

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЭКСПЛУАТАЦИИ СРЕДСТВ ИЗМЕРИТЕЛЬНОЙ ТЕХНИКИ

д.т.н., проф. В.Н. Чинков, к.т.н. А.И. Пискачѐв, к.т.н. С.В. Герасимов

В статье предложена полумарковская модель эксплуатации средств измерительной техники и сделаны предложения по ее применению при определении параметров эксплуатации средств измерительной техники.

Постановка проблемы. Одной из составляющих совершенствования системы метрологического обслуживания (СМО) сложных технических комплексов (СТК) является определение оптимальных параметров (основных характеристик) эксплуатации, в том числе параметров метрологического обслуживания (МО), в частности его периодичности, средств измерительной техники (СИТ). Одним из наиболее эффективных способов решения задачи определения оптимальных параметров эксплуатации СИТ является разработка (уточнение) их математической модели эксплуатации [1 – 3]. Решению одной из научных задач этой проблемы посвящена настоящая статья.

Анализ литературы. Для разработки математических моделей эксплуатации современных СТК, в том числе для СИТ, используются, в основном, марковские случайные процессы [1 – 5]. Однако марковская модель эксплуатации СТК имеет существенный недостаток, заключающийся в том, что переходы в ней из одного состояния в другое подчинены экспоненциальному закону распределения, но, как известно, не все возможные переходы модели эксплуатации СИТ можно описать этим законом. В теории надежности, например, продолжительность контроля и ремонта обычно описывают распределением Эрланга, а переходы из исправного состояния в состояние эксплуатации со скрытым отказом – законом Релея [6]. Поэтому известные математические модели эксплуатации СИТ на основе марковских процессов [3, 5] не позволяют определять оптимальный вектор параметров их эксплуатации, что, в свою очередь, приводит к созданию неоптимальной СМО СТК. Исключить указанный недостаток марковской модели позволяет полумарковская модель эксплуатации [7]. Следует отметить и то, что модель эксплуатации СИТ, имеющая процессы с фиксированными переходами (например, пе-

риод проведения поверки или калибровки СИТ (межповерочный интервал) – постоянный), также более точно описывается математическим аппаратом полумарковских случайных процессов.

Цель статьи заключается в разработке математической модели эксплуатации СИТ с применением теории полумарковских случайных процессов, которая позволит, по сравнению с марковской моделью, определить более точно параметры эксплуатации СИТ, как условные (справедливые для конкретных направлений переходов, интервалов времени), так и безусловные (усредненные по всем возможным направлениям переходов по времени).

Описание модели. Полумарковский процесс определен, если заданы следующие данные: множества возможных состояний и переходов, матрица независимых функций распределения времени пребывания процесса в каждом из состояний до перехода в другое состояние и начальное состояние процесса.

В известных моделях эксплуатации СИТ рассматриваются следующие состояния [3, 5]: применение исправного СИТ и СИТ со скрытым отказом, поверка (калибровка) работоспособного СИТ и СИТ со скрытым отказом (включая самоповерку и самокалибровку), СИТ неработоспособно, восстановление и ложное восстановление СИТ, хранение СИТ и применение обменного фонда. Однако эти состояния на современном этапе развития техники, в том числе и СИТ [8], не полностью охватывают процесс их эксплуатации. В частности, применение самоповерки (самокалибровки) СИТ еще не позволяет с высокой вероятностью говорить о достоверности проведения контроля параметров СТК с помощью такого средства измерения, так как при проведении контроля возможен отказ самого СИТ. Проведение самодиагностирования СИТ позволяет повысить достоверность контроля параметров СТК, потому что оно позволяет говорить об исправности СИТ не только в момент контроля, но и определенное время после его проведения. Кроме того, создание универсальных цифровых магистрально-модульных СИТ приводит к тому, что поверку (калибровку) и ремонт неисправных средств измерений можно проводить по составным элементам [8]. Поэтому предлагается дополнительно ввести два весьма распространенных состояния среди современных СИТ и одно перспективное, основанное на тенденциях их развития: поверка (калибровка) СИТ поэлементно, замена неисправного элемента СИТ исправным и самодиагностирование СИТ.

Поэлементная поверка (калибровка) является частным случаем проведения комплексной поверки (калибровки) СИТ, но ее проведение требует увеличения времени, так как контролируется большее число пара-

метров. Однако поэлементная поверка (калибровка) позволяет определить неисправный элемент СИТ, что способствует более оперативному восстановлению неисправных СИТ.

Состояние замены неисправного элемента на исправный является частным случаем восстановления неисправных СИТ, однако, на наш взгляд, его следует рассматривать отдельно. Это связано с тем, что замену неисправного элемента СИТ может произвести обслуживающий персонал без привлечения ремонтных органов, при этом уменьшается время восстановления и снижаются транспортные расходы по доставке неисправных СИТ в ремонтные органы.

Проведение самодиагностирования СИТ позволяет повысить достоверность контроля параметров СТК, что приводит к увеличению вероятность его успешного применения по назначению за счет допуска к эксплуатации действительно исправного СТК.

