

## **ОПТИМАЛЬНЫЕ ОБНАРУЖИТЕЛИ МНОГОЧАСТОТНОГО СИГНАЛА СО СЛУЧАЙНЫМИ НЕЭНЕРГЕТИЧЕСКИМИ ПАРАМЕТРАМИ**

В.Д. Карлов, И.Г. Леонов, С.В. Волошин, А.Е. Присяжный,  
Д.В. Максютя, М.Г. Иванец  
(Харьковский университет Воздушных Сил)

*На основе теории статистических решений рассмотрена возможность обнаружения многочастотного сигнала. Приведены оптимальные алгоритмы обработки и структурные схемы обнаружителей сигнала со случайными неэнергетическими параметрами.*

***многочастотный сигнал, обнаружители сигнала, неэнергетические параметры***

**Постановка проблемы.** На современном этапе развития радиолокационного вооружения актуальным остаются задачи повышения дальности действия, точности, информативности и помехозащищенности радиолокационной станции (РЛС). Одним из результатов поиска путей решения этих задач, стало использование в РЛС, сложных сигналов [1 – 3, 18]. Определенным преимуществом перед другими сложными сигналами обладают многочастотные сигналы (МЧС) [2 – 6]. В радиолокации источником информации о целях являются отраженные от них сигналы. В большинстве случаев цели имеют весьма сложную структуру. Если, к тому же их габаритные размеры больше длины волны, то принимаемый сигнал можно считать суммой большого числа колебаний, отраженных отдельными элементами. Эти колебания, складываясь в случайных фазах, приводят к флуктуациям принимаемого сигнала. Различного рода флуктуации отраженных сигналов, могут служить причиной снижения потенциальных возможностей РЛС по обнаружению целей и определению их координат [4]. Поэтому возникает задача приема сигналов с учетом влияния различного рода флуктуаций и поиск способов снижения их отрицательного влияния. Одним из них является использование различного вида МЧС.

**Анализ литературы.** Исследование способов максимального увеличения надежности обнаружения сигналов на фоне шумов имеет непосредственное отношение к проблеме увеличения дальности действия РЛС и представляет большой практический интерес. Данной задаче посвящено

большое число работ, из которых, лишь сравнительная часть выполнена с учетом наличия флюктуаций отраженного сигнала [4, 7–15]. Учет флюктуаций в этих работах сводился к рассмотрению простых или пачечных (составных по времени) сигналов. Для случая многочастотного сигнала (составного по частоте) в приведенных работах проведен синтез и приведены лишь, характеристики обнаружителя некогерентного многочастотного сигнала. Однако в ряде важных практических приложениях возможен прием когерентного МЧС, имеющий свои особенности.

**Цель статьи.** Целью данной статьи является рассмотрение с общих позиций оптимальных обнаружителей МЧС со случайными неэнергетическими параметрами и сравнительная оценка их характеристик.

**Синтез оптимальных обнаружителей многочастотных сигналов со случайной начальной фазой.** Рассмотрим сигнал, образованный повторением, с одинаковым частотным интервалом  $F_M$ ,  $(2N - 1)$  копий стандартного радиосигнала на несущей частоте  $X_0(t, f_0, \bar{v}_0)$ . При этом копии отличаются друг от друга несущей частотой  $(f_0 + \gamma F_M)$ , где  $\gamma = \pm 1, \pm 2, \dots, \pm N$  и может быть значением случайного параметра  $\bar{v}_\gamma$ . Такой сигнал обычно называют многочастотным сигналом (МЧС), и его можно записать как

$$X(t, \varphi_\gamma) = \operatorname{Re} \sum_{\gamma=-N}^N \dot{A}_\gamma(t) e^{i[2\pi(f_0 + \gamma F_M)t + \varphi_\gamma]}. \quad (1)$$

Случайный параметр  $\varphi_\gamma$  может быть одинаковый (кратным) для всех частотных составляющих  $\varphi_\gamma = \gamma\varphi_0$ , либо  $\varphi_\gamma$  для каждой частотной составляющей может быть различным.

Для МЧС со случайной, общей для всех частотных составляющих начальной фазой (когерентный МЧС) все  $(2N - 1)$  копии стандартного радиоимпульса (частотных составляющих) имеют одну и ту же случайную начальную фазу, и не содержат других случайных параметров. Поэтому:

$$X(t, \varphi_\gamma) = \operatorname{Re} \sum_{\gamma=-N}^N \dot{A}_\gamma(t) e^{i[2\pi(f_0 + \gamma F_M)t + \varphi_0]}, \quad (2)$$

где  $\varphi_0$  – общая для всех частотных составляющих случайная начальная фаза с равномерным распределением;  $\dot{A}_\gamma(t)$  – комплексная огибающая  $\gamma$ -ой составляющей сигнала:

$$\dot{A}_\gamma(t) = A_\gamma(t) e^{ia_\gamma(t)}. \quad (3)$$

Учитывая (3), выражение (2) можно записать как

$$X(t, \varphi_0) = \sum_{\gamma=-N}^N A_\gamma(t) \cos [2\pi(f_0 + \gamma F_M)t + a_\gamma(t) + \varphi_0], \quad (4)$$

где  $A_\gamma(t)$ ,  $a_\gamma(t)$  – известные законы амплитудной и угловой модуляции  $\gamma$ -ой частотной составляющей сигнала;  $f_0$  – известная центральная частота;  $\varphi_0$  – случайная начальная фаза с априорной плотностью вероятности  $W(\varphi_0)$ . Как известно, оптимальный обнаружитель должен формировать усредненное значение отношения правдоподобия и сравнивать его с порогом:

$$\ell = \int \exp \left[ \frac{2R(\vec{v}) - E(\vec{v})}{N_0} \right] W(\vec{v}) d\vec{v}, \quad (5)$$

где  $R(\vec{v}) = \int_0^{+\infty} \dot{y}(t) \dot{x}_\gamma(t, \vec{v}) dt$  – взаимокорреляционная функция принятого сигнала  $y(t)$  с  $\gamma$ -ой реализацией случайного ожидаемого сигнала  $\dot{X}(t, \vec{v})$ , имеющего фиксированное и равное  $\vec{v}$  значение вектора неизвестных параметров;  $E = \int_0^{+\infty} X_\gamma^2(t, \vec{v}) dt$  – энергия  $\gamma$ -ой реализации случайного сигнала  $\dot{X}(t, \vec{v})$ , имеющего фиксированный и равный  $\vec{v}$  вектор неизвестных параметров;  $W(\vec{v})$  – плотность распределения случайного вектора  $\vec{v}$ ;  $N_0$  – спектральная плотность аддитивной помехи.

Поскольку начальная фаза сигнала  $\varphi_0$  не является энергетическим параметром, то

$$E(\varphi_0) = E = \frac{1}{2} \int_0^{\tau_n} x^2(t) dt. \quad (6)$$

В дальнейшем будем рассматривать импульсный сигнал длительностью  $\tau_n$  с частотными составляющими, не имеющими дополнительной амплитудной и фазовой модуляции, т. е.  $A_\gamma(t) = 1(t)$ ,  $a_\gamma(t) = 0$ . Тогда выражение (5) примет вид:

$$\ell = \int_{-\pi}^{\pi} \exp \left[ \frac{2R(\varphi_0) - E}{N_0} \right] W_0(\varphi_0) d\varphi_0, \quad (7)$$

где  $R(\varphi_0) = \int_0^{\tau_H} y(t) X(t; \varphi_0) dt$ , используя равенство Парсеваля для преобразования Гильберта, получаем:

$$R(\varphi_0) = \operatorname{Re} \left( \frac{1}{2} \int_0^{\tau_H} \dot{y}(t) \dot{x}^*(t; \varphi_0) dt \right). \quad (8)$$

Так как

$$\dot{y}(t) = \sum_{\gamma=-N}^N \dot{A}_\gamma e^{i[2\pi(f_0 + \gamma F_M)t]}$$

и  $\dot{x}(t, \varphi_0) = \sum_{\mu=-N}^N \dot{A}_\mu e^{i[2\pi(f_0 + \mu F_M)t + \varphi_0]}$ ,

то

$$R(\varphi_0) = \operatorname{Re} \left[ \dot{R} \cdot \exp(-\gamma \varphi_0) \right] = |\dot{R}| \cos(\varphi_0 - \arg \dot{R}). \quad (9)$$

В последнем выражении

$$\dot{R} = \frac{1}{2} \int_0^{\tau_H} \dot{X}(t) X^*(t) dt = \sum_{\gamma=-N}^N \sum_{\mu=-N}^N \dot{B}_\gamma \dot{B}_\mu \int_0^{\tau_H} e^{i[2\pi(\gamma - \mu)F_M t]} dt. \quad (10)$$

Определим значение интеграла в выражении (10), для чего представим его в симметричных (относительно центра) пределах, тогда

$$\dot{R} = \tau_H \left( 1 - \frac{|\tau|}{\tau_H} \right) \sum_{\gamma=-N}^N \sum_{\mu=-N}^N \dot{A}_\gamma \dot{A}_\mu \frac{\sin \left[ \pi \tau_H F_M (\gamma - \mu) \left( 1 - \frac{|\tau|}{\tau_H} \right) \right]}{\pi \tau_H F_M (\gamma - \mu) \left( 1 - \frac{|\tau|}{\tau_H} \right)} e^{i\pi(\gamma - \mu)F_M \tau}. \quad (11)$$

В большинстве радиолокационных задач начальную фазу сигнала  $\varphi_0$  можно считать равномерно распределенной на интервале  $[-\pi; \pi]$ . При этом  $W(\varphi_0) = \frac{1}{2\pi}$ , а  $|\varphi_0| \leq \pi$ . Тогда выражение (7) с учетом (9), (11) и интегрального представления модифицированной функции Бесселя нулевого порядка [16], окончательно получим:

$$\ell = \exp \left( -\frac{E}{N_0} \right) I_0 \left( \frac{2|\dot{R}|}{N_0} \right) = \exp \left( -\frac{E}{N_0} \right) \times I_0 \left[ \frac{2\tau_H}{N_0} \left( 1 - \frac{|\tau|}{\tau_H} \right) \sum_{j=-N}^N \sum_{\mu=-N}^N \dot{A}_j \dot{A}_\mu \times \right.$$

$$\times \frac{\sin \left[ \pi \tau_n F_M(j-\mu) \left( 1 - \frac{|\tau|}{\tau_n} \right) \right]}{\pi \tau_n F_M(j-\mu) \left( 1 - \frac{|\tau|}{\tau_n} \right)} \sin [\pi(j-\mu)F_M\tau] \Bigg]. \quad (12)$$

Так как  $I_0(x)$  при  $x \geq 0$  монотонно зависит от своего аргумента, то решающее правило для оптимального двухальтернативного байесовского обнаружителя можно записать:

$$|R| \underset{\Gamma_0}{>} \underset{\Gamma_1}{|R_n|} = \frac{N_0}{2} I_0^{-1} \left[ \exp \left( \frac{E}{N_0} \right) \ell_n \right], \quad (13)$$

где  $\Gamma_0, \Gamma_1$  – гипотезы, что в принятом сигнале  $y(t)$  сигнал  $S(t, \varphi_0)$  присутствует и отсутствует соответственно;  $I_0^{-1}[\bullet]$  – функция обратная  $I_0[\bullet]$ .

Запишем выражение для модуля взаимокорреляционной функции ожидаемого и принятого сигналов в следующем виде:

$$|\dot{R}| = \sqrt{R_c^2 + R_s^2}, \quad (14)$$

где  $R_c = \operatorname{Re} \left[ \frac{1}{2} \int_0^{\tau_n} \dot{Y}(t) \dot{X}(t) dt \right]$  и  $R_s = \operatorname{Im} \left[ \frac{1}{2} \int_0^{\tau_n} \dot{Y}(t) \dot{X}(t) dt \right]$  – косинусная и

синусная составляющие  $\dot{R}$  для  $\gamma = \mu$  (при  $\gamma \neq \mu$   $R=0$ ).

Таким образом, оптимальный обнаружитель МЧС со случайной начальной фазой должен вычислять длину вектора  $\vec{R}$  с декартовыми координатами  $R_c$  и  $R_s$ . При этом  $R_c$  и  $R_s$  являются геометрической суммой косинусных и синусных частотных составляющих МЧС соответственно, и постоянная интегрирования определяется длительностью импульса  $\tau_n$ . Структурная схема оптимального обнаружителя с учетом (8) представлена на рис. 1. В этой схеме используется два квадратурных канала, устройство, вычисляющее модуль взаимокорреляционной функции и пороговое устройство. Каждый квадратурный канал состоит из  $(2N - 1)$  каналов и сумматора.

Иная реализация оптимального обнаружителя МЧС возможна, как известно, при использовании фильтра [17]. Такой фильтр согласован с

ожидаемым сигналом  $X(t; \varphi_0)$ , имеющим какое либо фиксированное значение  $\varphi_0$ , например,  $\varphi_0 = 0$  (в этом случае фильтр согласован с косинусной составляющей сигнала, т. е. с  $X(t)$ ).

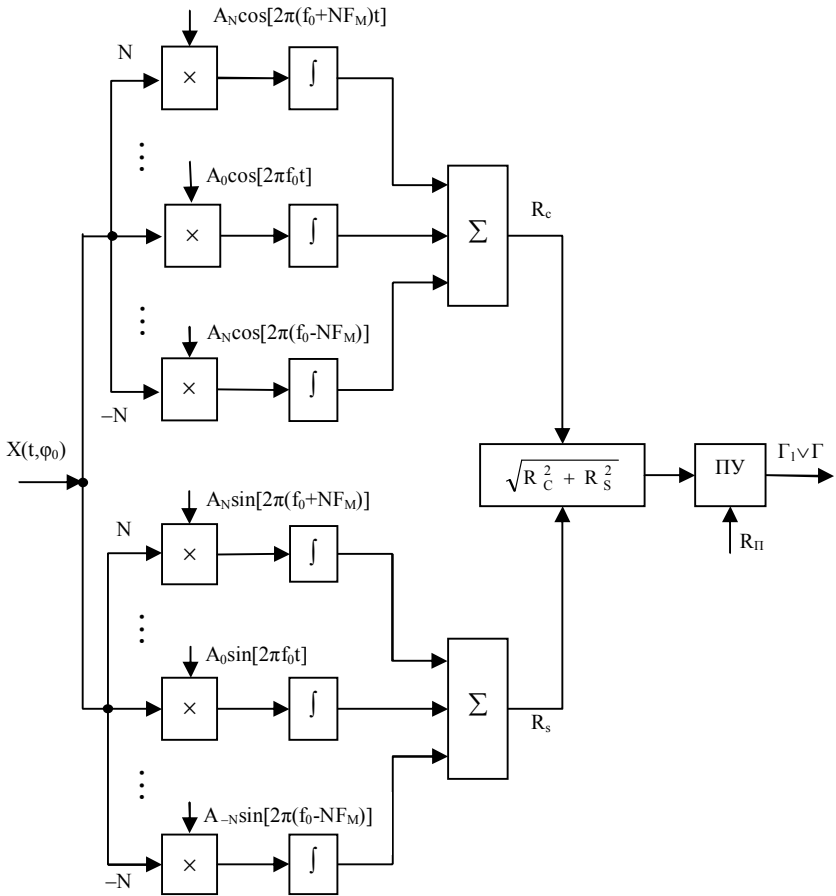


Рис. 1. Схема корреляционного оптимального обнаружителя МЧС с двумя квадратурными каналами

Структурная схема оптимального обнаружителя МЧС на основе согласованного фильтра приведена на рис. 2.

В этой схеме используются:  $(2N - 1)$  согласованных фильтров, каждый из которых, согласован с одной из частотных составляющих сигнала; сумматор на  $(2N - 1)$  входов; амплитудный детектор и пороговое

устройство. Детекторная характеристика амплитудного детектора может быть любой монотонной функцией огибающей входного процесса.

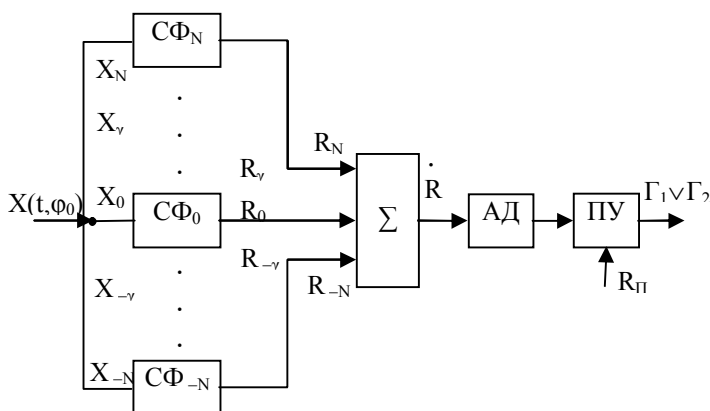


Рис. 2. Схема оптимального обнаружителя МЧС на основе согласованного фильтра

Структура корреляционного обнаружителя может оказаться более удобной в реализации, если учесть специфику МЧС. Это наиболее важно для случая, когда  $\dot{A}_\gamma = A_\gamma$  – действительное, т. е.  $A_\gamma$  могут принимать как положительные, так и отрицательные значения, что соответствует МЧС, формируемого методом угловой модуляции исходного СВЧ импульса периодическим, с периодом  $T_M = 1/F_M$ , модулирующим напряжением. Теперь структурную схему оптимального обнаружителя можно построить в соответствии с рис. 3, на котором использованы те же обозначения, что и на рис. 1.

Рассмотренный обнаружитель является, по сути, каноническим устройством корреляционного типа, т. е. предполагают использование опорных колебаний, полностью совпадающих с ожидаемым сигналом. Однако, в случае МЧС с произвольными, но одинаковыми для всех  $\gamma$ -ых частотных составляющих, законами  $A_\gamma(t)$ ,  $a_\gamma(t)$  возможно использование в качестве опорных непрерывных колебаний вида:

$$y_c(t) = \sum_{\gamma=-N}^N A_\gamma \cos[2\pi(f_0 + \gamma F_M)t]; \quad (15)$$

$$y_s(t) = \sum_{\gamma=-N}^N A_\gamma \sin[2\pi(f_0 + \gamma F_M)t]. \quad (16)$$

Для этого случая структурная схема оптимального обнаружителя МЧС представлена на рис. 4, на котором  $СФ_0$  – фильтр согласованный с центральной (нулевой) частотной составляющей МЧС.

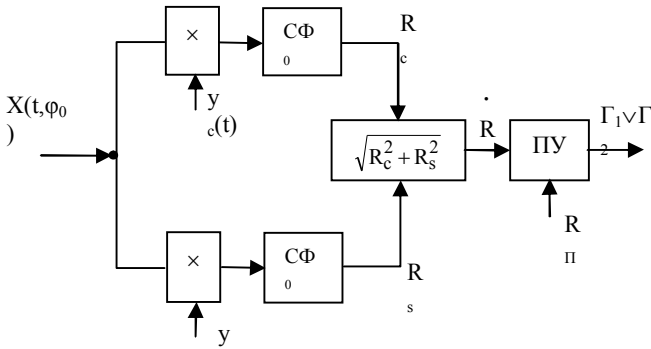


Рис. 3. Схема корреляционного обнаружителя МЧС, формируемого метод угловой модуляции

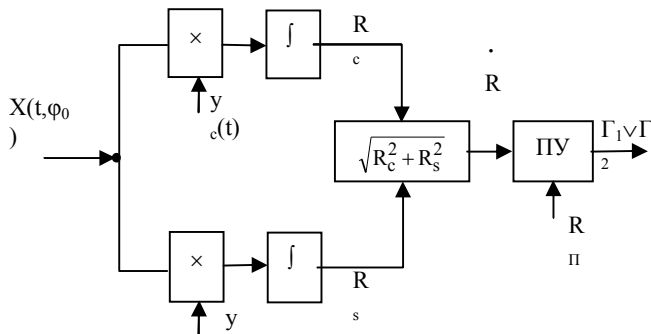


Рис. 4. Схема корреляционно-фильтрового обнаружителя когерентного МЧС

Такое устройство обработки содержит как коррелятор, так и согласованный фильтр и в известной литературе [6, 10] называется корреляционно-фильтровым устройством обработки.

Теперь рассмотрим МЧС, у которого начальные фазы всех частотных составляющих случайны и независимы друг от друга, т. е. имеет место некогерентный МЧС. Такой МЧС можно записать в виде:

$$\begin{aligned}
 X(t, v) &= x(t, \varphi_{-N}, \dots, \varphi_{-\gamma}, \dots, \varphi_0, \dots, \varphi_\gamma, \dots, \varphi_N) = \\
 &= \operatorname{Re} \sum_{\gamma=-N}^N \dot{A}_\gamma(t) e^{i[2\pi(f_0 + \gamma F_M)t + \varphi_\gamma]}, \quad (17)
 \end{aligned}$$



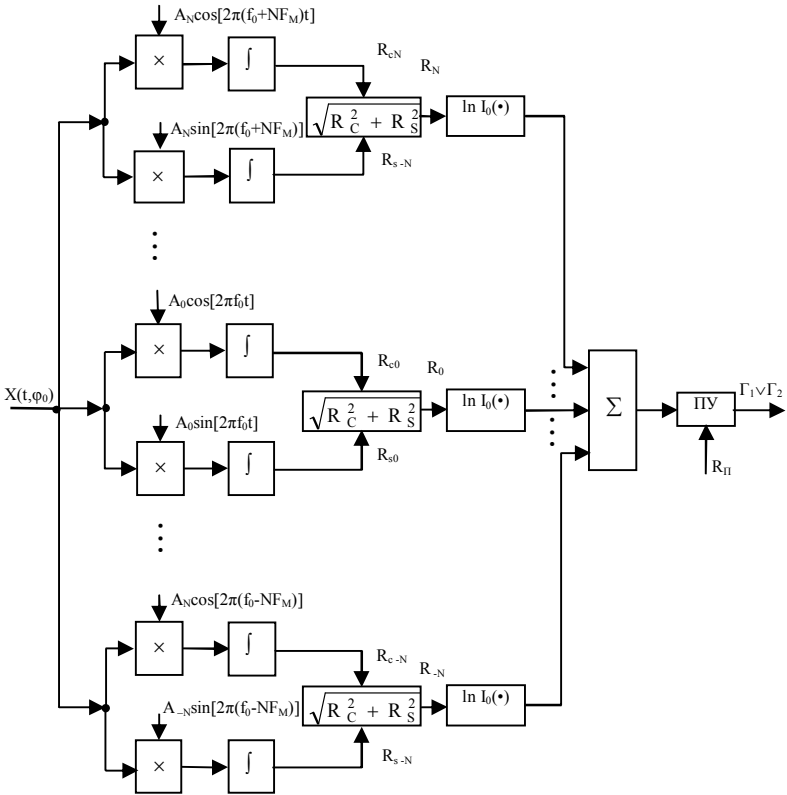


Рис. 5. Схема корреляционного оптимального обнаружителя некогерентного МЧС

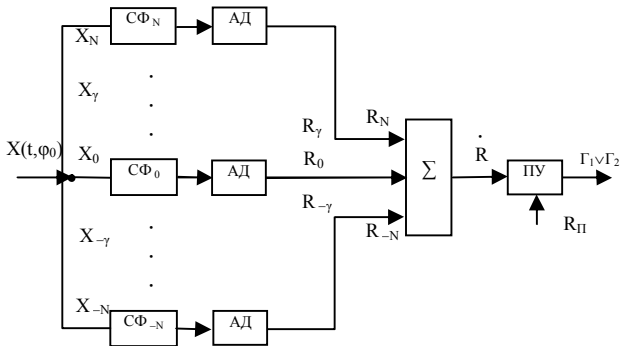


Рис. 6. Схема фильтрового оптимального обнаружителя некогерентного МЧС

где  $\varphi_\gamma$  – случайная начальная фаза, а  $\dot{A}(\gamma)$  – комплексная огибающая  $\gamma$ -й частотной составляющей сигнала.

Случайная фаза подчиняется равномерному распределению плотности вероятности  $W_0(\varphi_\gamma) = \frac{1}{2\pi}$ ,  $|\varphi_\gamma| \leq \pi$ .

Подставив соотношение (17) в (5) и повторив выкладки, приведенные к (12), получим равенство:

$$\begin{aligned} \ell &= \exp\left(-\frac{E}{N_0}\right) \prod_{\gamma=-N}^N \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \exp\left[\frac{2|\dot{R}_\gamma| \cos(\varphi_\gamma - \arg \dot{R}_\gamma)}{N_0}\right] = \\ &= \exp\left(-\frac{E}{N_0}\right) \prod_{\gamma=-N}^N I_0\left(\frac{2|\dot{R}_\gamma|}{N_0}\right). \end{aligned} \quad (18)$$

Решающее правило в этом случае можно записать:

$$\sum_{j=-N}^N \ln I_0\left(\frac{2|\dot{R}_\gamma|}{N_0}\right) \stackrel{\Gamma_1 \vee \Gamma_2}{>} R_n. \quad (19)$$

Таким образом, оптимальный приемник некогерентного МЧС должен производить оптимальную обработку всех  $\gamma$ -х частотных составляющих сигнала и осуществлять их весовое (с весом  $\ln I_0(\bullet)$ ) суммирование.

Синтезированные по правилу (19) корреляционный и фильтровой обнаружители, представлены на рис. 5 и 6 соответственно.

