



## МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ТА МЕТОДИ

УДК 621.396.96 : 51

### МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ КОРИСНИХ СИГНАЛІВ ТА ЗАВАД НА КОМПЛЕКСІ ТЕХНІЧНИХ ЗАСОБІВ

А.В. Гнатов

(Харківський університет Повітряних Сил)

*Стаття присвячена отриманню математичної моделі електромагнітної обстановки (електромагнітних характеристик) комплексу електротехнічних та радіотехнічних засобів. Звертається увага на детерміновані функції безперервного часу та дається математичний опис корисних сигналів та електромагнітних завад.*

*перетворення Фур'є, ряди Фур'є, електромагнітна обстановка, електромагнітні завади*

**Постановка проблеми.** На цей час розвитку науки і техніці в Україні досить вагомим питанням стає контроль та технічна діагностика складних технічних комплексів та систем. Але слід зазначити, що для якісного проведення контролю та діагностування необхідно досить точно математично описати всі електромагнітні властивості розгляданого обладнання [1]. Це стосується як корисних сигналів, так і електромагнітних завад (ЕМЗ), які утворюються при роботі електроустаткування. Тобто необхідно якісно математично описати інформаційний параметр. Маючи такий опис і раціонально користуючись їм, можна вже з досить великою вірогідністю стверджувати про отримані результати контролю та діагностування.

**Аналіз літератури.** Цей напрямок науки і техніки тільки починає свій розвиток. Його ще називають – технічна медицина. Більшість праць по цій тематиці носить лише загальний характер [2 – 4]. В останній час почали з'являтися роботи, в яких надаються вже й конкретні рекомендації і, навіть, деякі математичні викладки [5]. Але ж, зазвичай, вони носять індивідуальний характер та не можуть бути узагальнені і застосовані на велику кількість технічних засобів.

**Мета статі.** Ця стаття присвячена отриманню та опису узагальненої математичної моделі електромагнітних характеристик комплексу радіотехнічних та електротехнічних засобів (РТ та ЕТЗ) на базі рядів Фур'є, перетворення Фур'є та перетворення Лапласа. Це дасть можливість достовірно, зручно та оперативно провести контроль та діагностування складних технічних комплексів та систем РТ та ЕТЗ.

**Основна частина.** На цей час в сучасній електротехніці, радіотехніці та електроніці корисні сигнали та різноманітні ЕМЗ описуються різного виду функціями, основним аргументом яких, зазвичай, виступає час. Тут доречно ввести деяку класифікацію [6]. Якщо часовий аргумент змінюється безперервно, говоритимемо про функції *безперервного часу*. Коли ж часовий аргумент дискретний, назвемо функції *дискретними*.

В принципі, дискретний набір значень може приймати не тільки часовий аргумент, але й саме значення функції. Такі функції також будемо вважати за дискретні.

Іншим важливим параметром класифікації є детермінований (точечно заданий) або випадковий (який підпорядковується імовірним законам) характер зміни функцій.

Різнманітні сполучення двох зазначених ознак приводить до чотирьох випадків. В зв'язку з досить об'ємним матеріалом, далі розглянемо лише один з цих випадків – детерміновані функції безперервного часу та використаємо його для знаходження математичної моделі електромагнітних характеристик комплексу РТ та ЕТЗ.

### Детерміновані функції безперервного часу

#### 1. Ряди Фур'є [7].

Якщо функція досліджування  $f_{\text{сиг}}(t_{\text{сиг}})$  задана на кінцевому інтервалі, то вона може бути розкладена в ряд Фур'є:

$$f_{\text{сиг}}(t_{\text{сиг}}) = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \left[ A_n \cos \frac{2\pi n}{T} t_{\text{сиг}} + B_n \sin \frac{2\pi n}{T} t_{\text{сиг}} \right], \quad (1)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{де } A_0 &= \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f_{\text{сиг}}(t_{\text{сиг}}) dt - \text{постійна складова сигналу;} \\ A_n &= \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f_{\text{сиг}}(t_{\text{сиг}}) \cos \frac{2\pi n}{T} t_{\text{сиг}} dt - \text{амплітуда } n\text{-ї гармоніки;} \\ B_n &= \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f_{\text{сиг}}(t_{\text{сиг}}) \sin \frac{2\pi n}{T} t_{\text{сиг}} dt - \text{амплітуда } n\text{-ї гармоніки;} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

$A_0, A_n, B_n$  – діючі коефіцієнти, так звані амплітуди гармонік  $n\omega_0 = \frac{2\pi n}{T}$  корисного сигналу.

