

## РЕКУРРЕНТНЫЙ МЕТОД ФОРМИРОВАНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ВЫРАЖЕНИЙ ДЛЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ ВАРИАНТОВ НЕРАЗРЕШЕНИЯ КОСМИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ, ВХОДЯЩИХ В КАТАЛОГ КОСМИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ

С.В. Логачев

(представил д.т.н., проф. В.П. Деденок)

*Представлен рекуррентный метод формирования математических выражений для вероятностей вариантов неразрешения космических объектов (КО), входящих в каталог космических объектов (ККО), позволяющий решать задачу совместной идентификации измерений, полученных при сопровождении группы КО, с учетом возможного неразрешения последних, а также позволяющий в значительной мере сократить время решения данной задачи.*

**Введение.** В настоящее время широкое распространение получают космические системы, группировки которых включают в себя десятки космических аппаратов (КА). Сопровождение близкорасположенных космических объектов (КО) представляет собой одну из сложнейших проблем автоматизации процессов вторичной обработки радиолокационной информации.

**Постановка проблемы** состоит в том, что при обнаружении или сопровождении КО возможно перекрытие стробов сопровождения и отметки, полученные от наблюдаемых КО и попадающие в данные стробы, могут находиться в области перекрытия [1]. Поэтому, наряду с традиционной задачей уточнения параметров траектории сопровождаемых объектов, в процессе обработки радиолокационной информации возникает сложная задача идентификации и селекции отметок с целью выбора одной из них для обновления параметров траектории на очередном такте наблюдения. При этом требования к качеству и оперативности решаемой задачи зачастую крайне высоки.

**Анализ литературы** показал, что алгоритм идентификации на основе многогипотезной модели идентификации данных (ММИД) [1, 2], алгоритм идентификации на основе модели совместной вероятностной идентификации данных (СВИД) [1, 3 – 5] и модифицированный алгоритм с совместной вероятностной идентификацией данных (МСВИД) [1, 6] относятся к классу байесовских методов с параллельным поступлением данных. Преимущества данных методов по сравнению с методами, основанными на последовательном поступлении данных, описаны в [1, 6]. Этим методам присущи более низкие значения показателей, связанных с ошибочной идентификацией, осо-

бенно при сопровождении близко расположенных объектов, однако и более высокая трудоемкость, обусловленная формированием и проверкой огромного количества гипотез, что делает данные методы трудно реализуемыми.

В [6] предложено решение задачи совместной классификации объектов и измерений путем сведения задачи поиска оптимальной гипотезы о совместной идентификации объектов и полученных при их наблюдении измерений к задаче о назначениях и нахождения матрицы идентификации (целераспределения). При этом предполагалось, что все КО, находящиеся в зоне обзора (ЗО) радиолокационной станции (РЛС), хорошо различимы или другими словами разрешаемы наблюдательным средством (НС). Однако такое предположение не совсем отвечает действительности. То есть на практике, особенно при невысокой разрешающей способности наблюдательного средства, в процессе сопровождения близко расположенных целей возможно «слияние» отметок от двух и более целей в одну, которое известно как явление неразрешения целей. Возникает необходимость решения задачи идентификации измерений и КО, с учетом возможного неразрешения последних, для исключения потерь информации.

Решение задачи сопровождения группы близко расположенных целей возможно в этом случае с применением модифицированного алгоритма с совместной вероятностной идентификацией данных (МСВИД) [1]. Подход к модификации алгоритма СВИД сводится в основном к включению в состав возможных совместных событий таких, которые обусловлены неразрешением отметок. Например, для случая двух КО и двух отметок ( $Q = 2, N = 2$ ), наряду с событиями, представленными на рис. 1 в виде семи матриц идентификации

