УДК 621.314

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДИЗЕЛЬ-ГЕНЕРАТОРА С ТУРБОНАДДУВОМ

А.Н. Малыш
(представил д.т.н., проф. Б.Т. Кононов)

Рассматривается динамика работы дизеля с турбонаддувом, выводятся дифференциальные уравнения, с помощью которых возможно решение задачи управления движения приводного двигателя и его приведение в подсинхронное состояние.

Постановка проблемы. При пуске дизель-генератора и его последующей синхронизации необходимо, чтобы разница частот работающего и включаемого агрегатов не превышала допустимого значения. Для ускорения процесса синхронизации, достигаемого за счет исключения операции выравнивания частот дизель-генераторов, необходимо осуществлять целенаправленное воздействие на регулятор частоты включаемого агрегата. Это возможно в случае, если известно уравнение динамики включаемого агрегата. В предлагаемой статье уточняются уравнения динамики дизеля с турбонаддувом.

Анализ литературы. В известной литературе [1 – 3] уравнение движения дизеля представляется дифференциальным уравнением первого порядка. Такая форма представления объекта управления не учитывает ряд особенностей дизеля, связанных с его инерционностью, вызываемой наличием агрегатов наддува, впускных и выпускных коллекторов.

Цель статьи. Уточнение математического описания динамики дизель-генераторов.

Для исследования характера изменения угловой частоты вращения вала дизеля будем использовать уравнение равновесия моментов, которое представим в следующем виде:

$$J\frac{d\omega}{dt} = M_Д - M_c\,, \tag{1}$$

где J – приведенный к валу момент инерции двигателя и связанных с ним агрегатов, ω – угловая частота вращения; $M_Д$, M_C – движущий момент и момент сопротивления.

Движущий момент дизеля зависит от положения органа управления и рейки топливного насоса h, угловой частоты вращения ω, давления наддува P_H и времени t, т.е. $M_Д$ определяется функцией следующих переменных:

$$M_д = f(h, \omega, P_н\, t).\tag{2}$$

Момент сопротивления зависит от величины нагрузки системы электроснабжения N, угловой частоты вращения w и времени t, т.е. M_C определяется функцией следующих переменных:

$$M_c = f(N, \omega, t).\tag{3}$$

Функциональные зависимости $M_Д$ и M_C нелинейны, однако в случае малых отклонений от установившегося режима допустимо эти зависимости представить линейными функциями, полученными после разложения исходных функций в ряд Тейлора и отбрасывания всех составляющих второго и высших порядков малости. Если при этом пренебречь цикличностью дизеля и считать, что возможно пульсирующие моменты представить их средними за цикл значениями, т.е. считать, что $\left(\frac{\partial M_д}{\partial t}\right)_0 - \left(\frac{\partial M_c}{\partial t}\right)_0 = 0$, то после введения системы относительных единиц $\overline{\omega} = \frac{\Delta\omega}{\omega_0}$; $\overline{h} = \frac{\Delta h}{h_0}$; $\overline{N} = \frac{\Delta N}{N_0}$; $\overline{P_н} = \frac{\Delta P_н}{P_{h0}}$ исходное уравнение равновесия моментов можно представить в виде

$$T_д \frac{d\overline{\omega}}{dt} + K_д \overline{\omega} = K_h \overline{h} + K_p \overline{P_н} - K_n \overline{N},\tag{4}$$

где $T_д = J\omega_0$ – постоянная времени двигателя; $K_д = \left[\left(\frac{\partial M_c}{\partial \omega}\right)_0 - \left(\frac{\partial M_д}{\partial \omega}\right)_0\right]\omega_0$ – коэффициент самовыравнивания; $K_h = \left(\frac{\partial M_д}{\partial \omega}\right)_0 h_0$ – коэффициент усиления по каналу управления; $K_n = \left(\frac{\partial M_c}{\partial N}\right)_0 N_0$ – коэффициент усиления по каналу возмущения; $K_p = \left(\frac{\partial M_д}{\partial P_н}\right)_0 P_0$ – коэффициент усиления по наддуву.

Для выяснения влияния на работу двигателя величины давления наддува дополним уравнение движения вала дизеля уравнением нагнетателя и уравнением впускных и выпускных коллекторов. В случае использования в качестве нагнетателя турбокомпрессора уравнение равновесия моментов на его валу представим в виде

$$J_т \frac{d\omega_т}{dt} = M_т - M_k\ ,\tag{5}$$

где $J_Т$, $\omega_Т$ – момент инерции и угловая частота вращения ротора турбокомпрессора; $M_Т$, $M_К$ – момент турбины и компрессора.