В [6] було докладно розглянуто математичний опис сигналів та завод на базі застосування рядів Фур'є. Отримано математичну модель, яка описується матрицею, як корисних сигналів, так і матрицею ЕМЗ для РТ і ЕТЗ

$$\left. \begin{array}{cccc} f_{\text{сиг}11}(t_{\text{сиг}11}) & f_{\text{сиг}12}(t_{\text{сиг}12}) & \dots & f_{\text{сиг}1k}(t_{\text{сиг}1k}) \\ f_{\text{сиг}21}(t_{\text{сиг}21}) & f_{\text{сиг}22}(t_{\text{сиг}22}) & \dots & f_{\text{сиг}2k}(t_{\text{сиг}2k}) \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ f_{\text{сиг}k1}(t_{\text{сиг}k1}) & f_{\text{сиг}k2}(t_{\text{сиг}k2}) & \dots & f_{\text{сиг}kk}(t_{\text{сиг}kk}) \\ \gamma_{\text{зав}11}(t_{\text{зав}11}) & \gamma_{\text{зав}12}(t_{\text{зав}12}) & \dots & \gamma_{\text{зав}1k}(t_{\text{зав}1k}) \\ \gamma_{\text{зав}21}(t_{\text{зав}21}) & \gamma_{\text{зав}22}(t_{\text{зав}22}) & \dots & \gamma_{\text{зав}2k}(t_{\text{зав}2k}) \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \gamma_{\text{зав}k1}(t_{\text{зав}k1}) & \gamma_{\text{зав}k2}(t_{\text{зав}k2}) & \dots & \gamma_{\text{зав}kk}(t_{\text{зав}kk}) \end{array} \right\} \quad (3)$$

де  $f_{\text{сиг}}(t_{\text{сиг}})$  – функція від часу, яка описує основні електромагнітні характеристики корисного сигналу у визначеному режимі роботи технічного пристрою;  $\gamma_{\text{зав}}(t_{\text{зав}})$  – функція від часу, яка описує основні електромагнітні характеристики ЕМЗ, які утворюються, як від корисного сигналу у визначеному режимі роботи технічного пристрою, так і від роботи інших елементів розгляданого технічного засобу.

При нескінченному інтервалі значень  $t$  замість ряду (1) більш зручно використовувати інтеграл Фур'є, тобто інтегральне представлення.

## 2. Перетворення Фур'є.

Зазвичай, функція безперервного часу можна представити виразом:

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \Phi(j\omega) e^{j\omega t} d\omega. \quad (4)$$

Зворотним співвідношенню (4) являється перетворення Фур'є

$$F\{f(t)\} \equiv \Phi(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt, \quad (5)$$

де  $\Phi(j\omega)$  – комплексна функція, яка називається Фур'є-спектром або Фур'є перетворенням  $f(t)$ .

Так як для кінцевого інтервалу часу в [6] було знайдено математичний опис цікавлячої нас функції (як корисного сигналу так і завод) в залежності від всіх імовірних режимів роботи технічного пристрою, то звернемо увагу на нескінченний інтервал часу. Тобто розглянемо всі



Відповідно до введених позначень запишемо:

$$\begin{pmatrix} A_{\text{сиг}11} & A_{\text{сиг}12} & \dots & A_{\text{сиг}1N} \\ A_{\text{сиг}21} & A_{\text{сиг}22} & \dots & A_{\text{сиг}2N} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ A_{\text{сиг}N1} & A_{\text{сиг}N2} & \dots & A_{\text{сиг}NN} \end{pmatrix}. \quad (8)$$

Вираз (8) є математичною моделлю, яка описує корисні сигнали в комплексі РТ і ЕТЗ при їх роботі в визначених режимах та в нескінченному інтервалі часу цих режимів.