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |   |   |   |   |   |   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |   |   |   |   |   |   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |   |   |   |   |   |   |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---|---|---|---|---|---|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---|---|---|---|---|---|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---|---|---|---|---|---|
| $\Upsilon_1$ :    1-е изм.   2-е изм.<br>ф.о. <table border="1" style="display: inline-table; border-collapse: collapse;"><tr><td style="text-align: center;">1</td><td style="text-align: center;">1</td></tr><tr><td style="text-align: center;">0</td><td style="text-align: center;">0</td></tr><tr><td style="text-align: center;">0</td><td style="text-align: center;">0</td></tr></table><br>1 об.<br>2 об. | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | $\Upsilon_2$ :    1-е изм.   2-е изм.<br>ф.о. <table border="1" style="display: inline-table; border-collapse: collapse;"><tr><td style="text-align: center;">1</td><td style="text-align: center;">0</td></tr><tr><td style="text-align: center;">0</td><td style="text-align: center;">1</td></tr><tr><td style="text-align: center;">0</td><td style="text-align: center;">0</td></tr></table><br>1 об.<br>2 об. | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | $\Upsilon_3$ :    1-е изм.   2-е изм.<br>ф.о. <table border="1" style="display: inline-table; border-collapse: collapse;"><tr><td style="text-align: center;">1</td><td style="text-align: center;">0</td></tr><tr><td style="text-align: center;">0</td><td style="text-align: center;">0</td></tr><tr><td style="text-align: center;">0</td><td style="text-align: center;">1</td></tr></table><br>1 об.<br>2 об. | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 1                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | 1 |   |   |   |   |   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |   |   |   |   |   |   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |   |   |   |   |   |   |
| 0                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | 0 |   |   |   |   |   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |   |   |   |   |   |   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |   |   |   |   |   |   |
| 0                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | 0 |   |   |   |   |   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |   |   |   |   |   |   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |   |   |   |   |   |   |
| 1                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | 0 |   |   |   |   |   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |   |   |   |   |   |   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |   |   |   |   |   |   |
| 0                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | 1 |   |   |   |   |   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |   |   |   |   |   |   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |   |   |   |   |   |   |
| 0                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | 0 |   |   |   |   |   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |   |   |   |   |   |   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |   |   |   |   |   |   |
| 1                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | 0 |   |   |   |   |   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |   |   |   |   |   |   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |   |   |   |   |   |   |
| 0                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | 0 |   |   |   |   |   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |   |   |   |   |   |   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |   |   |   |   |   |   |
| 0                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | 1 |   |   |   |   |   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |   |   |   |   |   |   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |   |   |   |   |   |   |
| $\Upsilon_4$ :    1-е изм.   2-е изм.<br>ф.о. <table border="1" style="display: inline-table; border-collapse: collapse;"><tr><td style="text-align: center;">0</td><td style="text-align: center;">1</td></tr><tr><td style="text-align: center;">1</td><td style="text-align: center;">0</td></tr><tr><td style="text-align: center;">0</td><td style="text-align: center;">0</td></tr></table><br>1 об.<br>2 об. | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | $\Upsilon_5$ :    1-е изм.   2-е изм.<br>ф.о. <table border="1" style="display: inline-table; border-collapse: collapse;"><tr><td style="text-align: center;">0</td><td style="text-align: center;">1</td></tr><tr><td style="text-align: center;">0</td><td style="text-align: center;">0</td></tr><tr><td style="text-align: center;">1</td><td style="text-align: center;">0</td></tr></table><br>1 об.<br>2 об. | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | $\Upsilon_6$ :    1-е изм.   2-е изм.<br>ф.о. <table border="1" style="display: inline-table; border-collapse: collapse;"><tr><td style="text-align: center;">0</td><td style="text-align: center;">0</td></tr><tr><td style="text-align: center;">1</td><td style="text-align: center;">0</td></tr><tr><td style="text-align: center;">0</td><td style="text-align: center;">1</td></tr></table><br>1 об.<br>2 об. | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 0                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | 1 |   |   |   |   |   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |   |   |   |   |   |   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |   |   |   |   |   |   |
| 1                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | 0 |   |   |   |   |   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |   |   |   |   |   |   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |   |   |   |   |   |   |
| 0                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | 0 |   |   |   |   |   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |   |   |   |   |   |   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |   |   |   |   |   |   |
| 0                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | 1 |   |   |   |   |   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |   |   |   |   |   |   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |   |   |   |   |   |   |
| 0                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | 0 |   |   |   |   |   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |   |   |   |   |   |   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |   |   |   |   |   |   |
| 1                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | 0 |   |   |   |   |   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |   |   |   |   |   |   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |   |   |   |   |   |   |
| 0                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | 0 |   |   |   |   |   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |   |   |   |   |   |   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |   |   |   |   |   |   |
| 1                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | 0 |   |   |   |   |   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |   |   |   |   |   |   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |   |   |   |   |   |   |
| 0                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | 1 |   |   |   |   |   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |   |   |   |   |   |   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |   |   |   |   |   |   |
| $\Upsilon_7$ :    1-е изм.   2-е изм.<br>ф.о. <table border="1" style="display: inline-table; border-collapse: collapse;"><tr><td style="text-align: center;">0</td><td style="text-align: center;">0</td></tr><tr><td style="text-align: center;">0</td><td style="text-align: center;">1</td></tr><tr><td style="text-align: center;">1</td><td style="text-align: center;">0</td></tr></table><br>1 об.<br>2 об. | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | $\Upsilon_8$ :    1-е изм.   2-е изм.<br>ф.о. <table border="1" style="display: inline-table; border-collapse: collapse;"><tr><td style="text-align: center;">0</td><td style="text-align: center;">1</td></tr><tr><td style="text-align: center;">1</td><td style="text-align: center;">0</td></tr><tr><td style="text-align: center;">1</td><td style="text-align: center;">0</td></tr></table><br>1 об.<br>2 об. | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | $\Upsilon_9$ :    1-е изм.   2-е изм.<br>ф.о. <table border="1" style="display: inline-table; border-collapse: collapse;"><tr><td style="text-align: center;">1</td><td style="text-align: center;">0</td></tr><tr><td style="text-align: center;">0</td><td style="text-align: center;">1</td></tr><tr><td style="text-align: center;">0</td><td style="text-align: center;">1</td></tr></table><br>1 об.<br>2 об. | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 0                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | 0 |   |   |   |   |   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |   |   |   |   |   |   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |   |   |   |   |   |   |
| 0                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | 1 |   |   |   |   |   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |   |   |   |   |   |   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |   |   |   |   |   |   |
| 1                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | 0 |   |   |   |   |   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |   |   |   |   |   |   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |   |   |   |   |   |   |
| 0                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | 1 |   |   |   |   |   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |   |   |   |   |   |   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |   |   |   |   |   |   |
| 1                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | 0 |   |   |   |   |   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |   |   |   |   |   |   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |   |   |   |   |   |   |
| 1                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | 0 |   |   |   |   |   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |   |   |   |   |   |   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |   |   |   |   |   |   |
| 1                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | 0 |   |   |   |   |   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |   |   |   |   |   |   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |   |   |   |   |   |   |
| 0                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | 1 |   |   |   |   |   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |   |   |   |   |   |   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |   |   |   |   |   |   |
| 0                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | 1 |   |   |   |   |   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |   |   |   |   |   |   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |   |   |   |   |   |   |