С учетом введения в рассмотрение трех новых состояний, в процессе эксплуатации СИТ может находиться в одном из следующих 11 состояний: S_1 – применение СИТ по назначению; S_2 – применение СИТ со скрытым отказом; S_3 – поверка (калибровка) работоспособного СИТ; S_4 – поверка (калибровка) СИТ со скрытым отказом; S_5 – СИТ неработоспособно; S_6 – поверка (калибровка) СИТ поэлементно; S_7 – замена неисправного элемента СИТ исправным; S_8 – восстановление неработоспособного СИТ; S_9 – восстановление работоспособного СИТ (ложный ремонт); S_{10} – самодиагностирование СИТ; S_{11} – хранение работоспособного СИТ.

Пусть λ_{ij} – интенсивности переходов СИТ из i -го состояния модели в j -е состояние, $i = \overline{1, 11}$, $j = \overline{1, 11}$, $i \neq j$. Запишем выражения для независимых функций распределения времени пребывания СИТ в i -м состоянии перед переходом в j -е состояние – $Q_{ij}(t)$:

$$\begin{aligned} Q_{12} = Q_{34} &= 1 - e^{-\lambda_{12} t}; & Q_{13} = Q_{24} &= \begin{cases} 0, & \text{при } t < T_n, \\ 1, & \text{при } t \geq T_n; \end{cases} \\ Q_{1,10} = Q_{2,10} &= \begin{cases} 0, & \text{при } t < T_d, \\ 1, & \text{при } t \geq T_d; \end{cases} & Q_{73} &= 1 + \left(\frac{2t}{\tau_{n1} + \tau_{31}} \right) e^{\frac{-2t}{\tau_{n1} + \tau_{31}}}; \\ Q_{56} &= e^{-\lambda_{56} t}; & Q_{58} &= e^{-\lambda_{58} t}; & Q_{59} &= e^{-\lambda_{59} t}; & Q_{65} &= e^{-\lambda_{65} t}; & Q_{67} &= e^{-\lambda_{67} t}; \\ Q_{31} = Q_{3,11} = Q_{42} = Q_{35} = Q_{45} &= \begin{cases} 0, & \text{при } t < \tau_n, \\ 1, & \text{при } t \geq \tau_n; \end{cases} \end{aligned} \quad (1)$$

$$Q_{83} = 1 + \left(\frac{2t}{\tau_{\Pi} + \tau_{\text{в}}} \right) e^{\frac{-2t}{\tau_{\Pi} + \tau_{\text{в}}}}; \quad Q_{93} = 1 + \left(\frac{2t}{\tau_{\Pi} + \tau_{\text{вл}}} \right) e^{\frac{-2t}{\tau_{\Pi} + \tau_{\text{вл}}}}; \quad Q_{11,1} = e^{-\lambda_{11,1} t};$$

$$Q_{10,1} = Q_{10,6} = \begin{cases} 0, & \text{при } t < \tau_{\text{пк}}, \\ 1, & \text{при } t \geq \tau_{\text{пк}}, \end{cases} \quad Q_{11,2} = e^{-\lambda_{11,2} t}; \quad Q_{11,3} = \begin{cases} 0, & \text{при } t < T_{\text{пх}}, \\ 1, & \text{при } t \geq T_{\text{пх}}, \end{cases}$$

где T_{Π} – периодичность проведения поверки (калибровки) СИТ; $T_{\text{д}}$ – время самодиагностирования СИТ; $T_{\text{пх}}$ – периодичность поверки (калибровки) СИТ при его на хранении; τ_{Π} – продолжительность проведения поверки (калибровки) СИТ в целом; τ_{Π_i} – продолжительность проведения поверки (калибровки) i -го элемента СИТ; τ_{3_i} – продолжительность замены i -го элемента СИТ; $\tau_{\text{в}}$ – продолжительность восстановления СИТ; $\tau_{\text{вл}}$ – продолжительность ложного восстановления СИТ.

Выражения (1) представляют полумарковскую математическую модель эксплуатации СИТ, начальное состояние которой – СИТ исправно и применяется по назначению. Используя эти выражения, определим стационарные значения вероятностей переходов СИТ из i -го состояния в j -е состояние

$$P_{ij} = \int_0^{\infty} \prod_{k \neq j}^{11} [1 - Q_{ik}(t)] dQ_{ij}(t), \quad (2)$$

где i, j, k – состояния модели эксплуатации СТК, $i = \overline{1, 11}$, $j = \overline{1, 11}$, $k = \overline{1, 11}$.

Зная значения вероятностей P_{ij} , найдем вероятности Π_i состояний вложенной марковской цепи исследуемой полумарковской модели эксплуатации СИТ (марковские вероятности), для чего решим систему уравнений

$$\Pi_i = \sum_{j=1}^{11} \Pi_j P_{ij} \quad (3)$$

с учетом нормировочного условия $\sum_{i=1}^{11} \Pi_i = 1$.

Марковские вероятности Π_i имеют физический смысл относительного числа попаданий полумарковской модели в i -е состояние. Вероятности Π_i не учитывают времени, проводимого СИТ в том или ином состоянии полумарковской модели, поэтому могут существенно отличаться от истинных вероятностей P_i , для определения которых необходимы

значения продолжительностей пребывания полумарковской модели в i -м состоянии.

