УДК 621.396.96

МЕТОДИКА ОЦЕНКИ УСТОЙЧИВОСТИ ТРАЕКТОРИЙ РАДИОВОЛН В МОРСКОМ ТРОПОСФЕРНОМ ВОЛНОВОДЕ

А.В. Полярус, В.Л. Мисайлов
(Харьковский университет Воздушных Сил)

Проведено исследование устойчивости траекторий радиоволн в морском тропосферном волноводе (ТВВ). С использованием критерия устойчивости динамических систем Бендиксона разработана методика нахождения интервалов высот, на которых возможна локация низколетящих целей в морском ТВВ на загоризонтной дальности.

устойчивость траекторий радиоволн, морской тропосферный волновод, критерия устойчивости динамических систем Бендиксона

Постановка проблемы. Как известно [1, 2], дальность обнаружения маловысотных целей во многом определяется условиями распространения радиоволн. При этом отклонение рефракции от нормальной может как снижать, так и значительно увеличивать дальность действия РЛС [1]. Повышение дальности обнаружения маловысотных целей над поверхностью моря обычно связано с образованием тропосферных волноводов (ТВВ) [2]. Хотя исследования волноводного распространения радиоволн ведутся уже более полувека, однако, существующие к настоящему времени системы прогнозирования условий работы радиосредств при наличии ТВВ надежно функционируют лишь при достаточно простых вертикальных профилях коэффициента преломления и отсутствии его горизонтальных градиентов [2, 3], что характерно для акваторий океанов. Радиолокационным станциям, расположенным на морском побережье, и корабельным РЛС при небольшом удалении от берега приходится работать в условиях сложных зависимостей значения коэффициента преломления тропосферы как от вертикальной, так и от горизонтальной координат [1, 4, 5]. В этом случае обычные аналитические методы расчета траекторий и амплитуды радиоволн [6 – 12] имеют малую точность. Применение же численных методов расчета полей в электродинамических граничных задачах (типа FDTD [13]), осложняется их громоздкостью и необходимостью иметь большие вычислительные ресурсы.

Анализ литературы. Для ухода от сложностей расчета траекторий радиоволн в реальном пространстве в [14] был предложен, а в [15] получил дальнейшее развитие метод, основанный на использовании уравнений гамильтоновой динамики. Этот метод позволяет рассчитывать траектории распространения радиоволн в расширенном координатно-импульсном пространстве при любых зависимостях коэффициента преломления тропосферы n от высоты h и горизонтальной дальности x. Однако устойчивость этих траекторий исследована не была.

Цель статьи. Целью статьи является разработка методики оценки устойчивости траекторий радиоволн в морском тропосферном волноводе.

Исследование устойчивости траекторий радиоволн в морском тропосферном волноводе. Так как при волноводном распространении радиус кривизны траекторий радиоволн равен или меньше радиуса Земли $a_{Зем}$, то при использовании уравнений гамильтоновой динамики учет кривизны земной поверхности представляется необходимым. Поэтому нижеследующие расчеты будем проводить для модифицированного коэффициента преломления [4]:

$$m(h,x) = n(h,x) + 1/a_{Зем}.$$

Запишем уравнения луча с помощью гамильтоновского формализма [15]. Пусть ось x совпадает с осью тропосферного волноводного канала, а траектория луча лежит только в вертикальной плоскости. Тогда координаты луча связаны гамильтоновскими уравнениями [16]:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial p}{\partial x} = -\dfrac{\partial H(p,h)}{\partial h}; \\ \dfrac{\partial h}{\partial x} = \dfrac{\partial H(p,h)}{\partial p}, \end{cases} \tag{1}$$

где $H(p,h) = -\sqrt{m^2(h) - p^2}$ – гамильтониан; p – импульс; $m(h)$ – модифицированный коэффициент преломления; h – высотная координата.

Найдем производные правых частей системы (1):

$$\frac{\partial H(p,h)}{\partial h} = -\frac{m(h)\dfrac{dm(h)}{dh}}{\sqrt{m^2(h)-p^2}} = S(p,h); \tag{1, а}$$

$$\frac{\partial H(p,h)}{\partial p} = \frac{p}{\sqrt{m^2(h)-p^2}} = Q(p,h). \tag{1, б}$$

Определим устойчивую точку, то есть такие значения p и h, которые мы обозначим как p_0 и h_0, для которых фазовый поток стационарен, т.е. левые части уравнений (1, а) и (1, б) равны нулю.

Как известно [17], этим условиям может отвечать множество точек p_0, h_0 в зависимости от вида функций (1, а) и (1, б). Нетрудно видеть, что $\dfrac{\partial H}{\partial h} = 0$ в двух случаях: 1) производная $\dfrac{dm(h)}{dh} = 0$ или 2) $p \to \infty$.

Из первого условия находим высоту h_0, в которой производная $\left.\frac{dm(h)}{dh}\right|_{h_0} = 0$. Из условия $\frac{\partial H}{\partial h} = 0$ получаем $p_0 = 0$.

Матрица устойчивости M имеет вид

$$M = \begin{pmatrix} f_p(p_0, h_0) & f_h(p_0, h_0) \\ g_p(p_0, h_0) & g_h(p_0, h_0) \end{pmatrix},$$

где $f_p(p_0, h_0)$, $f_h(p_0, h_0)$, $g_p(p_0, h_0)$, $g_h(p_0, h_0)$ – соответственно частные производные по параметру p и h от правой части первого и второго уравнений системы (1) в точке p_0, h_0.

После определения соответствующих производных получаем искомую матрицу устойчивости

$$M = \begin{pmatrix} 0 & \left.\frac{d^2 m(h)}{dh^2}\right|_{h=h_0} \\ \frac{1}{m(h_0)} & 0 \end{pmatrix}.$$

Собственные значения этой матрицы

$$\lambda_{1,2} = \sqrt{\frac{1}{m(h_0)} \left.\frac{d^2 m(h)}{dh^2}\right|_{h=h_0}}. \tag{2}$$

Из (2) следует, что эти значения могут быть как действительными, так и мнимыми. Рассмотрим два случая:

1) Если $\left.\frac{d^2 m(h)}{dh^2}\right|_{h=h_0} > 0$, то $\lambda_1 = +\chi$, $\lambda_2 = -\chi$, $\chi = \left|\sqrt{\frac{1}{m(h_0)} \left.\frac{d^2 m(h)}{dh^2}\right|_{h=h_0}}\right|$.

В теории динамических систем показано [16 – 18], что искомая точка p_0, h_0 является гиперболической или седловой.

В этом случае наблюдается экспоненциальный рост в одном направлении или экспоненциальное затухание в другом. К этому типу колебаний относятся точки неустойчивого равновесия. Таким образом, если вторая производная от профиля показателя преломления тропосферы является положительной, то в неподвижной точке на фазовой плоскости имеем неустойчивое равновесие фазовых траекторий.

2) Пусть теперь $\left.\frac{d^2 m(h)}{dh^2}\right|_{h=h_0} < 0$. В этом случае собственные числа матрицы устойчивости являются мнимыми, т.е.

$$\lambda_1 = +j\chi\,,\ \lambda_2 = -j\chi\,.$$

Это типичный случай эллиптической точки (или «центра»), вокруг которой вращается локальный фазовый поток. С точки зрения всей динамической структуры в целом (например, траектории в тропосферном волноводе) эллиптическая точка обеспечивает наличие орбитно-устойчивых траекторий [17].

Для иллюстрации приведенных выше выкладок оценим устойчивость траекторий радиоволн в тропосферном волноводе для некоторых модельных $m(h)$-профилей тропосферы, к которым могут приближаться реальные профили.

В качестве первого примера рассмотрим вертикальный профиль модифицированного индекса рефракции, который соответствует солитоноподобному высотному профилю показателя преломления

$$n(h) = 1 + \frac{\mu^2}{ch^2(h/a)}\,,$$

где величина μ – характеризует глубину соответствующей потенциальной ямы, а величина a – ее эффективную ширину. В этом случае

$$m(h) = \left(\frac{\mu^2}{ch^2(h/a)} + \frac{h}{a_{\text{зем}}}\right). \qquad (3)$$

Найдем вторую производную от (3)

$$\frac{d^2m(h)}{dh^2} = \left(2\frac{\mu^2 \sinh\left(\frac{h}{a}\right)}{\cosh^3\left(\frac{h}{a}\right)a^2} - \frac{\mu^2}{\cosh^4\left(\frac{h}{a}\right)a^2}\right)$$

или иначе
$$\frac{d^2m(h)}{dh^2} = \frac{\mu^2}{a^2\cosh^3\left(\frac{h}{a}\right)}\left[\cosh^2\left(\frac{h}{a}\right) - 2\right].$$

Первый множитель всегда положителен. Таким образом, исследованию должен подвергаться второй множитель:

$$\cosh^2\left(\frac{h}{a}\right) - 2 = y(h)\,.$$

Графики функций $y(h)$ при различных значениях a приведены на рис. 1. Как следует из рис. 1, в зависимости от эффективной ширины потенциальной ямы (профиля показателя преломления) точка $h_{\text{равн}}$ разделяет высоту h на две части. На высотах $h > h_{\text{равн}}$ вблизи неподвижной точки вторая производная $\left.\dfrac{d^2m(h)}{dh^2}\right|_{h=h_0}$ является положительной, и фазовые траектории становятся неустойчивыми. Следовательно, устойчивое существование траекторий тропосферного волновода возможно при $h < h_{равн}$. Высота $h_{равн}$ зависит от профиля показателя преломления.

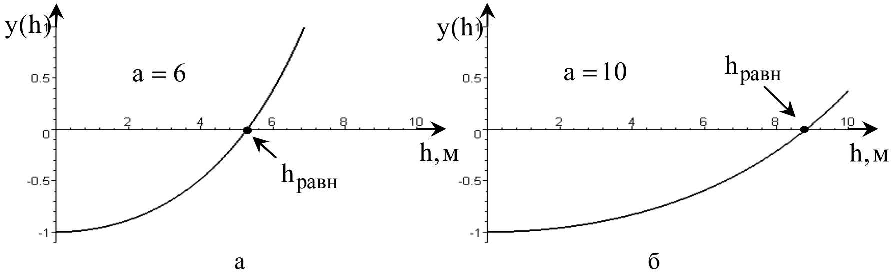

Рис. 1. Вид функций y(h) при различных значениях эффективной ширины потенциальной ямы a

Следует заметить, что неподвижная точка, как было показано выше, находится из условия $\dfrac{dm(h)}{dh} = 0$.

В качестве второго примера рассмотрим гиперболический высотный профиль модифицированного индекса преломления, которым обычно аппроксимируют $m(h)$-профиль волновода испарения [6, 4]

$$m(h) = m(h_{инв}) + \frac{(h - h_{инв})^2}{h + a}\frac{1}{a_{Зем}}, \qquad (4)$$

где $h_{инв}$ – высота инверсии (точки перегиба).

Найдем первую и вторую производную от (4)

$$\frac{dm(h)}{dh} = \frac{(h + h_{инв} + 2a)}{a_{Зем}(h+a)^2}(h - h_{инв}); \qquad (5)$$

$$\frac{d^2m(h)}{dh^2} = \frac{2\cdot(h_{инв} + a)^2}{a_{Зем}}\frac{1}{(h+a)^3}. \qquad (6)$$

Как видно из (5)

$\dfrac{dm(h)}{dh} = 0$ при $h = h_{инв}$, следовательно $h_0 = h_{инв}$.

Из (6) следует, что если $h \geq 0$, то $\frac{d^2m(h)}{dh^2} > 0$. Таким образом в волноводе испарения нет устойчивых траектории радиоволн, а при $h = h_{инв}$ существует точка неустойчивого равновесия.

При распространении радиоволн в волноводе испарения их траектории совершают колебания между подстилающей поверхностью моря (нижняя граница ТВВ) и точкой неустойчивого равновесия $h_{инв}$ (верхняя граница ТВВ). Когда траектория радиоволны касается нижней стенки ТВВ, то часть электромагнитной энергии поглощается подстилающей поверхностью (морем). Если же после отражения от нижней границы ТВВ импульс достаточно велик и траектория переходит через точку $h_{инв}$, то такая радиоволна покидает волновод (происходит "высвечивание" электромагнитной энергии из ТВВ). Этим можно объяснить большое погонное затухание радиоволн в волноводе испарения и высокий уровень поля над ним на загоризонтной дальности [19].

Методика оценки устойчивости траекторий радиоволн в морском тропосферном волноводе с использованием критерия Бендиксона. Как видно из примера для волновода испарения использование только матрицы устойчивости в некоторых случаях не дает исчерпывающей информации о возможности или невозможности локации целей в ТВВ на загоризонтной дальности. Для принятия окончательного решения по этому поводу приходится привлекать дополнительные сведения об условиях распространения радиоволн. Поэтому рассмотрим другой, не менее известный критерий устойчивости динамических систем – критерий Бендиксона [17]. Для односвязной области G справедлив критерий Бендиксона [17]: если для аналитической системы (1) выражение

$$K_{Бенд}(p,h) = \frac{\partial S(p,h)}{\partial p} + \frac{\partial Q(p,h)}{\partial h} \tag{7}$$

Знакопостоянно в односвязной области G, то в области G не существует простых замкнутых кривых, состоящих из траекторий системы, то есть тропосферный волновод существовать не может. Для нахождения точек, при переходе через которые функция (7) меняет знак, необходимо решить уравнение

$$K_{Бенд}(p,h) = 0. \tag{8}$$

Относительно переменной h. Если уравнение (8) имеет несколько решений, то рассматривать необходимо только действительные из них. В зависимости от начального значения p функция $K_{Бенд}(p,h)$ будет начинаться в области положительных или отрицательных значений и менять свой знак на противоположный на интервале между i-м и i + 1-м корнем, причем i должно быть нечетное. При наличии отрицательных корней в качестве нижней границей высотных интервалов, где могут существовать устойчивые траектории, следует принимать уровень горизонта ($h = 0$). Если среди решений уравнения (8) нет действительных положительных корней, то при таком $m(h)$ -профиле устойчивых траекторий не существует.

Для иллюстрации использования критерия Бендиксона проведем расчеты для таких же профилей, для которых уже проводилась оценка устойчивости траекторий с использованием матрицы устойчивости. На рис. 2, а, б приведены графики, отражающие зависимость $K_{Бенд}(h)$ при фиксированном p .

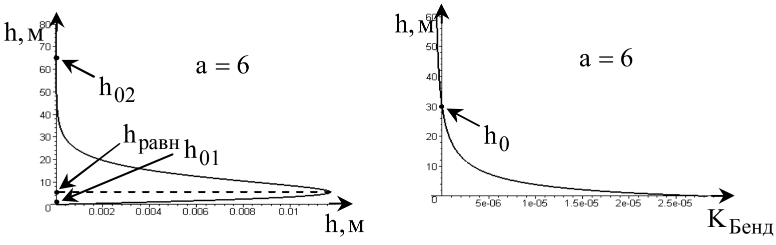

Рис. 2. Зависимость $K_{Бенд}(h)$ для различных m(h)-профилей при p = 1:

а) для m(h)-профиля заданного выражением (3);

б) для m(h)-профиля, характерного для волновода испарения

Из рисунков видно, что функция $K_{Бенд}(p, h)$ меняет знак при переходе через неподвижную точку h_0 . При солитоноподобном $n(h)$ -профиле уравнение $K_{Бенд}(p, h) = 0$ имеет только два действительных корня, и оба они положительны. На рис. 2, а их значения обозначены соответственно как h_{01} и h_{02} . Поэтому существование устойчивых траекторий здесь возможно на интервале высот $h \in [h_{01}, h_{02}]$. В случае же $m(h)$ -профиля, характерного для волновода испарения уравнение (8) имеет четыре корня, три из которых отрицательны. Поэтому существование устойчивых траекторий в ТВВ такого типа возможно на интервале высот $h \in [0, h_0]$.

Таким образом, для того чтобы оценить устойчивости траекторий радиоволн в морском тропосферном волноводе по критерию Бендиксона и найти интервалы высот, в пределах которых возможна локация целей на загоризонтной дальности, необходимо:

1) измерить значение коэффициента преломления тропосферы на интересующем высотном интервале и рассчитать $m(h)$-профиль;

2) найти действительные корни h_{0i} уравнения (8);

3) определить искомые высотные интервалы исходя из следующих условий:

– если $h \in [h_{0i}, h_{0i+1}]$, где i – нечетное, то на этом интервале высот возможно существование устойчивых траекторий;

– если среди действительных корней h_{0i} уравнения (8) есть как положительные, так и отрицательные, то в качестве нижней границей высотных интервалов, где могут существовать устойчивые траектории, следует принимать уровень горизонта ($h = 0$);

– если среди решений уравнения (8) нет действительных положительных корней, то при таком $m(h)$-профиле устойчивых траекторий не существует.

Выводы. 1. Если известен вертикальный профиль модифицированного коэффициента преломления, то, найдя собственные значения матрицы устойчивости для луча в расширенном координатно-импульсном пространстве, можно определить интервалы высот, в пределах которых траектории радиоволн будут устойчивы. Таким образом, мы можем найти высоты, на которых возможно устойчивое обнаружение целей в морском ТВВ на загоризонтной дальности.

2. Число и размеры высотных интервалов, где существуют устойчивые траектории, определяются видом $m(h)$-профиля (количеством и эффективной шириной потенциальных ям).

