

КРИТЕРІЇ ТА ПОКАЗНИКИ ЕФЕКТИВНОСТІ АНАЛІТИЧНИХ ЙМОВІРНІСНИХ ІНФОРМАЦІЙНО-ВИМІРЮВАЛЬНИХ СИСТЕМ

к.т.н. В.В. Хижняк
(подав д.т.н., проф. В.П. Деденок)

Розглядаються можливості отримання оцінок якості і прогнозування основних технічних і метрологічних характеристик аналітичних ймовірнісних інформаційно-вимірювальних систем за результатами моделювання.

Постановка проблеми та аналіз літератури. Створення інтелектуальних інформаційно-вимірювальних систем (ІВС), що дають змогу проводити вимірювання, обробку і подання результатів, моделювання та оптимізацію роботи системи і об'єкта, обумовлює вимоги до математичних моделей ІВС, які складають основу процесу дослідження, проектування і оптимізації системи та забезпечують можливість оперативної оцінки проектних рішень і цільових функцій при реалізації оптимізаційних процедур.

Математична модель сигналу установлює відповідність між будь-яким моментом часу та величиною сигналу. Загалом, інформація в ІВС переноситься вимірювальними сигналами різної фізичної природи: в більшості випадків – електромагнітними, рідше – оптичними, акустичними тощо. Найбільш зручною моделлю для ймовірнісного опису перетворення інформативних параметрів вимірювальних сигналів в ІВС є квазидетермінована модель сигналу. Будь-яке моделювання припускає “виділення суттєвого із множини несуттєвого” [1], тому квазидетермінована модель, що розглядає сукупність детермінованих сигналів заданого виду із випадковими параметрами, найбільш відповідає випадку, коли один інформативний параметр функціонально пов'язаний з вимірювальною величиною (загалом, випадковий) переносить необхідну для нас інформацію про вимірювальну величину, решта ж, хоч також переносить корисну інформацію, але нами не розглядаються при даній побудові системи. Перетворення інформативних параметрів визначає структурну схему системи, тому інформативний параметр має бути виділений і послужити основою для побудови математичної моделі системи [2 – 4]. Самі ж інформативні параметри, як і вимірювальні величини, представляють собою випадкові процеси.

Мета статті та постановка завдання. Нехай H – гільбертовий простір сигналів і A – сигма-алгебра. Ймовірнісна міра P на $[H, A]$ є число-

вою функцією, що задовольняє аксіомам теорії ймовірностей, сформульованим Колмогоровим [5]. Тоді трійка $[H, A, P]$ визначає метричний імовірнісний простір сигналів, на якому задано сімейство випадкових величин X , що є випадковими процесами.

Одним із головних питань при побудові ймовірнісних моделей систем є рівень деталізації. Найбільш повно випадкові процеси описуються багатомірними законами розподілення щільності ймовірності

$$f_{x_1 \dots x_n} [x_1(t_1), x_2(t_2), \dots, x_n(t_n)],$$

де $x_1(t_1), x_2(t_2), \dots, x_n(t_n)$ – реалізації випадкового процесу в різних моментах часу.

Якщо ми оперуємо зі стандартними процесами, то для будь-якого інтервалу часу τ справедливе рівняння

$$f_{x_1 \dots x_n} [x_1(t_1), \dots, x_n(t_n)] = f_{x_1 \dots x_n} [x_1(t_1 + \tau), \dots, x_n(t_n + \tau)]. \quad (1)$$

В подальшому, без спеціальних застережень, мова буде йти про стаціонарні випадкові процеси, що дозволяють з достатньо високою точністю для більшості практичних випадків описувати сталі процеси перетворення інформативних параметрів вимірювальних сигналів в системі. У більшості випадків при моделюванні динамічних систем необхідно оцінювати ймовірнісні характеристики в будь-який момент часу перехідного процесу, тобто розглядати нестационарний випадковий процес.

Оперувати при побудові моделей з n -мірними щільностями ймовірностей практично неможливо через надзвичайно складні їх подання та описи перетворень багатомірних законів розподілення в системі. Тому однією з головних задач є визначення необхідного рівня деталізації моделювання та вибір ймовірнісних характеристик, відносно яких проводиться побудова моделей ІВС.

Аналіз критеріїв та показників ефективності ІВС. Серед найбільш часто вживаних критеріїв та показників ефективності ІВС можна виділити метрологічні та технічні характеристики, оцінка яких регламентована державними стандартами [6, 7]: закони розподілу щільностей ймовірності результату вимірювання, похибок від впливаючих факторів і відповідні кореляційні функції (для вимірюючих систем); ймовірність виконання задачі ІВС, достовірність (для систем контролю та діагностики) тощо. Іншу важливу групу оцінок складають узагальнені функціонально-статистичні, інформаційні та інформаційно-енергетичні критерії, прикладами яких можуть служити кількість вимірювальної інформації, інформаційний коефіцієнт корисної дії [8, 9], функціонально-статистичний критерій І.В. Кузьміна [10], інформаційно-енергетичні критерії П.В. Новицького [11] тощо. Для визна-

чення цих характеристик достатнім є опис процесу парою функцій:

$$\{f_x(x), K_x(t_1, t_2)\}, \quad (2)$$

де $f_x(x)$ – одномірний закон розподілу значень випадкового процесу x ; $K_x(t_1, t_2)$ – його кореляційна функція, що характеризує зв'язок значень x в різні моменти часу t_1 і t_2 .

При цьому

$$K_x(t_1, t_2) = \overline{[x(t_1) - \bar{x}(t_1)] [x(t_2) - \bar{x}(t_2)]} \quad (3)$$

(риска вгорі – усереднення по множині реалізацій випадкового процесу).

Для стаціонарних випадкових процесів

$$K_x(t_1, t_2) = K_x(t_2 - t_1) = K_x(\tau).$$

Розглянута функція $f_x(x)$ загалом представляє собою закони розподілу щільності ймовірності, що характеризує аналоговий випадковий сигнал, коли множина моментів часу континуальна або випадковий сигнал з дискретним часом, але континуальним простором станів. У випадку цифрового сигналу, коли множина можливих значень (простір станів) дискретного сигналу кінцева або рахункова, розглядається розподіл імовірностей x :

$$P_x(x_i) \text{ або } P_x(i), \quad x_i \in X, \quad \{i = 1, \dots, n\}. \quad (4)$$

Тоді замість (2) необхідно використовувати пару функцій

$$\{P_x(i), K_x(\tau)\}, \quad (5)$$

де τ – дискретний час

$$\tau = \tau(j) = \tau_j, \quad \{j = 1, \dots, l\}.$$

В подальшому, кажучи “закон розподілу”, ми будемо мати на увазі $f_x(x)$ або $P_x(i)$ в залежності від виду випадкового сигналу. Слід відмітити, що вимірювані величини та впливаючі фактори в більшості випадків аналогові, рідше – дискретні.

В табл. 1 наведені приклади визначення показників якості та ефективності ІВС через пару функцій (2) або (5), а на рис. 1 – їх схеми обчислень. При цьому використані позначки, які відповідають прийнятим на узагальненій структурній схемі ІВС (рис. 2), де $x_i \in X$, $\{i = 1, \dots, n\}$ – множина величин, що вимірюються; $y_j \in Y$, $\{j = 1, \dots, m\}$ – множина результатів вимірювання; $z_k \in Z$, $\{k = 1, \dots, l\}$ – множина впливаючих факторів; $q_r \in Q$, $\{r = 1, \dots, P\}$ – множина суджень, показників, критеріїв, що визначаються в залежності від функціонального призначення ІВС: вимірювання, контролю, діагностики, розрахунку, керування (в цьому випадку використовуються пристрої вироблення керованих впливів).

