

## ОПТИМИЗАЦИЯ СТРУКТУР ТРАНСПОРТНОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ В РАСПРЕДЕЛЕННЫХ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ КОМПЛЕКСАХ

О.В. Малеева, К.О. Западня

(Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ»)

*Построена модель многокритериальной оптимизации для выбора рациональных структур и схем транспортного обслуживания в территориально распределенных технологических комплексах. Для решения задачи оптимизации используется минимизация функции максимума и чебышевские приближения для системы линейных неравенств.*

***распределенный технологический комплекс, транспортное обслуживание, минимаксная оптимизация***

**Введение.** Современное производство все чаще представляется в виде большой территориально распределенной системы. Поэтому актуальны задачи исследования, связанные с топологией структуры и выбором рациональных схем транспортного обслуживания для решения задач управления транспортной системой распределенного технологического комплекса (ТС РТК) [1]. В представленной работе основной аспект исследования связан с рациональным размещением модулей технологического оборудования в узлах, где осуществляется основные технологические операции ТС РТК. Решена задача многокритериальной оптимизации ТС РТК, основанная на минимаксе и чебышевских приближениях.

Пусть имеется исходный набор основного оборудования ТС РТК из  $n$  модулей. Задана структура ТС РТК в виде графа транспортных связей. Считаем, что каждый  $e$ -й тип модуля имеет набор оценок по производительности  $C_e^{(1)}$ , надежности  $C_e^{(2)}$ , стоимости  $C_e^{(3)}$  и т.д.,  $e = 1, \mu$ . При связи  $e$ -го и  $S$ -го модулей известны затраты на обслуживающую транспортную систему  $C_{eS}^{(1)}, C_{eS}^{(2)}, C_{eS}^{(3)}, \dots$ . Необходимо найти такое распределение модулей основного оборудования по вершинам графа структуры, при котором рассматриваемый критерий в однокритериальной оптимизации принял экстремальное значение. Затем решим задачу оптимизации для всего набора критериев.

Представим граф структуры ТС РТК в виде матрицы смежности  $\|K_{ij}\|$ ,  $i, j = \overline{1, r}$ , где  $r$  – число вершин графа. Учитывая свойство симмет-

ричности элементов матрицы относительно диагонали, будем принимать во внимание только те элементы, которые удовлетворяют условию  $i < j$ .

Введем булевы переменные

$$X_{e_i} = \begin{cases} 1, & \text{если модуль } e\text{-го типа помещен} \\ & \text{в } i\text{-ю вершину графа} \\ & \text{транспортных связей;} \\ 0, & \text{в противном случае.} \end{cases}$$

Учитывая условия задачи, получим ограничения

$$\sum_{e=1}^{\mu} X_{e_i} = 1, \quad i = \overline{1, r}; \quad (1)$$

$$\sum_{i=1}^r X_{e_i} \leq r_e, \quad e = \overline{1, \mu}, \quad (2)$$

где  $r_e$  – число модулей  $e$ -го типа;  $\sum_{e=1}^{\mu} r_e = n$ .

Введем вспомогательные переменные:

$$Y_{S_j} = \begin{cases} 1, & \text{если модуль } S\text{-го типа помещен} \\ & \text{в } j\text{-ю вершину графа структуры ТС РТК;} \\ 0, & \text{в противном случае;} \end{cases}$$

$$Z_{e_i S_j} = \begin{cases} 1, & \text{если модуль } e\text{-го типа помещен} \\ & \text{в } i\text{-ю вершину графа, а модуль } S\text{-го типа в } j\text{-ю;} \\ 0, & \text{в противном случае.} \end{cases}$$

Наложим на переменные  $Y_{S_j}, Z_{e_i S_j}$  следующие ограничения:

$$X_{e_i} - Y_{S_j} = 0, \quad i, j = \overline{1, r}; \quad S, e = \overline{1, \mu}; \quad i = j, \quad e = S; \quad (3)$$

$$r \cdot X_{e_i} - \sum_{j=1}^r \sum_{S=1}^{\mu} Z_{e_i S_j} = 0, \quad i = \overline{1, r}; \quad e = \overline{1, \mu}; \quad (4)$$

$$r \cdot Y_{S_j} - \sum_{i=1}^r \sum_{e=1}^{\mu} Z_{e_i S_j} = 0, \quad j = \overline{1, r}; \quad S = \overline{1, \mu}.$$

