ОБРОБКА ІНФОРМАЦІЇ В СКЛАДНИХ ТЕХНІЧНИХ СИСТЕМАХ

УДК 614.84 : 355.588.4

ВИТІКАННЯ РІДИНИ З РЕЗЕРВУАРА ПІД ДІЄЮ ГАЗУ, ЩО РОЗШИРЮЄТЬСЯ, У РЕЖИМІ «ПОСТРІЛ»

М.І. Адаменко
(факультет військової підготовки Харківського державного технічного університету будівництва та архітектури)

Методом послідовних наближень отримані аналітичні залежності для швидкості руху рідини по трубі, тиску в резервуарі, витрати рідини й часу спустошення резервуара в режимі «Постріл», коли цей час настільки малий, що сила в'язкого тертя не встигає вплинути на витікання рідини з резервуара по трубі. Проведено зіставлення першого й другого наближень. Обговорюється питання стійкості плину і його роль у режимі «Постріл».

пожежогасіння, в'язке тертя, арсенал, склад вибухових речовин

Вступ. Останнім часом увага фахівців притягнута до рішення завдань забезпечення пожежегасіння на спеціальних об'єктах класу «арсенал», «склад вибухових речовин» [1]. Завдання ускладненюється тим, що пожежі на подібних об'єктах супроводжуються вибухами, тому можуть піддаватися контрольованому пожежегасінню протягом надзвичайно малого відрізку часу, що не забезпечує своєчасного прибуття чергового пожежного розрахунку.

Найбільш ефективним за даних обставин є використання автоматичних систем пожежегасіння. Однак, як показує огляд існуючих автоматичних систем пожежегасіння [2 – 4], режими, для яких вони проектуються, не дають достатньої ефективності за короткий часовий інтервал.

Виходячи з вищесказаного, пропонується розрахунок системи, яка б давала максимальну щільність пожежегасіння безпосередньо після надходження сигналу про пожежу за мінімальний часовий інтервал – систему, що працює в режимі «Постріл».

1. Формалізація задачі. Розглянемо резервуар, у нижній частині якого знаходиться рідина, а у верхній – газ, стиснутий до тиску $P_н$, який перевищує атмосферний тиск P_a. У дно резервуара вмонтована труба кругового перетину з радіусом a і довжиною L, кінець якої виведений в атмосферу. У трубі є заслінка, що дозволяє регулювати зв'язок резервуара з атмосферою.

У момент часу $t_0 = 0$ засувка відкривається і рідина починає випливати з резервуара по трубі в атмосферу під дією тиску, створюваного газом у резервуарі. При витіканні рідини з резервуара газ займає обсяг, який звільнився. У підсумку тиск, створюваний газом у резервуарі, падає за законом Бойля – Маріотта

$$P_н V_{г.н} = P_и V_г, \tag{1}$$

де $P_н$ і $V_{г.н}$ – відповідно тиск та обсяг газу в початковий момент часу $t_0 = 0$; $P_и$ і $V_г$ – відповідно тиск та обсяг газу в момент часу $t > 0$, коли частина рідини вже витекла з резервуара по трубі в атмосферу.

Будемо вважати, що початкові значення $P_н$ та $V_{г.н}$ такі [5], що вся рідина буде витиснута з резервуара в атмосферу за час $t_в$ і розглядати інтервал часу, що обмежений нерівностями

$$0 \le t \le t_в. \tag{2}$$

Розглянемо резервуар з відносно малим обсягом так, що час його спустошення $t_в$ задовольняє нерівності

$$t_в << t_υ , \tag{3}$$

де

$$t_υ = a^2/(4υ) \; – \tag{4}$$

характерний час, за який в рідині з кінематичною в'язкістю встановлюється рівновага в поперечному напрямку труби кругового перетину з радіусом a.

У міру нерівності (3) рідина рухається по трубі, як ідеальна, зі швидкістю, що залежить від часу, але не залежить від відстані від осі труби аж до шару біля стінки, розміри якого набагато менше радіуса труби a. Такий режим витікання рідини під дією газу, що розширюється, випливаючи [5], будемо називати режимом «Постріл».