Рис. 1. Матрицы идентификации измерений

$\Upsilon_1 - \Upsilon_7$ , включаются совместные события, которые представлены в виде следующих матриц идентификации  $\Upsilon_8, \Upsilon_9$ , представленных на том же рисунке.

Такой подход существенно увеличивает число возможных вариантов событий и, следовательно, повышает сложность алгоритма. Однако эффективность МСВИД существенно выше алгоритма СВИД.

**Целью статьи** является разработка рекуррентного метода формирования математических выражений для вероятностей вариантов неразрешения КО, входящих в ККО, позволяющего решить задачу совместной идентификации измерений, полученных при сопровождении группы КО, с учетом возможного неразрешения последних, и значительной мере сократить время решения данной задачи.

**Основная часть.** Сформируем полную систему гипотез о вариантах неразрешения КО для случая  $Q = 3$  и  $Q = 4$ :

- $H_1$  – все три КО разрешаемы, данную гипотезу можно представить в виде  $\{(1), (2), (3)\}$ ;  $H_2$  – первый и второй КО неразрешаемы, третий КО разрешаем –  $\{(1,2), (3)\}$ ;  $H_3$  – первый и третий КО неразрешаемы, второй КО разрешаем –  $\{(1,3), (2)\}$ ;  $H_4$  – второй и третий КО неразрешаемы, первый КО разрешаем –  $\{(2,3), (1)\}$ ;  $H_5$  – все КО неразрешаемы –  $\{(1,2,3)\}$ ;

- $H_1$  – все четыре КО разрешаемы, данную гипотезу можно представить в виде  $\{(1), (2), (3), (4)\}$ ;  $H_2$  – первый и второй КО разрешаемы, третий и четвертый КО неразрешаемы –  $\{(1),(2),(3,4)\}$ ;  $H_3$  – первый и третий КО разрешаемы, второй и четвертый КО неразрешаемы –  $\{(1), (3), (2,4)\}$ ;  $H_4$  – первый и четвертый КО разрешаемы, второй и третий КО неразрешаемы –  $\{(1), (4), (2,3)\}$ ;  $H_5$  – второй и третий КО разрешаемы, первый и четвертый КО неразрешаемы –  $\{(2),(3),(1,4)\}$ ;  $H_6$  – второй и четвертый КО разрешаемы, первый и третий КО неразрешаемы –  $\{(2), (4), (1,3)\}$ ;  $H_7$  – третий и четвертый КО разрешаемы, первый и второй КО неразрешаемы –  $\{(3), (4), (1,2)\}$ ;  $H_8$  – первый и второй КО неразрешаемы, третий и четвертый КО неразрешаемы –  $\{(1,2), (3,4)\}$ ;  $H_9$  – первый и третий КО неразрешаемы, второй и четвертый КО неразрешаемы –  $\{(1,3), (2,4)\}$ ;  $H_{10}$  – первый и четвертый КО неразрешаемы, второй и третий КО неразрешаемы –  $\{(1,4), (2,3)\}$ ;  $H_{11}$  – первый, второй и третий КО неразрешаемы, четвертый КО разрешаем –  $\{(1,2,3), (4)\}$ ;  $H_{12}$  – первый, второй и четвертый КО неразрешаемы, третий КО разрешаем –  $\{(1,2,4), (3)\}$ ;  $H_{13}$  – первый, третий и четвертый КО неразрешаемы, второй КО разрешаем –  $\{(1,3,4), (2)\}$ ;  $H_{14}$  – второй, третий и четвертый КО неразрешаемы, первый КО разрешаем –  $\{(2,3,4), (1)\}$ ;  $H_{15}$  – все четыре КО неразрешаемы –  $\{(1,2,3,4)\}$ .

Исходя из вышесказанного видно, что для случая 3 и 4-х КО представляется возможным объединить сходные по структуре варианты неразрешения в классы. Например, для 3-х КО все 5 вариантов неразрешения можно разбить на 3 класса: первый –  $(1+1+1)$ , в него входит один вариант неразрешения –  $\{(1), (2), (3)\}$ ; второй –  $(2+1)$ , в него входят три варианта неразрешения  $\{(1,2), (3)\}$ ,  $\{(1,3), (2)\}$ ,  $\{(2,3), (1)\}$ ; третий –  $(3)$ , в него входит также один

вариант неразрешения –  $\{(1,2,3)\}$ . Для 4-х КО 15 вариантов неразрешения можно разбить на 5 классов: первый –  $(1+1+1+1)$ , в него входит один вариант неразрешения –  $\{(1), (2), (3), (4)\}$ ; второй –  $(1+1+2)$ , в него входят 6 вариантов неразрешения  $\{(1), (2), (3,4)\}$ ,  $\{(1), (3), (2,4)\}$ ,  $\{(1), (4), (2,3)\}$ ,  $\{(2), (3), (1,4)\}$ ,  $\{(2), (4), (1,3)\}$ ,  $\{(3), (4), (1,2)\}$ ; третий –  $(2+2)$ , в него входят 3 варианта неразрешения  $\{(1,2), (3,4)\}$ ,  $\{(1,3), (2,4)\}$ ,  $\{(1,4), (2,3)\}$ ; четвертый –  $(3+1)$ , состоящий из 4-х вариантов неразрешения  $\{(1,2,3), (4)\}$ ,  $\{(1,2,4), (3)\}$ ,  $\{(1,3,4), (2)\}$ ,  $\{(2,3,4), (1)\}$ ; и пятый класс –  $(4)$ , в который входит 1 вариант неразрешения  $\{(1,2,3,4)\}$ . Очевидно, что математические выражения для вариантов неразрешения, входящих в один и тот же класс, также будут идентичны по своей структуре. Для того чтобы убедиться в этом, введем в рассмотрение матрицу взаимного разрешения объектов каталога  $S = \{S_{ij}\}$  (табл. 1), элементы которой представляют собой вероятность того, что  $i$ -й и  $j$ -й КО, где  $i, j = \overline{1, Q}$ , находясь в зоне обзора наблюдательного средства, разрешимы, то есть наблюдаются раздельно. Очевидно, что данная матрица является симметричной, так как  $S_{ii} = 0$  (то есть вероятность разрешения космического объекта самим с собой равна 0) и  $S_{ij} = S_{ji}$ , причем  $S_{ij} = 1 - G_{ij}$ , где  $G_{ij}$  – вероятность неразрешения  $i$ -го и  $j$ -го КО.

Таблица 1

Матрица взаимного разрешения КО

|            | 1-й объект            | 2-й объект            | ..... | Q-й объект            |
|------------|-----------------------|-----------------------|-------|-----------------------|
| 1-й объект | 0                     | $1 - G_{12} = S_{12}$ | ..... | $1 - G_{1Q} = S_{1Q}$ |
| 2-й объект | $1 - G_{21} = S_{21}$ | 0                     | ..... | $1 - G_{2Q} = S_{2Q}$ |
| .....      | .....                 | .....                 | ..... | .....                 |
| Q-й объект | $1 - G_{Q1} = S_{Q1}$ | $1 - G_{Q2} = S_{Q2}$ | ..... | 0                     |