Здесь условие (3) означает, что значения переменных  $X_{e_i}$  и  $Y_{S_j}$  полностью совпадают, а условие (4) показывают, что  $Z_{e_i S_j}$  принимает значение «1» только тогда, когда  $X_{e_i} = Y_{S_j} = 1$ . Тогда суммарная оцен-

ка ТС РТК по К-му критерию качества с учетом транспортных связей будет равна

$$C^{(K)} = \sum_{i=1}^r \sum_{e=1}^{\mu} C_e^{(K)} X_{e_i} + \sum_{j=1}^r \sum_{i=1}^r \sum_{S=1}^{\mu} \sum_{e=1}^{\mu} C_{eS}^{(K)} K_{ij} Z_{e_i S_j}.$$

Необходимо минимизировать линейную форму

$$\sum_{i,e} C_e^{(K)} X_{e_i} + \sum_{i,j,e,S} C_{eS}^{(K)} K_{i,j} Z_{e_i S_j} \quad (5)$$

при следующих ограничениях:

$$\begin{aligned} \sum_e X_{e_i} &= 1, \quad i = \overline{1, r}; \quad \sum_i X_{e_i} \leq r_e, \quad e = \overline{1, \mu}; \\ X_{e_i} - X_{S_j} &= 0; \quad i, j = \overline{1, r}; \quad e, S = \overline{1, \mu}; \quad i = j; \quad e = S; \\ r \cdot X_{e_i} - \sum_{j,S} Z_{e_i S_j} &= 0; \quad i = \overline{1, r}; \quad S = \overline{1, \mu}; \\ r \cdot Y_{S_j} - \sum_{i,e} Z_{e_i S_j} &= 0, \quad j = \overline{1, r}; \quad S = \overline{1, \mu}; \\ \sum_{i,e} C_e^{(K')} X_{e_i} + \sum_{i,j,e,S} C_{eS}^{(K')} K_{ij} Z_{e_i S_j} &\leq C_0^{(K')}, \quad K' = \overline{1, M}, \end{aligned} \quad (6)$$

где (6) – ограничения на значения остальных критериев.

Проведем независимые оптимизации по всему набору критериев качества, т.е. решим задачу (5), (1) – (4), (6) по всем  $K = \overline{1, M}$ . Затем преобразуем каждый критерий

$$\begin{aligned} \hat{C}^{(K)} &= \alpha_K \left[ \frac{C^{(K)} - C^{(K)*}}{C_0^{(K)} - C^{(K)*}} \right] = \\ &= \frac{\alpha_K \left[ \sum_{i,e} C_e^{(K)} X_{e_i} + \sum_{i,j,e,S} C_{eS}^{(K)} K_{i,j} Z_{e_i S_j} - C^{(K)*} \right]}{C_0^{(K)} - C^{(K)*}} = \\ &= \sum_{i,e} \tilde{C}_e^{(K)} X_{e_i} + \sum_{i,j,e,S} \tilde{C}_{eS}^{(K)} K_{i,j} Z_{e_i S_j} - Q^{(K)}, \end{aligned}$$

где

$$\tilde{C}_e^{(K)} = \frac{\alpha_K C_e^{(K)}}{C_0^{(K)} - C^{(K)*}}; \quad \tilde{C}_{eS}^{(K)} = \frac{\alpha_K C_{eS}^{(K)}}{C_0^{(K)} - C^{(K)*}}; \quad Q^{(K)} = \frac{C^{(K)*}}{C_0^{(K)} - C^{(K)*}}, \quad K = \overline{1, M};$$

$\alpha_K$  – весовые коэффициенты, задаваемые экспертами,  $\alpha_K \geq 0$ ,  
 $\sum_{K=1}^M \alpha_K = 1$ ;  $C^{(K)*}$  – экстремальное значение К-го критерия.