Відповідно до ЕМЗ, які утворюють РТ і ЕТЗ при роботі з урахуванням їх режимів роботи, також можна вивести математичну модель, яка описує електромагнітні характеристики технічних засобів. Для спрощення математичного запису проведемо такі заміни:

$$\gamma_{\text{зав}1}(t_{\text{зав}1}) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \Phi_{1\gamma}(j\omega_1) e^{j\omega_1 t} d\omega \implies B_{\text{зав}1};$$

$$\gamma_{\text{зав}2}(t_{\text{зав}2}) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \Phi_{2\gamma}(j\omega_2) e^{j\omega_2 t} d\omega \implies B_{\text{зав}2};$$

$$\gamma_{\text{зав}N}(t_{\text{зав}N}) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \Phi_{N\gamma}(j\omega_N) e^{j\omega_N t} d\omega \implies B_{\text{зав}N}.$$

Відповідно до введених позначень запишемо:

$$\begin{pmatrix} B_{\text{зав}11} & B_{\text{зав}12} & \dots & B_{\text{зав}1N} \\ B_{\text{зав}21} & B_{\text{зав}22} & \dots & B_{\text{зав}2N} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ B_{\text{зав}N1} & B_{\text{зав}N2} & \dots & B_{\text{зав}NN} \end{pmatrix}. \quad (9)$$

Слід зазначити, що своїм порядком матриця (9) може відрізнятися від матриці (8). Цей факт обумовлений тим, що один з корисних сигналів (в конкретно визначеному режимі) може мати не одну основну складову завади, а декілька. Або взагалі не матиме основних складових завод (в наслідок їх взаємної компенсації). Тому виведені математичні вирази мають гнучкий характер і можуть бути використані на будь-якому комплексі РТ та ЕРЗ.

На практиці досить часто виникає зацікавленість не в самій функції, а в її так названому Фур'є-спектру (Фур'є перетворенню). Тоді для математичного опису, а також і для розрахунку будимо використовувати вираз (5). Але він придатний лише для конкретного РТ чи ЕРЗ. Отже знайдемо Фур'є-спектр для системи РТ і ЕРЗ:





Вираз (16) представляє собою математичний опис в вигляді системи рівнянь по зворотному перетворенню Лапласу для лінійних кіл і відповідно визначених режимів роботи.

Аналогічно опишемо ЕМЗ в лінійних колах для визначених режимів роботи:

$$\left. \begin{aligned} \gamma_{зав1}(t_{зав1}) &= \frac{1}{2\pi j} \int_{c+j\infty}^{c+j\infty} \Phi_{1\gamma}(s_1) e^{s_1 t} ds; \\ \gamma_{зав2}(t_{зав2}) &= \frac{1}{2\pi j} \int_{c+j\infty}^{c+j\infty} \Phi_{2\gamma}(s_2) e^{s_2 t} ds; \\ \vdots & \qquad \qquad \qquad \vdots \\ \gamma_{завN}(t_{завN}) &= \frac{1}{2\pi j} \int_{c+j\infty}^{c+j\infty} \Phi_{N\gamma}(s_N) e^{s_N t} ds. \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

Для математичного опису електромагнітних характеристик всіх РТ і ЕТЗ, які входять до складу комплексу технічних засобів, введемо наступні позначення:

$$f_{сиг1}(t_{сиг1}) = \frac{1}{2\pi j} \int_{c+j\infty}^{c+j\infty} \Phi_{1f}(s_1) e^{s_1 t} ds \implies E_{сиг1};$$

$$f_{сиг2}(t_{сиг2}) = \frac{1}{2\pi j} \int_{c+j\infty}^{c+j\infty} \Phi_{2f}(s_2) e^{s_2 t} ds \implies E_{сиг2};$$

$$f_{сигN}(t_{сигN}) = \frac{1}{2\pi j} \int_{c+j\infty}^{c+j\infty} \Phi_{Nf}(s_N) e^{s_N t} ds \implies E_{сигN}.$$

