УДК 623. 021: 005

ЗАДАЧА ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЕМ ОДНОРОДНЫХ СИЛ И СРЕДСТВ ПО КРИТЕРИЮ МИНИМУМА СРЕДНЕГО СУММАРНОГО КОЛИЧЕСТВА СИЛ ПРОТИВНИКА

к.т.н. В.Б. Кононов, к.т.н. Ю.И. Кушнерук, Е.А. Кононова
(представил д.т.н., проф. Б.Ф. Самойленко)

В статье рассматривается решение задачи оптимального управления распределением однородных сил и средств конфликтующей стороны по критерию минимума среднего суммарного количества сил противника за весь период конфликтной ситуации.

Постановка задачи. При решении задач планирования боевых действий в ходе конфликтных ситуаций необходимо определить законы оптимального управления распределением однородных сил и средств оперирующей стороны, учитывая поставленные старшим начальником цели, складывающую ситуацию и вероятные действия противника.

Оптимальное планирование и последующее управление распределением однородных сил и средств, а также управление распределением сил и средств резерва в условиях современного боя представляет собой важную военно-научную задачу, актуальность которой определяется необходимостью создания в Вооруженных Силах Украины автоматизированной системы управления войсками и оружием.

Анализ литературы. Задачи управления распределением сил и средств оперирующей стороны рассматривались в работах [1 – 3]. Так, в [1] описывается методика решения задач определения соотношения сил сторон для случая однородных средств. В [2] рассмотрены задачи оптимального распределения сил и средств в динамических процессах конфликтных ситуаций. В [3] рассматривается методика распределения однородных средств резерва в ходе встречной **конфликтной ситуации** двух группировок. Однако в этих работах не рассматривались способы решения задачи оптимального управления распределением однородных сил и средств по критерию минимума среднего суммарного количества сил противника за весь период конфликтной ситуации.

Целью статью является разработка метода решения задачи оптимального управления распределением однородных сил и средств конфликтующих сторон по критерию минимума среднего суммарного количества сил противника за весь период конфликтной ситуации.

Основной материал. При решении рассматриваемой задачи оптимального распределения однородных сил и средств резерва, в ходе встречного боя двух группировок будем считать, что время боя T задано.

Математическую модель данной задачи сформулируем следующим образом:

$$\frac{1}{T}\int_0^T y(t)dt \to \min, \quad \begin{cases} \dot{x} = -by + u; \\ \dot{y} = -ax + v. \end{cases} \tag{1}$$

В (1) начальные условия имеют вид:

$$x(0) = x_0; \;\; y(0) = y_0; \;\; 0 \le u(t) \le c; \;\; \int_0^T u(t)dt - A_0 \le 0, \tag{2}$$

где $x(t)$ и $y(t)$ – математические ожидания количества средств группировок A и B, сохранившихся к моменту времени t; $a = \alpha P$ и $b = \beta Q$ – эффективные скорострельности средств, используемых группировками A и B; α и β – средние скорострельности средств, используемых группировками A и B; P и Q – вероятности поражения одним выстрелом боевых средств группировок A и B; $u(t)$ и $v(t)$ – интенсивности поступления средств резерва группировок A и B; c – максимальная интенсивность поступления резерва группировки A; A_0 – общее количество средств резерва.

Задача (1, 2) является задачей оптимального управления с интегральным функционалом (критерий оптимизации) и свободным правым концом.

Функция Гамильтона – Понтрягина для этой задачи имеет вид:

$$H(x, y, \varphi, \eta, u) = \frac{\varphi_0}{T} y(t) + \varphi(-by + u) + \eta(-ax + v) - \lambda u, \tag{3}$$

где η, φ – сопряженные функции; λ – множитель Лагранжа.

Сопряженная система и условия трансверсальности для решаемой задачи представим следующим образом:

$$\begin{cases} \dot{\varphi} = a\eta; \\ \dot{\eta} = \dfrac{1}{T} + b\varphi; \end{cases} \qquad \begin{cases} \varphi(T) = 0; \\ \eta(T) = 0. \end{cases} \tag{4}$$

Учитывая, что $\varphi_0 \ne 0$, определим, что $\varphi_0 = -1$.