3. Большое погонное затухание радиоволн в волноводе испарения и высокий уровень поля над ним на загоризонтной дальности можно объяснить отсутствием в ТВВ такого типа устойчивых траекторий.

4. В ряде случаев для оценки устойчивости траекторий удобнее пользоваться не матрицей устойчивости, а критерием Бендиксона. Соответствующая методика проведения расчетов приведена в тексте статьи.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Распространение ультракоротких радиоволн: Пер. с англ. / Под ред. Б.А. Шиллерова. – М: Сов. радио, 1954. – 564 с.*
2. *Распространение радиоволн в тропосфере: Обзор / Хитни Г.В., Рихтер Ю.Х., Папперт Р.А., Андерсон К.Д., Баумгартнер Дж.Б. // ТИИЭР. – 1985. – Т. 73. – № 2. – С. 106 – 128.*
3. *Сухонин Е.В. Оперативное прогнозирование рабочих характеристик маловысотных РЛС на основе данных по коэффициентам преломления атмосферы // Радиотехника сверхвысоких частот, ЭИ. – 1990. – № 44. – С. 1 – 5.*

4. *Михайлов Н.Ф., Рыжков А.В., Щукин Г.Г. Радиометеорологические исследования над морем. – Л.: Гидрометеоиздат, 1990. – 207 с.*
5. *Морская радиолокация / Под ред. В.И. Винокурова. – Л.: Судостроение, 1986. – 256 с.*
6. *Фок В.А. Проблемы дифракции и распространения электромагнитных волн. – М.: Сов. радио, 1970. – 520 с.*
7. *Кравцов Ю.А., Орлов Ю.И. Геометрическая оптика неоднородных сред. – М: Наука, 1980.*
8. *Булдырев В.С., Грикуров В.Э., Саликов С.П. Горизонты прямой видимости и границы применимости метода нормальных волн при сверхрефракции // Радиотехника и электроника. – 1979. – № 7. – С. 1323 – 1331.*
9. *Грикуров В.Э., Саликов С.П. Численное сравнение лучевого метода и метода нормальных волн для тропосферного волновода // Радиотехника и электроника. – 1978. – № 8. – С. 1578 –11587.*
10. *Голанд В.И., Кошель К.В. Метод эволюции спектрального параметра в задаче о загоризонтном распространении ультракоротких волн // Радиотехника и электроника. – 1990. – № 9. – С. 1805 – 1809.*
11. *Кукушкин А.В., Фрейлихер В.Д., Фукс И.М. Рассеяние дифракционного поля на турбулентных пульсациях показателя преломления тропосферы // Изв. вузов. Радиофизика. – 1983. – № 7. – С. 817 – 822.*
12. *Кляцкин В.И. Метод погружения в теории распространения волн. – М.: Наука, 1986. – 224 с.*
13. *Kane S. Y., Jei S. C. Impedance Boundary Condition Simulation in the FDTD/ FVTD Hybrid // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. – 1997. – Vol. 45, № 6. – P. 921 – 925.*
14. *Кравцов Ю.А., Свистунов К.В., Тинин М.В. Об использовании представлений лучевых траекторий в расширенном пространстве параметров при решении задач распространения волн в неоднородных средах // Радиотехника и электроника. – 1990. – № 8. – С. 1603 – 1609.*
15. *Карлов В.Д., Полярус О.В., Савченко М.П., Цехмістров Є.В. Обґрунтування вибору методу розрахунку морського радіолокаційного тропосферного хвильоводу // Збірник наукових праць ХВУ. – Х.: ХВУ. – 2001. – Вип. № 7 (37). – С. 37 – 40.*
16. *Заславский Г.М., Сагдеев Р.З. Введение в нелинейную физику. От маятника до турбулентности и хаоса. – М.: Наука, 1988. – 368 с.*
17. *Андронов А.А., Леонтович Е.А., Гордон И.И., Майер А.Г. Качественная теория динамических систем второго порядка. – М.: Наука, 1966. – 568 с.*
18. *Андронов А.А., Витт А.А., Хайкин С.Э. Теория колебаний. – М.: Наука, 1981. – 568 с.*
19. *Кукушкин А.В., Синицын В.Г., Влияние приводной М-инверсии на распространение радиоволн в тропосферном волноводе // Изв. вузов. Радиофизика. – 1979. – Т. 22, № 7. – С. 802 – 808.*

Поступила 29.03.2005

Рецензент: доктор технических наук, профессор В.И. Карпенко,
Харьковский университет Воздушных Сил.