Особенностью фильтрового обнаружителя можно считать, определенный вид детекторной характеристики амплитудного детектора  $\ln I_0\left(\frac{2|\dot{R}_\gamma|}{N_0}\right)$ . Однако детекторная характеристика может быть линейной

или квадратичной при больших или малых отношениях мощностей сигнала и шума на  $\gamma$ -м входе обнаружителя соответственно.

**Выводы.** Таким образом, в статье рассмотрен с общих позиций синтез обнаружителей многочастотного сигнала со случайными неэнергетическими параметрами и проведена сравнительная оценка их характеристик. Сравнение когерентных и некогерентных систем обнаружения МЧС показывает, что когерентные системы дают выигрыш в отношении сигнал/шум при заданной вероятности правильного обнаружения в  $\sqrt{N}$  раз (где  $N$  – количество частотных составляющих).

## ЛИТЕРАТУРА

1. *Справочник по радиолокации / Под ред. М. Скольник, Нью-Йорк, 1970. Пер. с англ. (В 4-х томах). Под ред. К.Н. Трофимова. – М.: Сов. радио. – Т. 1. – 1976. – 406 с.; Т. 2. – 1977. – 455 с.; Т. 3. – 1977. – 527 с.; Т. 4. – 1978. – 516 с.*
2. *Гомозов В.И. Теория и техника формирования сложных СВЧ сигналов с высокой скоростью угловой модуляции для радиотехнических систем. – Х.: Издатель А.И. Шуст, 2002. – 397 с.*
3. *Вакман Л.Е. Сложные сигналы и принцип неопределенности в радиолокации. – М.: Радио, 1965. – 304 с.*
4. *Вишин Г.М. Многочастотная радиолокация. – М.: Воениздат, 1973. – 92 с.*
5. *Варакин Л.Е. Теория сложных сигналов. – М.: Сов. радио, 1970. – 375 с.*
6. *Ширман Я.Д., Голиков В.Н. Основы теории обнаружения радиолокационных сигналов и измерения их параметров. – М.: Сов. радио, 1963. – 272 с.*
7. *Тихонов В.И. Статистическая радиотехника. – М.: Сов. радио, 1966. – 678 с.*
8. *Лезин Ю.С. Введение в теорию и технику радиотехнических систем. – М.: Радио и связь, 1986. – 280 с.*
9. *Бакут П.А., Большаков И.А., Герасимов Б.М., Курикса А.А., Репин В.В., Тартаковский Г.П., Широков В.В. Вопросы статистической теории радиолокации. – М.: Сов. радио. – Т. 1, 1963. – 424 с.; т. 2, 1964. – 1080 с.*
10. *Теоретические основы радиолокации / Под ред. Я.Д. Ширмана. – М.: Сов. радио, 1970. – 560 с.*
11. *Финкельштейн М.И. Основы радиолокации: Учебник для вузов. – М.: Сов. радио, 1973. – 496 с.*
12. *Коростелев А. А. Пространственно-временная теория радиосистем. – М.: Радио и связь, 1987. – 320 с.*
13. *Кремер И.Я., Владимиров В.И., Карпухин В.И. Модулирующие (мультипликативные) помехи и прием радиосигналов / Под ред. И.Я. Кремера. – М.: Сов. радио, 1972. – 480 с.*
14. *Лезин Ю. С. Оптимальные фильтры и накопители импульсных сигналов. – М.: Сов. радио, 1969. – 319 с.*
15. *Казаринов Ю.М., Гришин Ю.П., Ипатов В.П. и др. / Под ред. Ю.М. Казаринова. – М.: Высшая школа, 1990. – 496 с.*
16. *Справочник по специальным функциям / Под ред. М. Абрамовича, И. Стигана: Пер. с англ. / Под ред. В.А. Диткина и Л.Н. Кармазиной. – М.: Наука, 1979. – 485 с.*
17. *Ширман Я.Д., Манжос В.Н. Теория и техника обработки радиолокационной информации на фоне помех. – М.: Радио и связь, 1981. – 416 с.*
18. *Класс Ф. Радиолокационная станция с увеличенной дальностью действия, использующая метод разноса частот // Вопросы радиолокационной техники. – 1958. – № 3. – С. 27 – 32.*

Поступила 5.04.2005

**Рецензент:** доктор технических наук, профессор Я.Д. Ширман,  
Харьковский университет Воздушных Сил.