У циліндричній системі координат z, r, φ, вісь якої збігається з віссю труби, для швидкості руху рідини уздовж осі у випадку режиму «Постріл» маємо

$$V(r,t) = V_b(t)\eta(a-r), \tag{5}$$

де η – східчаста функція Хевісайда, яка дорівнює одиниці, коли її аргумент позитивний, і дорівнює нулю, коли її аргумент негативний.

Згідно [5], повна система рівнянь, яка описує режим «Постріл», може бути записана у вигляді

$$\frac{\partial V_b(t)}{\partial t} = \frac{\beta}{\rho}\cdot\frac{P(t) - P_a}{L}; \quad (6) \qquad P(t) = \frac{P_H V_{г.н.}}{V_{г.н.} + W(t)}, \quad (7)$$

де $$W(t)=\pi a^2\int_0^t V_b(t')\partial t' \; - \tag{8}$$

обсяг рідини, що витече до моменту часу t з резервуара по трубі (т.зв. витрата рідини); ρ – щільність рідини, а параметр β визначається умовами витікання рідини з кінця труби в атмосферу й ступенем відкриття засувки, параметр β лежить в інтервалі

$$0 \le \beta \le 1. \tag{9}$$

Максимальному значенню β = 1 відповідає цілком відкрита засувка, радіус отвору якої дорівнює радіусу труби a, і миттєвий відвід рідини, що випливає з кінця труби в атмосферу так, що на кінці труби тиск дорівнює атмосферному P_a. Мінімальному значенню β = 0 відповідає закритий кінець труби або закрита засувка, коли $V_b = 0$ і $P = P_H$.

Систему рівнянь (6), (7) потрібно доповнити початковою умовою

$$V_b\,(t=0)=0. \tag{10}$$

Система рівнянь (6), (7) з початковою умовою (10) є коректно поставленим математичним завданням, рішенню якого присвячений наступний розділ цієї статті.

2. Розв'язання системи рівнянь. Систему рівнянь (6), (7) з початковою умовою (10) можна вирішувати чисельно. Однак тільки аналітичне рішення дає можливість повною мірою описати режим «Постріл» і знайти всі параметри цього режиму в різних умовах.

Для одержання аналітичного рішення системи (6), (7) з початковою умовою (10) використаємо метод послідовних наближень. У першому наближенні замінимо в правій частині рівняння (6) функцію P(t) її середнім значенням

$$\overline{P}=\frac{P_H+P_K}{2}\,, \tag{11}$$

де P_K – кінцевий тиск газу в резервуарі після того, як вся рідина буде повністю витиснута з резервуара й газ займе весь обсяг резервуара V_P.

Виходячи з рівності (1), знайдемо зв'язок між P_K і початковими значеннями $V_{г.н.}$ й P_H, які передбачаються відомими.

$$P_K=P_H\,\frac{V_{Г.Н.}}{V_e}\,. \tag{12}$$

З рівностей (11) і (12) витікає

$$\overline{P}=\gamma P_H\,, \tag{13}$$

де $$\gamma=\frac{V_e+V_{г.н}}{2V_e}\,. \tag{14}$$

Заміняючи у рівнянні (6) функцію P(t) вираженням (13) і інтегруючи отримане рівняння з початковою умовою (10), що виконується у всіх наближеннях, одержимо

$$v_в^{(1)}(t) = \frac{\beta}{\rho L}(\gamma P_н - P_a)t \tag{15}$$

(тут і далі верхній індекс у дужках у функції означає номер наближення).

Підставляючи (15) в (8) і, інтегруючи, одержимо

$$W^{(1)}(t) = \frac{\pi a^2 \beta}{2\rho L}(\gamma P_н - P_a)t^2 . \tag{16}$$

Результат (16) зручно переписати у вигляді

$$W^{(1)}(t) = V_{г.н} \frac{t^2}{\tau^2} , \tag{17}$$

де

$$\tau = \sqrt{\frac{2\rho L V_{г.н}}{\pi a^2 \beta(\gamma P_н - P_a)}} - \tag{18}$$

характерний час для режиму «Постріл».

Підстановка (17) в (7) дає в першому наближенні наступну залежність тиску в резервуарі від часу:

$$P^{(1)}(t) = \frac{P_H}{1 + t^2 / \tau^2} . \tag{19}$$

Виходячи з рівності (16) неважко знайти час $t_в$, за який в першому наближенні резервуар повністю спустошиться.

Для цього варто виходити з фізичного змісту W(t), відповідно до якого

$$W(t_в) = V_{ж.н.}, \tag{20}$$

де

$$V_{ж.н} = V_e - V_{г.н} - \tag{21}$$

початковий обсяг рідини в резервуарі в момент часу.

Рівності (16) і (20) дають

$$t_в^{(1)} = \sqrt{\frac{2\rho L V_{ж.н.}}{\pi a^2 \beta(\gamma P_н - P_a)}} . \tag{22}$$

Вираз (22) з урахуванням визначення (18) записується у вигляді

$$t_в^{(1)} = \tau\sqrt{\frac{V_{ж.н.}}{V_{г.н.}}} . \tag{23}$$

При $t > t_в$ витікання рідини з кінця труби в атмосферу протягом проміжку часу Δt буде зв'язано тільки з витисненням рідини, що залишилася в трубі, обсяг порожнини якої $\pi a^2 L$.

Якщо

$$V_{ж.н} >> \pi a^2 L \tag{24}$$

і кінцевий тиск $P_к$ досить перевершує атмосферний тиск P_a, то

$$t_в = \Delta t. \tag{25}$$

Розрахунок часу Δt у загальному випадку не викликає принципових труднощів. Однак, у нашому випадку, коли нерівність (24) виконується, такий розрахунок не представляє, очевидно, практичного інтересу.

Співвідношення (15), (16), (19) і (22) повністю описують у першому наближенні процес витікання рідини з резервуара по трубі в режимі «Постріл». У ряді випадків першого наближення буває досить для практичних цілей. Тим часом може виникнути необхідність у більше точному рішенні рівнянь (6), (7). Крім того, важливо знати, яка неточність першого наближення. У зв'язку із цим одержимо рішення рівнянь (6), (7) з початковою умовою (10) у другому наближенні й зрівняємо його з рішенням у першому наближенні.

Виходячи зі схеми методу послідовних наближень і рівності (6) для швидкості $V_в^{(2)}(t)$ в другому наближенні маємо наступне рівняння

$$\frac{\partial V_в^{(2)}(t)}{\partial t} = \frac{\beta}{\rho} \cdot \frac{P^{(1)}(t) - P_a}{L}. \tag{26}$$

Підстановка (19) в (26) і інтегрування отриманого рівняння з урахуванням початкової умови (10) дає

$$v_в^{(2)}(t) = \frac{\beta}{\rho L}(\tilde{\gamma}_v P_н - P_a)t, \tag{27}$$

де

$$\tilde{\gamma}_v = \frac{1}{\tilde{t}} \operatorname{arctg} \tilde{t}, \tag{28}$$

а

$$\tilde{t} = \frac{t}{\tau} - \tag{29}$$

безрозмірний час.

Підставляючи (27) в (8) і інтегруючи отримане вираження, маємо

$$W^{(2)}(t) = \frac{\pi a^2 \beta}{2\rho L}(\tilde{\gamma}_w P_н - P_a)t^2, \tag{30}$$

де

$$\tilde{\gamma}_w = \frac{2}{\tilde{t}} \operatorname{arctg} \tilde{t} - \frac{1}{\tilde{t}^2} \ln(1 + \tilde{t}^2). \tag{31}$$

Для тиску в другому наближенні згідно (7) і (30) маємо

$$P^{(2)}(t) = \frac{P_н V_{г.н.}}{V_{г.н.} + W^{(2)}(t)}. \tag{32}$$

Рішення (27) і (30) у другому наближенні відрізняються від відповідних рішень (15) і (16) у першому наближенні тільки тим, що коефіцієнти $\tilde{\gamma}_w$ й $\tilde{\gamma}_v$ згідно (28) і (31) різні і є функціями безрозмірного часу $\tilde{t}$.

Якщо $\tilde{t} \ll 1$, тобто $t \ll \tau$, (33)

то в нульовому наближенні по малому параметрі (33)

$$\tilde{\gamma}_V(\tilde{t} \ll 1) = \tilde{\gamma}_W(\tilde{t} \ll 1). \qquad (34)$$

Результат (34) має простий фізичний зміст: при малих часах $t \ll \tau$ тиск у резервуарі в нульовому наближенні по малому параметрі (33) збігається з тиском $P_н$, який був у початковий момент часу $t_0 = 0$.

У світлі викладеного, перші наближення, що даються рівностями (15) і (16), у правій частині яких $\gamma = \text{const}$ (див. (14)), є відносно грубими при малих t.

Однак, у міру збільшення $\tilde{t}$ коефіцієнти $\tilde{\gamma}_W$ й $\tilde{\gamma}_V$ зменшуються. При цьому зменшується й розходження між першим і другим наближеннями.

Межі зміни часу $\tilde{t}$ випливають із нерівностей (2). У першому наближенні згідно (23) одержимо

$$0 \le \tilde{t}^{(1)} \le \sqrt{\frac{V_{ж.н.}}{V_{г.н}}}. \qquad (35)$$

Вираження для $t_в^{(2)}$ в другому наближенні виходить із рівності (20) і вираження (30). Досить гарне наближення для $t_в^{(2)}$ можна одержати, якщо у вираженні (30) покласти $\tilde{t}$ рівним правої частини нерівності (35) $t_в^{(1)} = \sqrt{\frac{V_{ж.н.}}{V_{г.н}}}$.

У підсумку одержимо

$$t_в^{(2)} \approx \sqrt{\frac{2\rho L V_{ж.н.}}{\pi a^2 \beta(\gamma_W P_н - P_a)}}, \qquad (36)$$

де

$$\gamma_W = \tilde{\gamma}_W\left(\tilde{t} = \sqrt{\frac{V_{ж.н.}}{V_{г.н.}}}\right). \qquad (37)$$

Результат (36) у другому наближенні відрізняється від відповідного результату (22) у першому наближенні тільки чисельними значеннями коефіцієнтів γ_w й γ.

3. Аналіз рішення. Становить інтерес при умовах, близьких до експериментальних, знайти ці чисельні значення, що дозволить порівняти результати першого й другого наближень. Нехай $V_e = 10$ л, $V_{ж.н} = 8$ л, а $V_{г.н.} =$ $= 2$ л. Тоді, згідно (37) $\gamma_w = 0{,}698$, а згідно (14) $\gamma = 0{,}6$. Таким чином, при $t_в^{(1)} = t$ розходження в коефіцієнтах γ_w й γ становить 14%. При $t \ll \tau$, коли $\tilde{\gamma}_в = 1$, а $\gamma = 0{,}6$, це розходження максимальне й становить 40%.

Якщо для яких-небудь конкретних умов точності й другого наближення буде недостатньо, то по застосованій вище схемі можна знайти третє, четверте й т.д. наближення й одержати рішення як завгодно близьке до точного рішення системи (6), (7) з початковою умовою (10).

Обговоримо питання стійкості отриманих у цій статті рішень. Відомо (наприклад, [6]), що плин стає нестійким при досить більших швидкостях руху рідини. При нестійкому плині виникаючі в рідині, що рухається, малі випадкові збурювання будуть рости згодом і можуть сильно змінити картину плину рідини так, що плин, в остаточному підсумку, може стати турбулентним.

Дослідження плину на стійкість є дуже складним математичним завданням, яке у цей час вирішено тільки для досить простих випадків при цілому ряді припущень, що спрощують завдання. Тому критерій стійкості плину рідини, як правило, ґрунтується на емпіричному підході. При цьому вихідним є число Рейнольдса

$$R = \frac{\overline{V}a}{V}. \tag{38}$$

Якщо середня швидкість плину рідини $\overline{V}$ така, що число Рейнольдса менше деякого критичного значення $R_{кр}$, той плин буде стійким. При $R > R_{кр}$ плин буде нестійким.

Згідно (38) для критичної швидкості руху рідини, вище якої плин буде нестійким, маємо

$$V_{кр} = R_{кр}\frac{V}{a}. \tag{39}$$

Опити показали, що для плину Пуазейля по циліндричних трубах $R_{кр} = 1000$. При плині Пуазейля води ($V = 0{,}01$ см^2/сек) по трубі з радіусом $a=1$ см при $R_{кр} = 1000$ згідно (39) одержимо

$$V_{кр}=10 \text{ см/сек}. \tag{40}$$

У режимі «Постріл» плин рідини по трубі не є Пуазейлевським. Тому важко апріорі сказати, якою мірою чисельне значення (40) відповідає режиму «Постріл». Тим часом, із простих оцінок по формулі (27) витікає, що в режимі «Постріл» у більшій частині інтервалу (2), за винятком малої області поблизу $t \approx 0$, рідина буде рухатися по трубі зі швидкостями $V >> V_{кр}$. Однак, при не занадто великій довжині труби L при нестійкому плині виникаючі в рідині збурювання будуть виходити із труби разом з рідиною в атмосферу раніше, ніж встигнуть змінити істотно плин, що описується рішенням (27). Така нестійкість називається зносовою або конвективною (наприклад, [6]). У режимі «Постріл», очевидно, реалізується саме зносова нестійкість.

Із загальних міркувань ясно, що втрата стійкості плину й виникнення збурювань у потоці рідини призведуть до зменшення швидкості руху рідини V і відповідно до збільшення часу $t_в$. У нашому випадку таку зміна можна врахувати шляхом зменшення підгінного параметра β, що втримується в наведені вище рішеннях. При $\beta = 1$ рішення (27) і (30) дають граничні максимальні значення швидкості й витрати рідини, а рішення (36) – мінімальний час спустошення резервуара.

Висновки та напрямки подальших досліджень. Автор планує надалі розглянути різні режими витікання рідини з резервуара під дією газу, що розширюється, для випадків як ламінарного, так і турбулентного плину рідини по трубі.

Таким чином, методом послідовних наближень вирішена система рівнянь (6), (7) з початковою умовою (10), що моделює витікання рідини по трубі з резервуара під дією газу, що розширюється, у режимі «Постріл».

Отримані в першому й другому наближеннях аналітичні залежності від часу для швидкості руху рідини по трубі (15) і (27), тиску в резервуарі (19) і (32), витрати рідини (16) і (30) і часу спустошення резервуара (23) і (36). Проведено зіставлення першого й другого наближень.

Обговорюється питання стійкості плину й роль випадкових збурювань при нестійкому плині рідини по трубі в режимі «Постріл».

ЛІТЕРАТУРА

1. *Адаменко М.І., Гелета О.В., Федюк І.Б. Методика розрахунку захисного капоніру системи пожежегасіння складів вибухових речовин та арсеналів // Системи обробки інформації. – Х.: ХВУ. – 2004. – Вип. 9 (37). – С. 235 – 237.*
2. *Автоматическая противопожарная защита объектов. Требования нормативных актов. – Х.: АПБУ МВД Украины, 2001. – 220 с.*
3. *Христіч В.В., Дерев'янко О.А. та ін. Системи пожежної та охоронної сигналізації. Конспект лекцій. – Х.: АПБУ МВС України, 2001. – 115 с.*
4. *Правила проектирования, монтажа и эксплуатации автоматических установок аэрозольного пожаротушения. Согласовано с Госкомитетом строительства, архитектуры и жилищной политики Украины от 05.12.2000, №2/5-608.*
5. *Адаменко М.І. Основи розрахунку резервуару автоматичної системи пожежегасіння спеціальних будівельних об'єктів // Науковий вісник академії міського господарства. – Х.: ХДАМГ. – 2005. – Вип. 1. – С. 34 – 39.*
6. *Яхно О.М., Матієга В.М., Ракович В.Я. Технічна гідродинаміка та гідродинамічні решітки: Посібник. - Чернівці: Зелена Буковина, 2002. – 264 с.*

Надійшла 25.01.2005

Рецензент: доктор технічних наук, професор І.Г. Черваньов,
Харківський національний університет ім. В.Н. Каразіна.