Приклади визначення показників якості та ефективності ІВС

№ з/п	Критерій, показники	Формули для оцінки
1	Кількість вимірювальної інформації	$I = H(Y) - H\left(\frac{Y}{X}\right) = \int_{-\infty}^{\infty} f_x(x) \int_{-\infty}^{\infty} f_y\left(\frac{y}{x}\right) \times \\ \times \log f_y\left(\frac{y}{x}\right) dy dx - \int_{-\infty}^{\infty} f_y(y) \log f_y(y) dy$
2	Інформаційний коефіцієнт корисної дії	$K_i = I/H_x = I \int_{-\infty}^{\infty} f_x(x) \log f_x(x) dx$
3	Інформаційно-енергетичний коефіцієнт корисної дії	$\eta_{ie} = \frac{4E_{ш} \exp(2I)}{P_x T}$
4	Енергетичний поріг чутливості	$C_{еп} = \frac{E_{ш}}{\eta_{ie}} = \frac{P_x T}{4 \exp(2I)}$
5	Інформаційно-енергетична добротність	$q_{ie} = (2I + \ln 4E_{ш}) / (2I + \ln 4E_{ш})$
6	Швидкість передачі інформації	$C = I / (T_{вим} + T_{кор})$
7	Інформаційна здатність	$N = \exp I$
8	Ентропійна похибка	$\Delta_{ey} = \frac{1}{2} \exp \left\{ - \int_{-\infty}^{\infty} f_y \left[\frac{y-x}{x} \right] \log f_y \left[\frac{y-x}{x} \right] dy \right\}$
9	Ймовірність помилки першого роду (при виконанні ІВС функції контролю)	$P_I = \int_{-\infty}^{\infty} f_x(x) \int_{x_1}^{x_2} f_y\left(\frac{y}{x}\right) dy dx + \int_{x_2}^{\infty} f_x(x) \int_{x_1}^{x_2} f_y\left(\frac{y}{x}\right) dy dx$
10	Ймовірність помилки другого роду	$P_{II} = \int_{x_1}^{x_2} f_x(x) \left[\int_{-\infty}^{x_1} f_y\left(\frac{y}{x}\right) dy + \int_{x_2}^{\infty} f_y\left(\frac{y}{x}\right) dy \right] dx$
11	Ймовірність виконання задачі ІВС	$P = 1 - P_{II} \int_{x_1}^{x_2} f_x(x) dx + P_I \left[1 - \int_{x_1}^{x_2} f_x(x) dx \right]$
12	Функціонально-статистичний критерій І.В. Кузьміна	$E = \frac{1/C_p}{(\log \Delta x / 2\Delta_{\xi}) / C_n}$

Примітка: E_m – енергія термодинамічної похибки; P_x – потужність сигналу впливу; Δ_x – діапазон виміру X ; Δ_{ξ} – похибка, що рівномірно розподілена в діапазоні $(-\Delta_{\xi}; +\Delta_{\xi})$; C_p – вартість реальної ІВС; C_n – вартість потенційної ІВС; T – швидкодія ІВС; a, b – межі допуску X .

Якщо у дослідника (оператора, проектувальника) ІВС або в складі автоматизованої системи прийняття рішень є система моделювання, з використанням якої можна оцінити $f_y(y)$, $f_{y/x}(y/x)$, $K_y(\tau)$, $K_{y/x}(\tau)$, $f_{y/z}((y-x)/z)$,

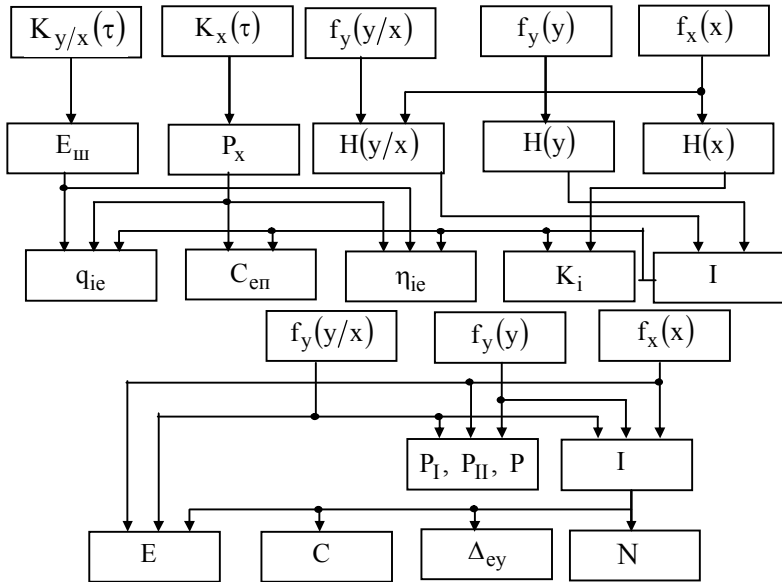


Рис. 1. Схеми обчислень показників якості та ефективності

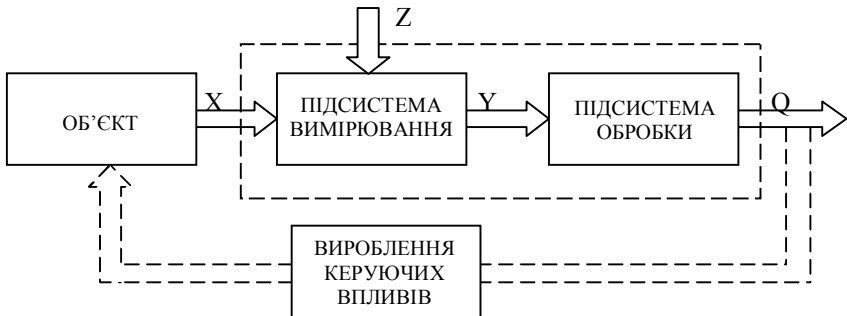


Рис. 2. Узагальнена структурна схема інформаційно-виміральної системи

$K_{y/z}(\tau)$ тощо, змінюючи при цьому тільки постановку задачі моделювання, то легко, використовуючи відомі співвідношення та обчислювальні схеми із табл. 1, визначити широкий спектр критеріїв та показників ефективності ІВС. При цьому автором статті не ставиться задача вибрати будь-який критерій або довести переваги одних критеріїв над іншими

(цим питанням присвячена велика кількість досліджень [8 – 11], а вибирається той необхідний рівень деталізації ймовірнісних моделей, який, з одного боку, дозволив би в багатьох випадках оцінити різні критерії та показники ІВС, а з іншого – був би зручним з точки зору практичної реалізації програмних моделей.

Необхідно відмітити, що в таблиці розглянутий випадок одномірних ІВС, коли вимірювана величина, впливаючі фактори та результат вимірювання безперервні випадкові величини. Для багатомірних ІВС можна отримати аналогічні співвідношення або вести мову про вектор показників і критеріїв. Якщо мова йде про дискретні процеси, то співвідношення будуть аналогічними. Наприклад, X – безперервна, а Y – цифрова, що часто має місце в аналого-цифрових системах, тоді кількість інформації визначається таким чином:

$$I = H(Y) - H\left(\frac{Y}{X}\right) = \int_{-\infty}^{\infty} f_X(x) \left\{ \sum_{i=1}^n P_{Y/X}(y_i, x) \log P_{Y/X}(y_i, x) \right\} dx - \sum_{i=1}^n P_Y(y_i) \log P_Y(y_i), \quad (6)$$

де $P_Y(y_i)$ і $P_{Y/X}(y_i, x)$; $x \in X$, $\{i = 1, \dots, n\}$.

Помилки першого та другого роду дорівнюють:

$$P_I = \int_{-\infty}^{x_1} f_X(x) \left\{ \sum_{i=1}^{i_2} P_{Y/X}(y_i, x) \right\} dx + \int_{x_2}^{\infty} f_X(x) \left\{ \sum_{i=1}^{i_2} P_{Y/X}(y_i, x) \right\} dx; \quad (7)$$

$$P_{II} = \int_{x_1}^{x_2} f_X(x) \dots \left\{ \sum_{i=1}^{i-1} P_{Y/X}(y_i, x) + \sum_{i=i_2+1}^n P_{Y/X}(y_i, x) \right\} dx,$$

де $\exists y_{i_1} = y_i \in Y\left(\min_{1 \leq i \leq n}(y_i > x_1)\right)$, $\exists y_{i_2} = y_i \in Y\left(\max_{1 \leq i \leq n}(y_i > x_2)\right)$.