Определим безусловные времена пребывания μ_i полумарковской модели в i -м состоянии по формуле

$$\mu_i = \int_0^{\infty} \prod_{k=1}^{11} [1 - Q_{ik}(t)] dt, \quad (4)$$

а по ним – стационарные вероятности P_i пребывания СТК в каждом из состояний полумарковской модели:

$$P_i = \mu_i \Pi_i / \mu, \quad (5)$$

где $\mu = \sum_{i=1}^{11} \Pi_i \mu_i$ – средняя продолжительность пребывания СИТ в возможных состояниях полумарковской модели эксплуатации между переходами.

Выражение (5) наглядно показывает, что марковская модель является частным случаем полумарковской. Так, если $\mu_1 = \dots = \mu_{11} = \mu$, то $P_i = \Pi_i$, т.е. стационарные вероятности P_i пребывания СИТ в каждом из состояний полумарковской модели соответствуют марковским вероятностям Π_i .

Полученные соотношения (1) – (5) позволяют определить значения вероятностей $P_1 - P_{11}$ нахождения СИТ в состояниях модели эксплуатации. Их целесообразно рассчитывать численным методом с использованием ЭВМ, например, с помощью пакета прикладных программ Mathcad-2000 [9].

Предложенная полумарковская модель эксплуатации СИТ (1) для определения вероятностей нахождения их в соответствующих состояниях $S_1 - S_{11}$ модели эксплуатации может быть использована при расчете оптимальных значений параметров эксплуатации СИТ.

Для определения оптимальных значений параметров эксплуатации СИТ необходимо задать значения неварьируемых параметров эксплуатации (например, время наработки СИТ на отказ, время проведения контроля параметров СИТ) и, изменяя значение варьируемого (оптимизируемого) параметра (например, периодичность проведения поверки (калибровки) СИТ), добиться максимума вероятности P_1 основного состояния СИТ. Полученное при этом значение периодичности проведения поверки (калибровки) СИТ будет оптимальным. С применением полумарковской модели эксплуатации СИТ можно разработать экономическую модель эксплуатации СИТ, которая позволит проводить тактико-

экономическое обоснование тех или иных операций при проведении МО как СИТ, так и СТК.

Выводы. Предложенная полумарковская модель эксплуатации более полно описывает процесс эксплуатации СИТ и позволяет определять более точные параметры СМО СИТ, что повысит эффективность эксплуатации СТК.

Перспективы дальнейших исследований. Дальнейшие исследования необходимо направить на разработку показателей эффективности эксплуатации СИТ, основанных на полумарковской модели эксплуатации.

ЛИТЕРАТУРА

1. Барзилович Е.Ю. *Модели технического обслуживания сложных систем.* – М.: Высш. шк., 1982. – 231 с.
2. Маслов А.Я., Немудрук Л.Н., Гуца А.Г. *Оптимизация радиоэлектронной аппаратуры.* – М.: Радио и связь, 1982. – 200 с.
3. Крещук В.В. *Метрологическое обеспечение эксплуатации сложных изделий.* – М.: Изд-во стандартов, 1989. – 200 с.
4. Дмитриев А.К., Мальцев П.А. *Основы теории построения и контроля сложных систем.* – Ленинград: Энергоатомиздат, 1988. – 192 с.
5. Чинков В.Н., Флорин А.П. *Математическая модель эксплуатации измерительной техники с учетом применения обменного фонда // Информационные системы.* – Х.: НАНУ, ПАНИ, ХВУ. – 1994. – Вып. 2. – С. 32 – 36.
6. Гриданюк В.В. *Надійїність промислової електроніки.* – К.: Техніка, 1992. – 126 с.
7. Вентцель Е.С., Овчаров Л.А. *Теория вероятностей и ее инженерные приложения.* – М.: Высш. шк., 2000. – 480 с.
8. Чинков В.Н. *Основные тенденции развития цифровой измерительной техники // Український метрологічний журнал.* – 1996. – № 2 – 3. – С. 27 – 30.
9. Дьяконов В. *Mathcad 2000.* – С.-Пб.: Питер, 2000. – 592 с.

Поступила 20.12.2004

ЧИНКОВ Виктор Николаевич, доктор техн. наук, профессор, профессор Харьковского университета Воздушных Сил. В 1962 году окончил Харьковский политехнический институт. Область научных исследований – метрология и измерительная техника.

ПИСКАЧЁВ Александр Иванович, канд. техн. наук, старший научный сотрудник, начальник НИУ Объединенного научно-исследовательского института ВС. В 1979 году окончил Харьковское ВВКИУ. Область научных исследований – метрологическое и топогеодезическое обеспечение вооружения и военной техники.

ГЕРАСИМОВ Сергей Викторович, канд. техн. наук, старший научный сотрудник Объединенного научно-исследовательского института ВС. В 1998 году окончил Харьковский военный университет. Область научных исследований – метрологическое обеспечение вооружения и военной техники.