Приведем решение сопряженной системы уравнений (4). Для исключения переменной η проведем следующие преобразования:

$$\ddot{\varphi} = a\dot{\eta} = a\left(\frac{1}{T} + b\varphi\right);\ \ddot{\varphi} - ab\varphi = \frac{a}{T}. \qquad (5)$$

Решения второго уравнения системы (5) имеет свободную $\varphi_{одн}$ и вынужденную $\varphi_{ч}$ составляющие:

$$\begin{aligned}
&\varphi_{одн} = Ce^{\sqrt{ab}\,t} + Дe^{-\sqrt{ab}\,t};\\
&\varphi_{ч} = A \;\Rightarrow\; -abA = \frac{a}{T} \;\Rightarrow\; A = -\frac{1}{bT};\\
&\varphi = Ce^{\sqrt{ab}\,t} + Дe^{-\sqrt{ab}\,t} - \frac{1}{bT}.
\end{aligned} \qquad (6)$$

Для определения значения постоянных Д и С используем начальные условия системы (4):

$$\dot{\varphi} = \sqrt{ab}\,C\,e^{\sqrt{ab}\,t} - \sqrt{ab}Дe^{-\sqrt{ab}\,t}\Big|_{t=T} = 0;$$

$$\begin{cases} Ce^{\sqrt{ab}\,T} + Дe^{-\sqrt{ab}\,T} = \dfrac{1}{bT}; \\ Ce^{\sqrt{ab}\,T} - Дe^{-\sqrt{ab}\,T} = 0; \end{cases} \Rightarrow C = \frac{e^{-\sqrt{ab}\,T}}{2bT};\quad Д = \frac{e^{\sqrt{ab}\,T}}{2bT};$$

$$\varphi = \frac{1}{bT}\mathrm{ch}\sqrt{ab}(t-T) - \frac{1}{bT} = \frac{1}{bT}\left[\mathrm{ch}\sqrt{ab}(t-T) - 1\right]. \qquad (7)$$

В соответствии с принципом максимума Понтрягина [4] решение задачи сводится к поиску

$$\max_{\substack{0 \le u \le c \\ \lambda \ge 0}} \{(\varphi - \lambda)u\} \qquad (8)$$

или

$$\max_{\substack{0 \le u \le c \\ \lambda \ge 0}} \left\{\left(\frac{1}{bT}\left[\mathrm{ch}\sqrt{ab}\,(t-T) - 1\right] - \lambda\right)u\right\}. \qquad (9)$$

Решение (9) дает следующий вид оптимального управления резервом оперирующей стороны:

$$u^*(t)=\begin{cases} c, & 0 \le t \le \dfrac{A_0}{c}; \\ 0, & \dfrac{A_0}{c} \le t \le T. \end{cases} \qquad (10)$$

Выводы. Результаты решения задачи (1, 2) дают возможность найти оптимальное управление распределением однородных сил и средств резерва по критерию минимума среднего суммарного количества сил противника за весь период конфликтной ситуации и могут быть положены в основу разработки алгоритма планирования оптимального распределения средств резерва.

Рассмотренный метод решения задачи может быть использован и при планировании распределения однородных средств резерва в варианте, когда время окончания боя неизвестно.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Кушнерук Ю.И., Евстрат Д.И., Ольшевский И.П., Носик Ал.М. Разработка моделей динамических процессов конфликтных ситуаций // Системи обробки інформації. – Х.: ХВУ. – 2001. – Вип. 1(11). – С. 129 – 133.*
2. *Кононов В.Б., Евстрат Д.И., Рафальский Ю.И., Бабий И.Ф. Задачи оптимального распределения сил и средств в динамических процессах конфликтных ситуаций // Системи обробки інформації. – Х.: ХВФ «Транспорт України», 2001. – Вип. 1(11). – С. 129 – 133.*
3. *Кононов В.Б., Ю.И. Кушнерук, Евстрат Д.И. Распределение однородных средств резерва в ходе встречной конфликтной ситуации двух группировок // Системи обробки інформації. – Х.: НАНУ, ПАНМ, ХВУ, 2002. – Вип. 4(20). – С. 96 – 101.*
4. *Хоффер Э., Лундерштедт Р. Численные методы оптимизации. – М: Машиностроение, 1981. – 192 с.*

Поступила 7.11.2003

КОНОНОВ Владимир Борисович, *кандидат технических наук, доцент, зам. нач. факультета ХВУ. В 1987 году окончил ХВВКИУ РВ. Область научных интересов – исследование операций.*

КУШНЕРУК Юрий Ионович, *кандидат технических наук, доцент кафедры Военного института внутренних войск МВД Украины. В 1971 году окончил Харьковский государственный университет. Область научных интересов – исследование операций.*

КОНОНОВА Елена Анатольевна, *младший научный сотрудник Научного центра РКД ХВУ. Область научных интересов – исследование операций.*