Важливою характеристикою випадкових процесів є двомірний закон розподілу щільності ймовірності

$$f_{x_1 x_2}(x_1, x_2, \tau) = f_{x_1}[x_1(t)] f_{x_2}[x_2(t + \tau)/x_1(t)], \quad (8)$$

де $f_{x_2}[x_2(t + \tau)/x_1(t)]$ – умовна щільність ймовірності перебільшення значення x_2 функцією X у момент часу $t + \tau$, якщо в момент часу t зафіксовано значення x_1 . Двомірний розподіл є вичерпною характеристикою багатьох розповсюджених на практиці випадкових процесів, наприклад, гаусівського (нормального), марківського випадкових процесів, випадкового процесу із незалежними приростами тощо. Питання оцінки двомірного розподілу представляє собою надзвичайно важливу та складну задачу. Складність її визначається тим, що без знаходження $f_{x_1 x_2}(x_1, x_2, \tau)$ неможливо промодельовати перетворення пари функцій (2) в різних перетворюва-

чах ІВС (виключаючи найпростіший випадок лінійного статистичного перетворення), а складність полягає в тому, що аналітично точно описати двомірний розподіл за парою функцій (2) можна тільки для декількох випадків (наприклад, розподілення Гауса [12]).

Висновок та напрям подальших досліджень. Розглянуто можливість отримання оцінок якості і прогнозування основних технічних і метрологічних характеристик аналітичних ймовірнісних інформаційно-вимірювальних систем за результатами моделювання з визначенням необхідного півня деталізації у випадку одномірних ІВС. Задача апроксимації двомірних розподілень по (2) є перспективним напрямом досліджень проектування та побудови аналітичних ймовірнісних ІВС.

ЛІТЕРАТУРА

1. Пешель М.И. *Моделирование сигналов и систем.* – М.: Мир, 1981. – 300 с.
2. Орнатский П.П. *Теоретические основы информационно-измерительной техники.* – К.: Вища школа, 1983. – 455 с.
3. Орнатский П.П. *Особенности методологии измерений // Измерительная техника.* – 1988. – № 6. – С. 3 – 4.
4. Орнатский П.П. *Эмпирическая информация, информатика и средства создания информации // Приборы и системы управления.* – 1989. – № 12. – С. 14 – 16.
5. Колмогоров А.Н. *Основные понятия теории вероятностей.* – М.: Наука, 1974. – 119 с.
6. ГОСТ 8009-89. *Нормируемые метрологические характеристики средств измерений.* – М.: Изд-во стандартов, 1989.
7. ГОСТ 8011-89. *Способы представления результатов измерений.* – М.: Изд-во стандартов, 1989.
8. Кавалеров Г.И., Мандельштам С.М. *Введение в информационную теорию измерений.* – М.: Энергия, 1974. – 375 с.
9. Рабинович В.И., Цапенко М.П. *Информационные характеристики средств контроля и измерений.* – М.: Энергия, 1968. – 44 с.
10. Новицкий П.В. *Основы информационной теории измерительных устройств.* – М.: Энергия, 1967. – 248 с.
11. Кузьмин И.В. *Оценка эффективности и оптимизации АСКУ.* – М.: Сов. радио, 1971. – 296 с.
12. Кэнделл М.Дж., Стюарт А. *Теория распределений.* – М.: Наука, 1968. – 900 с.

Надійшла 14.01.2003

ХИЖНЯК Володимир Віталійович, кандидат технічних наук, старший науковий співробітник, начальник науково-організаційного відділу – заступник начальника Воєнно-наукового управління Генерального штабу Збройних Сил України. Область наукових інтересів – метрологічне забезпечення озброєння та військової техніки, аналіз та моделювання складних систем.