Движущий момент турбины прямо пропорционален произведению величины расхода газа через турбину $G_Т$ на величину адиабатического теплоперепада турбины $H_Т$ и ее КПД $\eta_Т$ и обратно пропорционален величине угловой частоты вращения ротора турбины $\omega_Т$, т.е. $M_Т$ равен

$$M_{\text{т}} = \frac{G_{\text{т}} H_{\text{т}} \eta_{\text{т}}}{\omega_{\text{т}}}\,. \tag{6}$$

Коэффициент полезного действия турбины $\eta_Т$ для случая малых отклонений от равновесного состояния остается практически постоянным. Величины же $G_Т$ и $H_Т$ зависят от давления газа в выпускном трубопроводе $P_г$ и положения рейки топливного насоса h. Переходя от соответствующих функциональных зависимостей к линеаризованным, получим, что движущий момент турбины может быть представлен следующим образом:

$$\begin{aligned} M_{\grave{o}} = M_{\grave{o}0} + \frac{H_{\grave{o}0} h_{\grave{o}}}{\omega_{\grave{o}0}} \left[\left(\frac{\partial G_{\grave{o}}}{\partial P_{\text{г}}} \right)_0 \Delta P_{\text{г}} + \left(\frac{\partial G_{\grave{o}}}{\partial h} \right)_0 \Delta h \right] + \\ + \frac{G_{\grave{o}0} h_{\grave{o}}}{\omega_{\grave{o}0}} \left[\left(\frac{\partial H_{\grave{o}}}{\partial P_{\text{г}}} \right)_0 \Delta P_{\text{г}} + \left(\frac{\partial H_{\grave{o}}}{\partial h} \right)_0 \Delta h \right] - \frac{G_{\grave{o}0} H_{\grave{o}0} h_{\grave{o}}}{\omega_{\grave{o}0}^2} \Delta \omega_I . \end{aligned} \tag{7}$$

Момент сопротивления компрессора является функцией двух переменных: давления наддува $P_Н$ и угловой частоты вращения $\omega_Т$. Разложение этой функции и последующая линеаризация дает следующий результат:

$$M_{\text{к}} = M_{\text{к}0} + \left(\frac{\partial m_{\text{к}}}{\partial P_{\text{н}}} \right)_0 \Delta P_{\text{н}} + \left(\frac{\partial M_{\text{к}}}{\partial \omega_{\text{т}}} \right) \Delta \omega_{\text{т}}\,. \tag{8}$$

Подставив в уравнение равновесия моментов турбокомпрессора найденные зависимости, и переходя к системе относительных единиц, получим

$$T_{\text{т}} \frac{d\overline{\omega_t}}{dt} + K_t \overline{\omega_t} = \overline{P_{\text{г}}} + \theta_h \overline{h} - \theta_{\text{н}} \overline{P_{\text{н}}}\,, \tag{9}$$

где $T_{\text{т}} = \dfrac{I_{\text{т}} \omega_{\text{т}0}}{\theta_{\text{тр}}}$ – постоянная времени турбокомпрессора;

$K_{\text{т}} = \left[\left(\dfrac{\partial M_{\text{к}}}{\partial \omega_{\text{т}}} \right)_0 + \dfrac{G_{\text{т}0} H_{\text{т}0} h_{\text{т}}}{\omega_{\text{т}0}^2} \right] \dfrac{\omega_{\text{т}0}}{\theta_{\text{тр}} P_{\text{г}0}}$ – коэффициент, учитывающий самовыравнивание турбокомпрессора; $\theta_{\text{тр}} = \dfrac{H_{\text{т}0} h_{\text{т}}}{\omega_{\text{т}0}} \left(\dfrac{\partial G_{\text{т}}}{\partial P_{\text{г}}} \right)_0 + \dfrac{G_{\text{т}0} h_{\text{т}}}{\omega_{\text{т}0}} \left(\dfrac{\partial H_{\text{т}}}{\partial P_{\text{г}}} \right)_0$ – коэффициент, учитывающий влияние изменения давления газа в выпускном трубопроводе; $\theta_h = \dfrac{\theta_{\text{т}h} h_0}{\theta_{\text{тр}} P_{\text{г}0}}$ – коэффициент усиления по каналу топливоподачи; $\theta_{\text{н}} = \dfrac{\theta_{\text{кр}} P_{\text{н}0}}{\theta_{\text{тр}} P_{\text{г}0}}$ – коэффициент усиления по давлению наддува; $\theta_{\text{т}h} = \dfrac{H_{\text{т}0}\, h_{\text{т}}}{\omega_{\text{т}0}} \left(\dfrac{\partial G_{\text{т}}}{\partial h}\right)_0 + \dfrac{G_{\text{т}0}\, h_{\text{т}}}{\omega_{\text{т}0}} \left(\dfrac{\partial H_{\text{т}}}{\partial h}\right)_0$ – коэффициент, учитывающий влияние изменения топливоподачи на движущий момент турбины; $\theta_{\text{кр}} = \left(\dfrac{\partial M_{\text{к}}}{\partial P_{\text{н}}}\right)_0$ – коэффициент, учитывающий изменение давления наддува на момент сопротивления компрессора; $\overline{\omega_{\text{т}}} = \dfrac{\Delta \omega_{\text{т}}}{\omega_{\text{т}0}}$; $\overline{P_{\text{г}}} = \dfrac{\Delta P_{\text{г}}}{P_{\text{г}0}}$ – величины относительных изменений угловой частоты вращения ротора турбокомпрессора и давления в выпускном коллекторе.

Дифференциальное уравнение, описывающее процессы, происходящие в выпускном компрессоре, получим, исходя из уравнения изменения количества воздуха $G_{\text{В}}$, заключенного в выпускном коллекторе, за время dt:

$$\frac{d G_{\text{в}}}{d t} = G_{\text{к}} - G_{\text{д}}, \tag{10}$$

где $G_{\text{К}}$, $G_{\text{Д}}$ – расход воздуха через компрессор и двигатель соответственно.

Расход воздуха через компрессор $G_{\text{К}}$ зависит от давления наддува $P_{\text{Н}}$ и угловой частоты вращения ротора турбокомпрессора $\omega_{\text{Т}}$. Расход воздуха через двигатель $G_{\text{ТД}}$ зависит от давления наддува $P_{\text{Н}}$ и частоты вращения вала дизеля ω. После разложения этих функциональных зависимостей в ряд Тейлора и последующей линеаризации получим:

$$\begin{aligned} G_{\text{к}} &= G_{\text{к}0} + \left(\frac{\partial G_{\text{к}}}{\partial P_{\text{н}}}\right)_0 \Delta P_{\text{н}} + \left(\frac{\partial G_{\text{к}}}{\partial \omega_{\text{т}}}\right)_0 \Delta \omega_{\text{т}}; \\ G_{\text{д}} &= G_{\text{д}0} + \left(\frac{\partial G_{\text{д}}}{\partial P_{\text{н}}}\right)_0 \Delta P_{\text{н}} + \left(\frac{\partial G_{\text{д}}}{\partial \omega_{\text{т}}}\right)_0 \Delta \omega_{\text{т}}. \end{aligned} \tag{11}$$

Поскольку количество воздуха пропорционально его объему $V_{\text{В}}$ и плотности воздуха $\rho_{\text{В}}$, то для производной $\dfrac{d G_{\text{В}}}{d t}$ справедливо, что

$$\frac{d G_{\text{в}}}{d t} = V_{\text{в}} \frac{d \rho_{\text{в}}}{d t}. \tag{12}$$

Исходя из того, что процесс сжатия в компрессоре политропный, т.е. что $\dfrac{P_н}{\rho_b^{nk}} = \mathrm{const}$, где $n_К$ – показатель политропы, представим изменение количества воздуха в виде следующей зависимости:

$$\frac{dG_в}{dt} = V_в \frac{\rho_в}{n_к P_н} \frac{dP_н}{dt} . \tag{13}$$

В результате с учетом перехода к системе относительных единиц получим

$$T_в \frac{d\overline{P}_н}{dt} + к_в \overline{P_н} = \overline{\omega_т} - k_\omega \overline{\omega} \ , \tag{14}$$

где $\text{Ò}_{\text{â}} = V_{\text{â}}\rho_{\text{â}} \Big/ \left(n_{\text{ê}}\omega_{\text{òî}} \left(\dfrac{\partial G_{\text{ê}}}{\partial \omega_{\text{ò}}}\right)_0 \right)$ – постоянная времени впускного коллектора; $\text{Ê}_{\text{â}} = \left[\left(\dfrac{\partial G_{\text{ä}}}{\partial \text{Ð}_{\text{í}}}\right)_0 - \left(\dfrac{\partial G_{\text{ê}}}{\partial \text{Ð}_{\text{í}}}\right)_0 \right] \left(\text{Ð}_{\text{í}\,0} \Big/ \left(\dfrac{\partial G_{\text{ê}}}{\partial \omega_{\text{ò}}}\right)_0 \omega_{\text{ò}0} \right)$ – коэффициент самовыравнивания впускного трубопровода; $\text{Ê}_\omega = \left(\dfrac{\partial G_{\text{ä}}}{\partial \omega}\right)_0 \Big/ \left(\dfrac{\partial G_{\text{ê}}}{\partial \omega_{\text{ò}}}\right)_0$ – коэффициент, учитывающий влияние изменения угловой частоты вращения двигателя на расход воздуха.

Дифференциальное уравнение выпускного коллектора получим, используя для этого уравнение изменения количества газа $G_Г$, сосредоточенного в объеме выпускного коллектора

$$\frac{dG_г}{dt} = G_д - G_т . \tag{15}$$

Количество газа, поданного в выпускной коллектор

$$G_г = V_г \rho_г , \tag{16}$$

где $\rho_г = f(P_г, h)$ – плотность газа, являющаяся функцией его давления $P_Г$ и температуры $T_Г$, определенных положением рейки топливного насоса h.

Таким образом, искомая производная будет равна

$$\frac{dG_г}{dt} = V_г \left(\frac{\partial \rho_г}{\partial P_г}\right)_0 \frac{d\rho_г}{dt} + V_г \left(\frac{\partial \rho_г}{\partial h}\right)_0 \frac{dh}{dt} . \tag{17}$$

После перехода к системе относительных единиц и преобразований получим искомое уравнение выпускного коллектора

$$T_г \frac{dP_г}{dt} + K_г \overline{P_г} = \overline{\omega} + \theta_г \overline{P}_Н - \left(T_h \frac{d\overline{h}}{dt} + K_{hr} \overline{h} \right) , \tag{18}$$

где $\grave{O}_{\tilde{a}} = V_{\tilde{a}} \left(\frac{\partial \rho_{\tilde{a}}}{\partial \text{Ð}_{\tilde{a}}} \right)_0 \Big/ \left(\frac{\partial G_{\ddot{a}}}{\partial \omega} \right)_0$ – постоянная времени выпускного коллектора по давлению газов; $\hat{E}_{\tilde{a}} = \left(\frac{\partial G_{\grave{o}}}{\partial \text{Ð}_{\tilde{a}}} \right)_0 \Big/ \left(\frac{\partial G_{\ddot{a}}}{\partial \omega} \right)_0$ – коэффициент самовыравнивания; $\theta_{\tilde{a}} = \left(\frac{\partial G_{\ddot{a}}}{\partial \text{Ð}_{\acute{\imath}}} \right)_0 \Big/ \left(\frac{\partial G_{\ddot{a}}}{\partial \omega} \right)_0$ – коэффициент усиления по давлению наддува; $\grave{O}_h = V_{\tilde{a}} \left(\frac{\partial \rho_{\tilde{a}}}{\partial h} \right)_0 h_0 \Big/ \left(\frac{\partial G_{\ddot{a}}}{\partial \omega} \right)_0$ – постоянная времени выпускного коллектора по положению органа управления топливным насосом; $K_{h\tilde{a}} = \left(\frac{\partial G_{\grave{o}}}{\partial h} \right)_0 \left(h_0 \Big/ \left(\frac{\partial G_{\tilde{a}}}{\partial \omega} \right)_0 \right)$ – коэффициент усиления, учитывающий влияние изменения положения рейки топливного насоса на расход газа через турбину.

Уравнения (4, 9, 14, 17) описывают динамику дизеля с газотурбинным наддувом, представляемого в общем случае звеном четвертого порядка.

Выводы. Полученные соотношения позволяют определить порядок системы дифференциальных уравнений, описывающей объект управления. Вместе с тем использование этих соотношений для установления закона управления дизель-генератором в процессе его пуска затруднительно, поскольку для получения данных о величинах постоянных времени и коэффициентов усиления при соответствующих переменных необходимы экспериментальные исследования, основанные на снятии и последующей обработке частотных и переходных характеристик дизель-генератора. Вместе с тем, без уточненного описания динамики дизель-генератора проведение последующих экспериментальных исследований невозможно.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Крутов В.И. Автоматическое регулирование двигателей внутреннего сгорания. – М.: Машгиз, 1958. – 344 с.*
2. *Крутов В.И. Сборник задач по теории автоматического регулирования двигателей внутреннего сгорания. – М.: Машиностроение, 1972. – 208 с.*
3. *Колчин А.И., Демидов В.П. Расчет автомобильных и тракторных двигателей. – М.: Высшая школа, 1971. – 344 с.*

Поступила 14.11.2003

***МАЛЫШ Александр Николаевич**, адъюнкт ХВУ. В 2001 году окончил командно-штабной факультет ХВУ. Область научных интересов – энергетическое обеспечение.*