Відповідно для ЕМЗ:

$$\gamma_{зав1}(t_{зав1}) = \frac{1}{2\pi j} \int_{c+j\infty}^{c+j\infty} \Phi_{1\gamma}(s_1) e^{s_1 t} ds \implies H_{зав1};$$

$$\gamma_{зав2}(t_{зав2}) = \frac{1}{2\pi j} \int_{c+j\infty}^{c+j\infty} \Phi_{2\gamma}(s_2) e^{s_2 t} ds \implies H_{зав2};$$

$$\gamma_{завN}(t_{завN}) = \frac{1}{2\pi j} \int_{c+j\infty}^{c+j\infty} \Phi_{N\gamma}(s_N) e^{s_N t} ds \implies H_{завN}.$$

Отже отримаємо:

$$\begin{pmatrix} E_{сиг11} & E_{сиг12} & \dots & E_{сиг1N} \\ E_{сиг21} & E_{сиг22} & \dots & E_{сиг2N} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ E_{сигN1} & E_{сигN2} & \dots & E_{сигNN} \end{pmatrix}; \quad (18)$$



$$\begin{pmatrix} H_{зав11} & H_{зав12} & \dots & H_{зав1N} \\ H_{зав21} & H_{зав22} & \dots & H_{зав2N} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ H_{завN1} & H_{завN2} & \dots & H_{завNN} \end{pmatrix}. \quad (19)$$

**Висновок.** Вирази (18) і (19) – представляють собою математичні моделі на базі матриць зворотного перетворення Лапласа, які описують ЕМО (електромагнітні характеристики) при роботі РТ і ЕТЗ комплексу технічних засобів, в залежності від режимів роботи кожного технічного пристрою, при їх роботі в нескінченному інтервалі часу (відповідно вираз (18) для корисних сигналів, вираз (19) - ЕМЗ).

Отримані співвідношення (16), (17), (18), (19) володіють такими ж властивостями, що й співвідношення отримані для рядів Фур'є в [6] і зворотного перетворення Фур'є. Це означає, що порядок знайдених виразів не обов'язково може співпадати для визначеного сигналу та його завад.

## ЛІТЕРАТУРА

1. Гнатов А.В. Диагностика сложных систем комплексов технических средств по электромагнитной обстановке // Системы обработки информации. – Х.: ХВУ. – 2004. – Вып. 10 (38). – С. 16 – 25.
2. Харченко В.С. Основы построения и проектирования АСУ техническим состоянием летательных комплексов. Ч. 2. Введение в техническую диагностику систем летательных комплексов: Учебное пособие. – МО СССР, 1991. – 107 с.
3. Марченко В.С., Литвиненко В.Г., Кагановский С.А. Надійність та технічна діагностика. – Х.: МОУ, ХВУ, 1998. – 151 с.
4. Беннеттс Р.Дж. Проектирование тестопригодных логических схем. – М.: Радио и связь, 1990. – 176 с.
5. Согомонян Е.С., Слабаков Е.В. Самопроверяемые устройства и отказоустойчивые системы. – М.: Радио и связь, 1989. – 208 с.
6. Гнатов А.В. Математична модель електромагнітної обстановки передаючої станції на вузлу зв'язку Збройних Сил України // Системы обработки информации. – Х.: ХУПС. – 2005. – Вып. 1. – С. 69 – 75.
7. Большаков И.А., Гутников Л.С., Левин Б.Р., Стратонович Р.Л. Математические основы современной радиоэлектроники. – М.: Сов. радио, 1968. – 205 с.

Надійшла 16.03.2005

**Рецензент:** доктор технічних наук професор Б.Ф. Самойленко,  
Харківський університет Повітряних Сил