Тогда для комплексного критерия качества ТС РТК, полученного путем суммирования взвешенных локальных критериев, необходимо минимизировать линейную форму

$$\sum_K \left( \sum_{i,e} \tilde{C}^{(K)} e X e_i + \sum_{i,j,e,s} \tilde{C}^{(K)} e s K_{ij} Z e_i s_j - Q^{(K)} \right), \quad (7)$$

при ограничениях (1) – (4), (6).

В случае функции максимума, необходимо найти минимум кусочно-линейной выпуклой функции

$$Y(X, Z) = \max_K \hat{C}^{(K)}(X, Z).$$

Представим набор критериев качества структуры ТС РТК в виде системы линейных неравенств

$$\sum_{i,e} \tilde{C}^{(K)} e X e_i + \sum_{i,j,e,s} \tilde{C}^{(K)} e s K_{ij} Z e_i s_j - Q^{(K)} \geq 0, \quad K = \overline{1, M},$$

где превращение неравенства в равенство означает достижение экстремума по К-му критерию. Воспользуемся чебышевскими приближениями для системы линейных неравенств [2]. Введем вспомогательную переменную  $\xi$  и перейдем к следующей эквивалентной задаче линейного программирования:

Найти минимум линейной формы

$$Z = \xi \quad (8)$$

при ограничениях:

$$\xi - \sum_{i,e} \tilde{C}^{(K)} e X e_i + \sum_{i,j,e,s} \tilde{C}^{(K)} e s K_{ij} Z e_i s_j - Q^{(K)} \geq 0, \quad K = \overline{1, M},$$

и (1) – (4), (6).

Усложним задачу и будем учитывать наименования основного оборудования ТС РТК.

Пусть имеется набор наименований модулей. В этом случае модули определенного наименования могут помещаться только в разрешенных вершинах графа структуры ТС РТК. Построим матрицу маски  $\|d_{ei}\|$ , где

$$q_{e_i} = \begin{cases} 1, & \text{если разрешено помещать в } i\text{-ю вершину графа} \\ & \text{е-й тип модуля;} \\ 0, & \text{в противном случае.} \end{cases}$$

С учетом матрицы маски задача (5), (1) – (4), (6), будет выглядеть следующим образом: необходимо найти минимум линейной формы

$$\sum_{i,e} C_e^{(K)} q_{e_i} x_{e_i} + \sum_{i,j,e,s} C^{(K)} esK_{ij} Z_{e_i} s_j \quad (9)$$

при следующих ограничениях:

$$\sum_e q_{e_i} x_{e_i} = 1, \quad i = \overline{1, r}; \quad (10)$$

$$\sum_i q_{e_i} x_{e_i} \leq r_e, \quad e = \overline{1, \mu}; \quad (11)$$

$$q_{e_i} x_{e_i} - y_{s_j} = 0, \quad i, j = \overline{1, r}; \quad e, s = \overline{1, \mu}; \quad i = j; \quad e = s; \quad (12)$$

$$r \cdot q_{e_i} x_{e_i} - \sum_{j,s} Z_{e_i} s_j = 0, \quad i = \overline{1, r}; \quad e = \overline{1, \mu}; \quad (13)$$

$$r \cdot y_{s_j} - \sum_{i,e} Z_{e_i} s_j = 0, \quad j = \overline{1, r}; \quad s = \overline{1, \mu}. \quad (14)$$

**Заключение.** Отметим, что данный подход целесообразно использовать в задачах выбора топологии транспортной системы распределенного технологического комплекса, транспортного обслуживания, управления основным оборудованием. Область применения связана с машиностроительными комплексами, комплексами нефте- и газодобычи и т.д.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Малеева О.В., Западня К.О. Анализ транспортного обслуживания в распределенных технологических комплексах // *Радіоелектронні і комп'ютерні системи. – X. : Нац. аерокосм. ун-т «ХАИ». – 2004. – Вып. 3. – С. 56 – 59.*
2. Ларичев О.И., Поляков О.А. Человеко-машинные процедуры решения многокритериальных задач математического программирования // *Экономика и математические методы. – 1980. – Т. 16, вып. 1. – С. 129 – 145.*

Поступила 10.02.2005

**Рецензент:** доктор технических наук, профессор А.Ю. Соколов,  
Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ».