования.

В ходе численного эксперимента параметры системы и гармонического сигнала выбирались таким образом, что до начала действия импульсного сигнала, система находилась на устойчивом предельном цикле, соответствующем синхронным колебаниям на частоте внешней силы. Зависимость амплитуды импульсного сигнала от времени предполагалась гауссовой. В зависимости от амплитуды и фазы импульсного сигнала система либо оставалась на предельном цикле, либо переводилась в область хаотических колебаний. На рис. 4 показан график зависимости от времени координаты системы  $x(t)$  и зависимость от времени импульсного сигнала в случае, когда такой сигнал переводит систему в режим хаотических флуктуаций, а также параметры системы и гармонического сигнала. Как видно из рисунка, до включения импульсного сигнала система совершает устойчивые регулярные колебания. Амплитуда этих колебаний выше амплитуды хаотических колебаний, что связано со структурой фазового пространства исследуемой динамической системы. Значение максимального характеристического показателя, соответствующего хаотическим флуктуациям, находилось в пределах  $\lambda_1 = (0,2 \div 0,28)$  в зависимости от амплитуды и фазы импульсного сигнала. На рис. 5 изображен спектр мощности реализации, приведенной на рис. 4.



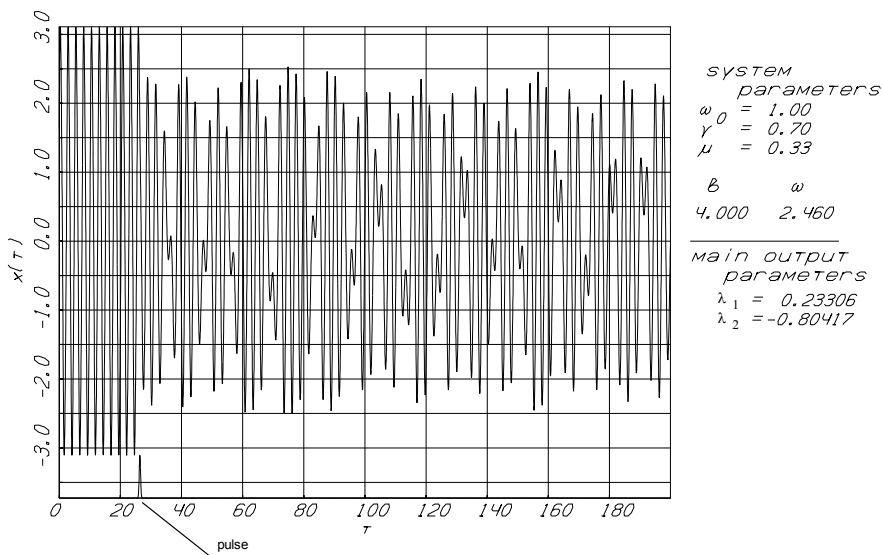


Рис. 4. График зависимости  $x(t)$  и зависимость от времени импульсного сигнала

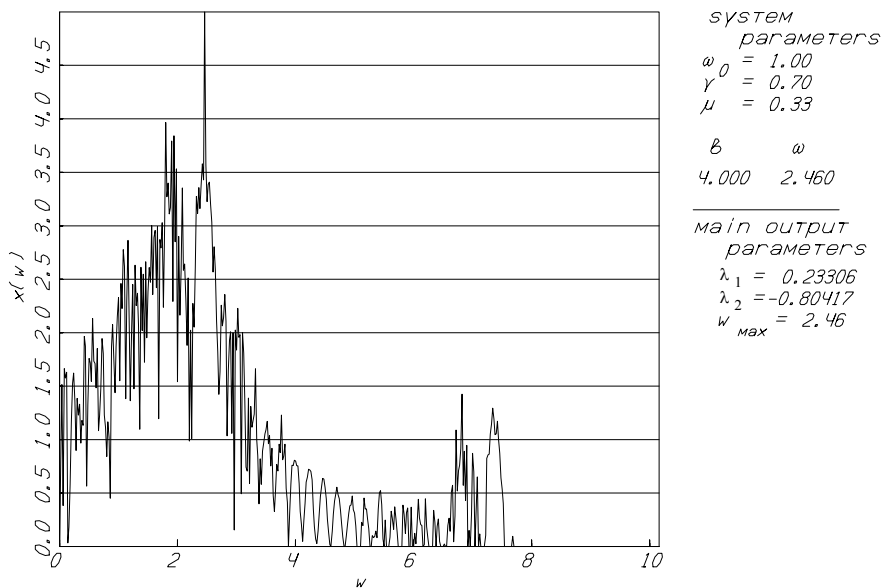


Рис. 5. Спектр мощности реализации  $x(t)$ , изображенной на рис. 4

Как видно из рис. 5, несмотря на переход в хаотический режим, колебания на частоте внешней силы дают максимальный вклад в спектр мощности реализации.

В случае воздействия одиночных импульсных сигналов малой длительности на неавтономную систему Ван дер Поля-Дюффинга (1) вследствие относительной простоты структуры фазового пространства системы возникновения хаотических колебаний не наблюдается.

Таким образом, воздействие импульсных сигналов малой длительности на динамические системы со сложной структурой фазового пространства может привести к переходу системы в хаотическое состояние. Интерес представляет также изучение особенностей воздействия импульсных сигналов малой длительности на автоколебательные системы, находящиеся в режиме хаотических колебаний. Такой интерес может быть связан с возможностью использования импульсных сигналов для управления режимами колебаний различных автоколебательных систем. Для изучения этих вопросов были проведены численные исследования. При численном анализе исследовалась автоколебательная система, состоящая из усилительного элемента, с выхода которого колебания подаются на его вход через цепь, содержащую дифференцирующее устройство, фильтр второго порядка, линию задержки и фильтр первого порядка. С учетом внешнего воздействия дифференциальные уравнения такой системы будут иметь вид:

$$\ddot{x} + \left(\frac{\omega_0}{Q}\right)\dot{x} + \omega_0^2 x = \omega_0^2 \left(\frac{1}{\sigma} \frac{d}{dt} F(y) + f(t)\right); \quad (3)$$

$$\delta \dot{y} + y = x(t - \tau),$$

где  $\omega_0$ ,  $Q$  – собственная частота и добротность колебательного контура;  $\sigma$ ,  $\delta$  – постоянные времени дифференцирующего элемента и фильтра первого порядка;  $\tau$  – время запаздывания в линии задержки;  $F(y)$  – функция, определяющая нелинейные свойства системы. При отсутствии запаздывания ( $\tau = 0$ ), инерционности ( $\delta = 0$ ) и кубической характеристики нелинейного элемента уравнения (4) переходят в уравнение Ван дер Поля-Дюффинга (1).

В качестве входного сигнала в системе (3) использовался одиночный импульс, вид которого определяется выражением

$$f(t) = 0.25\beta [1 + \text{th}(t - t_0)][1 - \text{th}(t - (\tau_0 + t_0))],$$

где  $\tau_0$  – длительность импульса;  $t_0$  – момент начала воздействия. Для описания нелинейной характеристики усилительного элемента использовалась функция

$$F(y) = B(y + \alpha)^n \exp(- (y + \alpha)),$$

где  $B$  – коэффициент усиления,  $\alpha$  – постоянная смещения характеристики усилителя, коэффициент  $n$  выбирался равным 2 или 4. При  $n = 2$  характеристика соответствует мягкому возбуждению колебаний, а при  $n = 4$  – жесткому. Такой выбор нелинейной характеристики определяет мягкий характер возбуждения автоколебаний в генераторе. Динамическая система (4) при  $f(t) = 0$  обладает сложной динамикой и может находиться как в детерминированном, так и в хаотическом режимах. Детерминированные колебания наблюдаются при малой задержке и относительно высокой добротности, а хаотические колебания возникают при увеличении задержки в цепи обратной связи, уменьшении добротности и увеличении параметра усиления, что при выбранной нелинейности обеспечивает возможность возбуждения многих мод и их асинхронное взаимодействие. Так хаотическое состояние в автономной системе (4) реализуется при следующем выборе параметров:  $\sigma = 1$ ;  $\tau = 10$ ;  $Q = 2$ ;  $\omega = 1$ ;  $\alpha = 1,2$ ;  $\delta = 0,1$ . Анализ численных результатов показывает, что даже слабое воздействие (малые амплитуды импульсного сигнала) на хаотические колебания приводит к непредсказуемому результату – реализации с учетом и без воздействия существенно различаются. Это находится в соответствии с тем, что в генераторе хаотических колебаний малое изменение начальных условий приводит к большим расхождениям в траекториях движения.

В случае сильного воздействия реализация неавтономных колебаний также отличается от реализации автономных колебаний, причем по реализации сложно определить, в каком случае ее изменение обусловлено сильным воздействием, а в каком слабым. При жесткой характеристике, когда возбуждение хаотических колебаний автономно не происходит, с помощью внешнего импульса возможно либо генерирование отдельного цуга стохастических колебаний, либо перевод системы в хаотическое состояние.

**Выводы.** Таким образом, на основе проведенных исследований можно сделать вывод, что при хаотических автоколебаниях, воздействие одиночного импульса приводит к существенным изменениям колебательного процесса. После воздействия хаотические автоколебания непредсказуемо отличаются от наблюдающихся при автономном режиме.

**Заключение.** В работе показана возможность возбуждения масштабного хаоса в колебательных системах радиоэлектронных устройств при помощи сигналов с малой амплитудой и сложной временной структурой.

Рассмотрены новые механизмы возбуждения хаоса в радиоэлектронных устройствах. Эти механизмы основаны, с физической точки зрения, на нестационарности граничных условий и рассогласовании элементов РЭУ. Важной особенностью этих механизмов является то, что они могут проявляться для сигналов малой амплитуды.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Магда И.И., Гадецкий Н.П., Скачек Г.В., Болотов В.Н., Денисов С.В., Новиков В.Е., Ткач Ю.В. *Нелинейная динамика и возбуждение хаоса в чувствительных СВЧ приемных устройствах в условиях электромагнитных помех ультракороткой длительности / Материалы 7-й Международной Крымской микроволновой конф., 15 – 17 октября 1997. – Севастополь, Украина. – 1997. – С. 260 – 261.*
2. Заславский Г.М. *Стохастичность динамических систем.* – М.: Наука, 1984.
3. Massopust P.R.. *Fractal Functions, Fractal Surfaces, and Wavelets.* – Academic Press, San Diego, 1995. – 540 p.
4. Дмитриев А.С., Кислов В.Я. *Стохастические колебания в радиофизике и электронике.* – М.: Наука, 1989. – 342 с.
5. Болотов В.Н., Денисов С.В., Новиков В.Е., Ткач Ю.В. *Информационная концепция возбуждения хаоса в радиоэлектронных устройствах / Материалы 7-й Международной Крымской микроволновой конф., 15 – 17 октября 1997. – Севастополь, Украина, 1997. – С. 62 – 68.*
6. Шарковский А.Н., Майстренко Ю.Л., Романенко Е.Ю. *Разностные уравнения и их приложения.* – К.: Наук. думка, 1986.– 388 с.

Поступила 30.01.2003

**МАГДА Игорь Иванович**, доктор физико-математических наук, начальник лаборатории ХФТИ. В 1975 г. окончил физфак ХГУ. Область научных интересов – радиофизика, плазменная физика, физика пучков, генераторы СВЧ излучений.

**НОВИКОВ Валерий Евгеньевич**, кандидат физико-математических наук. В 1972 г. окончил физфак ХГУ. Область научных интересов – кинетическая теория газовой и твердотельной плазмы, взаимодействие электромагнитных волн с плазмой, генераторы СВЧ излучений.

**ГОРБАНЬ Анатолий Михайлович**, инженер лаборатории ХФТИ. В 1985 г. окончил физико-технический факультет ХГУ. Область научных интересов – плазменная физика, генераторы СВЧ излучений.

**ШАПОВАЛ Роман Владимирович**, адъюнкт очной адъюнктуры ХВУ. В 1992 г. окончил ХВВКИУ им. Крылова Н.И., в 2000 г. ХВУ (факультет подготовки командно-штабного и руководящего инженерного состава). Область научных интересов – генераторы СВЧ колебаний, взаимодействие электромагнитных волн с плазмой.