Очевидно, что при любом количестве КО не возникает никаких трудностей в формировании математического выражения для вероятности варианта неразрешения, заключающегося в разрешимости всех объектов каталога. Данное выражение представляет собой ничто иное, как произведение элементов матрицы  $S = \{S_{ij}\}$  стоящих над главной диагональю

$$P_1 = \prod_{i=1, j=2; \forall j > i}^{Q, Q-1} S_{ij} \quad (1)$$

Далее обратим внимание на математические выражения для вероятностей вариантов неразрешения, входящих во второй класс, для случая  $Q = 3$  – это выражения  $(2, 3, 4)$ . Можно отметить тот факт, что данные выражения абсолютно идентичны по своей структуре, отличающиеся только индексами при сомножителях, или другими словами, входящими в них различными элементами матриц  $G = \{G_{ij}\}$  и  $S = \{S_{ij}\}$ . Данные выражения представляют собой произведение трех сомножителей, один из которых – это вероятность нераз-

решения двух объектов ( $G_{12}$  или  $G_{13}$  или  $G_{23}$ ), два других – это вероятности разрешения объектов, входящих в первый сомножитель, с третьим ( $S_{13} * S_{23}$  или  $S_{12} * S_{23}$  или  $S_{12} * S_{13}$  – соответственно):

$$P_{ан2} = G_{12} \cdot S_{13} \cdot S_{23}; \quad (2)$$

$$P_{ан3} = G_{13} \cdot S_{12} \cdot S_{23}; \quad (3)$$

$$P_{ан4} = G_{23} \cdot S_{12} \cdot S_{13}. \quad (4)$$

Для случая  $Q = 4$  математические выражения для вероятностей (2 – 7) варианта неразрешения, входящих во второй класс, могут быть записаны как:

$$P_{ан2} = G_{34} \cdot S_{12} \cdot S_{13} \cdot S_{14} \cdot S_{23} \cdot S_{24}; \quad (5)$$

$$P_{ан3} = G_{24} \cdot S_{13} \cdot S_{12} \cdot S_{14} \cdot S_{23} \cdot S_{34}; \quad (6)$$

$$P_{ан4} = G_{23} \cdot S_{14} \cdot S_{12} \cdot S_{13} \cdot S_{24} \cdot S_{34}; \quad (7)$$

$$P_{ан5} = G_{14} \cdot S_{23} \cdot S_{12} \cdot S_{24} \cdot S_{13} \cdot S_{34}; \quad (8)$$

$$P_{ан6} = G_{13} \cdot S_{24} \cdot S_{12} \cdot S_{23} \cdot S_{14} \cdot S_{23}; \quad (9)$$

$$P_{ан7} = G_{12} \cdot S_{34} \cdot S_{13} \cdot S_{23} \cdot S_{14} \cdot S_{24}. \quad (10)$$

К второму классу относятся следующие три гипотезы о неразрешении КО:  $\{(1,2),(3,4)\}$ ;  $\{(1,3),(2,4)\}$ ;  $\{(1,4),(2,3)\}$ . Вероятность вариантов неразрешения, относящихся к третьему классу, представим в следующем виде:

$$P_{ан8} = G_{12} \cdot G_{34} \cdot S_{13} \cdot S_{14} \cdot S_{23} \cdot S_{24}; \quad (11)$$

$$P_{ан9} = G_{13} \cdot G_{24} \cdot S_{12} \cdot S_{14} \cdot S_{23} \cdot S_{34}; \quad (12)$$

$$P_{ан10} = G_{14} \cdot G_{23} \cdot S_{12} \cdot S_{13} \cdot S_{24} \cdot S_{34}. \quad (13)$$

Очевидно, что выражения (5 – 13), как и выражения (2 – 4) также идентичны по своей структуре, отличающиеся только индексами при сомножителях – входящими в них различными элементами матриц  $G = \{G_{ij}\}$  и  $S = \{S_{ij}\}$ . Однако выражения (5 – 13) представляют собой произведение шести сомножителей, причем количество сомножителей в выражениях для вероятностей гипотез о вариантах неразрешения для числа КО, равного  $Q$ , определяется соотношением  $k = Q(Q-1)/2$ . Существенные сложности возникают при формировании математических выражений для вероятностей вариантов неразрешения, в неразрешаемые группы которых входят три и более объектов. Данные трудности обусловлены отсутствием представления о структуре математического выражения для вероятностей данных вариантов неразрешения.

Рассмотрим гипотезы о вариантах неразрешения КО, относящихся к четвертому классу. К нему относятся следующие четыре варианта неразрешения:  $\{(1,2,3),(4)\}$ ;  $\{(1,2,4),(3)\}$ ;  $\{(1,3,4),(2)\}$ ;  $\{(2,3,4),(1)\}$ . Вероятность данных вариантов неразрешения КО представим в следующем виде:

$$P_{ан_{11}} = P_H(1,2,3) \cdot S_{14} \cdot S_{24} \cdot S_{34} ; \quad (14)$$

$$P_{ан_{12}} = P_H(1,2,4) \cdot S_{13} \cdot S_{23} \cdot S_{34} ; \quad (15)$$

$$P_{ан_{13}} = P_H(1,3,4) \cdot S_{12} \cdot S_{23} \cdot S_{24} ; \quad (16)$$

$$P_{ан_{14}} = P_H(2,3,4) \cdot S_{12} \cdot S_{13} \cdot S_{14} , \quad (17)$$

где  $P_H(1,2,3)$ ,  $P_H(1,2,4)$ ,  $P_H(1,3,4)$ ,  $P_H(2,3,4)$  – вероятность неразрешения группы из трех объектов (1,2,3), (1,2,4), (1,3,4), (2,3,4) – соответственно.

Очевидно, что при наличии математического выражения для вероятности неразрешения трех КО, не составляло бы труда получить выражения для вероятностей вариантов неразрешения, соответствующих гипотезам (11 – 14), при  $Q = 4$ . Для получения данного выражения запишем сумму вероятностей гипотез, составляющих полную систему, о вариантах неразрешения КО для случая  $Q = 3$ . Исходя из выражений (2 – 13), данное выражение представляет сумму произведений, в сомножители которых входят различные комбинации элементов матриц  $G = \{G_{ij}\}$  и  $S = \{S_{ij}\}$ :

$$P_{\Sigma} = G_{12} \cdot G_{13} \cdot G_{23} + G_{12} \cdot G_{13} \cdot S_{23} + G_{13} \cdot G_{23} \cdot S_{12} + G_{12} \cdot G_{23} \cdot S_{13} + \\ + G_{12} \cdot S_{13} \cdot S_{23} + G_{13} \cdot S_{12} \cdot S_{23} + G_{23} \cdot S_{12} \cdot S_{13} + S_{12} \cdot S_{13} \cdot S_{23} = 1. \quad (18)$$

Из выражения (18) видно, что в него входят восемь слагаемых. Причем, пятое, шестое, седьмое и восьмое слагаемое представляют собой вероятности второй, третьей, четвертой и первой гипотез соответственно, о вариантах неразрешения КО для случая  $Q = 3$ . Следовательно, сумма первых четырех слагаемых есть ничто иное, как вероятность гипотезы о варианте неразрешения, заключающемся в неразрешимости всех трех объектов ( $Q = 3$ ):

$$P_5 = G_{12} \cdot G_{13} \cdot G_{23} + G_{12} \cdot G_{13} \cdot S_{23} + G_{13} \cdot G_{23} \cdot S_{12} + G_{12} \cdot G_{23} \cdot S_{13}. \quad (19)$$

Таким образом, математическое выражение для вероятностей гипотез о неразрешении трех и более КО может быть получено из выражения для суммы вероятностей гипотез, составляющих полную систему, о вариантах неразрешения КО, разработка математической модели для которого не вызывает трудностей. Однако для этого необходимо ввести коэффициенты  $K$ , при слагаемых выражения (18), принимающие значения либо 0, либо 1, которые позволяют суммировать только те слагаемые, которые обеспечивают правильное формирование вероятности о неразрешении группы. На основании вышесказанного перепишем выражение (18) в виде:

$$P_{\Sigma} = K_1 \cdot G_{12} \cdot G_{13} \cdot G_{23} + K_2 \cdot G_{12} \cdot G_{13} \cdot S_{23} + K_3 \cdot G_{13} \cdot G_{23} \cdot S_{12} + \\ + K_4 \cdot G_{12} \cdot G_{23} \cdot S_{13} + K_5 \cdot G_{12} \cdot S_{13} \cdot S_{23} + K_6 \cdot G_{13} \cdot S_{12} \cdot S_{23} + \\ + K_7 \cdot G_{23} \cdot S_{12} \cdot S_{13} + K_8 \cdot S_{12} \cdot S_{13} \cdot S_{23}. \quad (20)$$

Как было замечено выше, сумма первых четырех слагаемых – это веро-

ятность гипотезы о варианте неразрешения, заключающемся в неразрешимости всех трех объектов ( $Q = 3$ ), т.е. для формирования данной вероятности необходимо чтобы коэффициенты  $K_1 = K_2 = K_3 = K_4 = 1$ , а  $K_5 = K_6 = K_7 = K_8 = 0$ . Обратим внимание на первые четыре слагаемых выражения (20), общим для данных слагаемых является тот факт, что в индексы, стоящие при сомножителях, представляющих собой элементы матрицы  $G = \{G_{ij}\}$ , входят номера всех трех неразрешаемых объектов, в отличие от 5 – 8 слагаемых, где в индексах, при элементах матрицы  $G = \{G_{ij}\}$  присутствует лишь два объекта. Таким образом, получена структура математического выражения для вероятности неразрешения трех КО, что позволяет получить выражения для вероятностей вариантов неразрешения, соответствующих гипотезам (11 – 14), при  $Q = 4$ . Используя выражение (19), и осуществляя, в данном выражении, замену индексов при элементах матриц  $S = \{S_{ij}\}$  и  $G = \{G_{ij}\}$  в соответствии с номерами объектов, входящих в гипотезы (11 – 14), для  $Q = 4$  о неразрешении объектов каталога, перепишем (14 – 17) в следующем виде:

$$P_{\text{ai}}_{11} = (G_{12}G_{13}G_{23} + G_{12}G_{13}S_{23} + G_{13}G_{23}S_{12} + G_{12}G_{23}S_{13}) \times S_{14}S_{24}S_{34}; \quad (21)$$

$$P_{\text{ai}}_{12} = (G_{12}G_{14}G_{24} + G_{12}G_{14}S_{24} + G_{14}G_{24}S_{12} + G_{12}G_{24}S_{14}) \times S_{13}S_{23}S_{34}; \quad (22)$$

$$P_{\text{ai}}_{13} = (G_{13}G_{14}G_{34} + G_{13}G_{14}S_{34} + G_{14}G_{34}S_{13} + G_{13}G_{34}S_{14}) \times S_{12}S_{23}S_{24}; \quad (23)$$

$$P_{\text{ai}}_{14} = (G_{23}G_{24}G_{34} + G_{23}G_{24}S_{34} + G_{24}G_{34}S_{23} + G_{23}G_{34}S_{24}) \times S_{12}S_{13}S_{14}. \quad (24)$$

Таким образом, получены все математические выражения для вероятностей гипотез о вариантах неразрешения космических объектов, входящих в ККО, при  $Q = 3$  и  $Q = 4$ , за исключением вероятности гипотезы о неразрешимости всех четырех КО (15-я гипотеза для  $Q = 4$ ). Однако, на основании закономерностей, полученных при выводе математического выражения для вероятности гипотезы о варианте неразрешения, заключающегося в неразрешимости всех трех КО, при  $Q = 3$ , можно получить обобщенное выражение для вероятности неразрешения группы из трех и более КО:

$$P_i(Q) = \sum_{v=1}^{2^{Q(Q-1)/2}} K_v \prod_{i=1, j=2; \forall j > i}^{Q, Q-1} \left\{ \begin{matrix} G_{ij} \\ S_{ij} \end{matrix} \right\}, \quad (25)$$

где  $K_v = 0$ , если индексы в сомножителях при элементах матрицы  $G_{ij}$  не включают номера всех  $Q$  неразрешимых объектов (иначе  $K_v = 1$ ), а произведение в правой части является произведением всех возможных комбинаций элементов матриц  $G_{ij}$  и  $S_{ij}$ .

Таким образом, математическое выражение для вероятности любой гипотезы о варианте неразрешения, для случая  $Q$  КО, за исключением вероятности гипотезы о неразрешении всех  $Q$  КО, может быть получено при

использовании выражений для вероятностей неразрешения всех  $Q - 1, Q - 2, Q - 3, \dots, 2$  КО, полученных на предыдущих шагах, путем корректировки индексов при элементах матриц  $G_{ij}$  и  $S_{ij}$ , согласно номерам КО, входящих в рассчитываемые гипотезы. Для получения же выражения о неразрешимости всех  $Q$  КО необходимо воспользоваться выражением 25. Итак, на основании вышесказанного, представляется возможным сформулировать рекуррентный метод формирования выражений для вероятностей гипотез о вариантах неразрешения КО, входящих в каталог космических объектов. Суть данного метода заключается в следующем:

1. Сформируем, например, путем полного перебора, все возможные варианты неразрешения для количества КО, начиная с двух и заканчивая максимально возможным количеством сопровождаемых КО ( $Q = 2, \overline{Q_{\max}}$ ).

2. Организуем первую систему хранения данных, например состоящую из группы файлов общим количеством  $Q_{\max} - 1$ . Каждый отдельный файл данной системы будет содержать все возможные варианты неразрешения для определенного количества КО.

3. Используя выражение 25, сформируем математические выражения вероятностей гипотез о вариантах неразрешения КО, заключающихся в неразрешении всех сопровождаемых КО для  $Q = 2, \overline{Q_{\max}}$ .

4. Организуем вторую систему хранения данных, состоящую из группы файлов, количество которых идентично количеству файлов в первой системе –  $Q_{\max} - 1$ . В каждом отдельном файле данной системы содержатся вероятности гипотез о вариантах неразрешения КО, рассчитанные в п. 3. Первый файл данной системы будет содержать всего лишь один элемент  $G_{12}$  – вероятность неразрешения группы из двух объектов, во втором файле будет содержаться выражение (19) – вероятность неразрешения группы из трех объектов, и так далее.

Следует обратить внимание на тот факт, что обе системы хранения данных (пп. 2 и 4) могут быть сформированы до начала процесса получения измерений от НС и решения задачи идентификации. Это позволяет в значительной степени сократить время решаемой задачи.

5. При известном количестве  $Q$  и известных априорных данных о параметрах орбит сопровождаемых КО, производим получение вероятностей гипотез о вариантах неразрешения. Для этого:

а) из файла первой системы хранения данных, соответствующего количеству сопровождаемых КО, извлекаются все возможные варианты неразрешения для заданного количества КО;

б) из выражения 1, с использованием матриц  $G_{ij}$  и  $S_{ij}$ , производится расчет вероятности гипотезы о варианте неразрешения, заключающейся



в разрешимости всех  $Q$  рассматриваемых космических объектов;

в) с использованием выражений для вероятности неразрешения КО, содержащихся в первом – для двух КО, втором – для трех КО, ...,  $Q - 2$ -м – для  $Q - 1$  КО файлах второй системы хранения данных и матриц  $G_{ij}$  и  $S_{ij}$  производится расчет остальных вероятностей гипотез о вариантах неразрешения, за исключением вероятности гипотезы о неразрешении всех  $Q$  КО. Данный расчет производится путем корректировки индексов при элементах матриц  $G_{ij}$  и  $S_{ij}$ , согласно номерам КО, входящим в рассчитываемые гипотезы;

г) с использованием выражения для вероятности неразрешения КО, содержащегося в  $Q - 1$ -м файле второй системы хранения данных – для  $Q$  КО и матриц  $G_{ij}$  и  $S_{ij}$  производится расчет вероятности гипотезы о неразрешении всех  $Q$  КО.

**Выводы.** Разработанный рекуррентный метод дает возможность до начала получения измерений, по сопровождаемым КО, сформировать математические выражения для вероятностей вариантов неразрешения КО, входящих в ККО, и в случае известного количества сопровождаемых КО и априорных данных об их параметрах, содержащихся в ККО, получить их численные значения, что в конечном итоге позволяет в значительной мере повысить оперативность решения задачи идентификации.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Кузьмин С.З. *Цифровая радиолокация. Введение в теорию.* – К.: КВИЦ, 2000. – 428 с.
2. Zhou B., Bose N.K. *Multitarget tracking in clutter: fast algorithm for date association // IEEE Trans. on AES.* – Vol. 29. – № 2. – 1993. – P. 352 – 363.
3. Roecker J.A., Phillis G.L. *Suboptimal join probabilistic late association.* – *IEEE Trans. on AES.* – Vol. 29. – № 2. – 1993. – P. 510 – 517.
4. Forthmann T.E., Bar-Shalom Y., Scheffe M. *Sonar tracking of multiple targets using joint probabilistic date association // IEEE.* – Vol. 8. – № 3. – 1983. – P. 173 – 193.
5. Kuo-Chu Chang, Bar-Shalom Y. *Join probabilistic date association for multitarget tracking whis possibly unresolved measurements and maneuvers // IEEE Trans. on AC.* – Vol. 29. – № 7. – 1984. – P. 585 – 594.
6. Деденок В.П., Саваневич В.Е., Логачев С.В. *Аналитическая методика решения задачи совместной классификации совокупности измерений от группы космических объектов при наличии фоновых // Вопросы проектирования и производства ЛА.* – Х.: ГАКУ «ХАИ». – 1999. – Вып. 17(4). – С. 128 – 133.

Поступила 23.10.2003

**ЛОГАЧЕВ Сергей Владимирович**, научный сотрудник НИО научного центра при ХВУ. Окончил ХВУ в 1996 году. Область научных интересов – статистическая обработка координатной информации, математическая статистика.

E-mail: serglogachov@rambler.ru.