УДК 621.391.7

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ОДНОТИПНИХ ВИРОБІВ

В.В. Косенко[1], О.В. Курко[2], О.В. Мігура[2], С.Ф. Кривчач[1]
([1]Харківський університет Повітряних Сил,
[2]Об'єднаний науково-дослідний інститут ЗС України, Харків)

Пропонується підхід до створення узагальненої математичної моделі, яка застосовується в системі автоматичного проектування (САПР) при проектуванні однотипних виробів.

узагальнена математична модель, система автоматичного проектування

Вступ. Важливим етапом проектування складних виробів є моделювання їх за допомогою системи автоматизованого проектування з метою здійснення математичного експерименту із вибору оптимальних параметрів конструкцій проектуємого виробу [1]. У разі наявності сімейства однотипних виробів доцільно розробляти і впроваджувати математичну модель не для окремого виробу, а для цілого сімейства [2]. У цьому випадку змінюється підхід до постановки і проведення математичного моделювання [3]. Тому метою даної статі є обґрунтування підходу до створення такої узагальненої математичної моделі.

Результати досліджень. Розглянемо основні особливості структурно-логічних моделей, які використовуються в сучасних системах автоматичного проектування. Поняття структурно-логічної моделі випливає з тієї ж функціональної мети, яку повинна виконувати узагальнена математична модель САПР. На рис. 1 наданий приклад схеми структурно-логічної моделі, де $\vec{F}_1(t,\vec{X})$ – математична модель передавача;

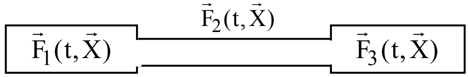

Рис. 1. Приклад структурно-логічної схеми

$F_2(t,\vec{X})$ – передача сигналу по каналу зв'язку; $F_3(t,\vec{X})$ – математична модель приймача. Виходячи з даної структурно-логічної схеми задамо відповідну систему рівнянь, що описують кожен з її елементів:

$$\begin{cases} \dfrac{dx_1}{dt} = f_1(t, x_1, ..., x_n); \\ \cdots \\ \dfrac{dx_{i-1}}{dt} = f_2(t, x_1, ..., x_n); \end{cases} \quad (1) \qquad \begin{cases} \dfrac{dx_i}{dt} = f_1(t, x_1, ..., x_n); \\ \cdots \\ \dfrac{dx_{j-1}}{dt} = f_2(t, x_1, ..., x_n); \end{cases} \quad (2) \qquad \begin{cases} \dfrac{dx_j}{dt} = f_1(t, x_1, ..., x_n); \\ \cdots \\ \dfrac{dx_n}{dt} = f_2(t, x_1, ..., x_n), \end{cases} \quad (3)$$

де система рівнянь (1) задає $\vec{F}_1(t,\vec{X})$; (2) – $F_2(t,\vec{X})$; (3) – $F_3(t,\vec{X})$.

Якщо необхідно скласти математичну модель узагальненого об'єкта, то, зберігаючи структуру системи рівнянь, одержимо:

$$\left.\begin{aligned}\frac{dx_1}{dt} &= a_{11} + a_{12} + a_{13} + \ldots + a_{1m}\\ \frac{dx_2}{dt} &= a_{21} + a_{22} + a_{23} + \ldots + a_{2m}\end{aligned}\right\} - \text{узагальнена математична модель передавача}$$

$$\cdots$$

$$\left.\begin{aligned}\frac{dx_i}{dt} &= a_{i+11} + a_{i+12} + a_{i+13} + \ldots + a_{i+1m}\\ \frac{dx_{i+1}}{dt} &= a_{i+11} + a_{i+12} + a_{i+13} + \ldots + a_{i+1m}\end{aligned}\right\} - \text{узагальнена математична модель передавача сигналу по каналу зв'язку}$$

$$\left.\begin{aligned}\frac{dx_i}{dt} &= a_{n-11} + a_{n-12} + a_{n-13} + \ldots + a_{n-1m}\\ \frac{dx_n}{dt} &= a_{n1} + a_{n2} + a_{n3} + a_{n4} + \ldots + a_{nm}\end{aligned}\right\} - \text{узагальнена математична модель приймача}$$

Отже, узагальнена математична модель складається зі структур першого порядку a_{ij} і структур більш високого порядку, що є групами елементів першого порядку, які поєднують окреме рівняння (структури ІІ-го порядку). Цю класифікацію можна поширити на сукупність рівнянь, що описують процеси, які відбуваються в передавачі або приймачі (структура третього порядку) і т.д. Тому структурно-логічну модель можна записати у вигляді матриці:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \ldots & a_{1m}\\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \ldots & a_{2m}\\ a_{i1} & a_{i2} & a_{i3} & \ldots & a_{im}\\ a_{i+11} & a_{i+12} & a_{i+13} & \ldots & a_{i+1m}\\ a_{n-11} & a_{n-12} & a_{n-13} & \ldots & a_{n-1m}\\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \ldots & a_{nm} \end{bmatrix}.$$

Елемент матриці a_{ij} відповідає j-му доданку з і-го рівняння. Елементи даної матриці або сума їх по рядках складають бібліотеку модулів. З цих модулів керуюча програма формує математичну модель реального проектованого об'єкта. Таким чином, математична модель представлена суперпозицією окремих модулів. Для внесення змін до моделі вона повинна бути «відкритою». Тому що система автоматичного проектування включає складні логічні зв'язки, що накладають певні труднощі в програмній реалізації, доцільно математичну модель мати максимально формалізованою [4]. Розглянемо формалізацію моделі за допомогою метода штрафних функцій. У цьому випадку задача зі складною логікою (з обмеженнями) зводиться до мінімізації деякої функції, що не має обмеження. Для цього треба побудувати таку штрафну функцію, що дорівнює нулю в області, утвореною обмеженнями, і швидко зростає поза областю. Надалі мінімізують суму штрафної і заданої функції.

Якщо необхідно знайти мінімум функції $f_i(\vec{X})$ при обмеженнях $f_i(\vec{X}) \le 0$, де $\vec{X}$ – n-мірний вектор, то:

$$\varphi(\vec{x}, r) = r\sum_{i=1}^{k}\psi\left[f_i(\vec{x})\right],\ r > 0,\ \psi\left[f_i(\vec{x})\right] = \begin{cases}\left[f_i(\vec{x})\right]^2 & \text{при} \quad f_i(\vec{x}) \ge 0; \\ & \text{при} \quad f_i(\vec{x}) < 0.\end{cases}$$

Надалі замість $\min f(\vec{x})$ мінімізуємо функцію $F(\vec{x}, r) = f(\vec{x}) + \varphi(\vec{x}, r)$.

Часто математичну модель, що представляє собою систему диференціальних рівнянь або рівнянь іншої аналітичної форми, доводиться доповнювати експериментальними залежностями. Отже, зручно в архіві системи мати стандартну підпрограму, що реалізує метод, який дозволяє перетворювати графічну інформацію в аналітичну автоматично і забезпечувати високу точність апроксимації. Це можна здійснити за допомогою апарату R-функцій [5]:

$$Y = f(x_1, x_0, x_1, x_2, y_1, \delta_1) = Q(\cdots) + R(\cdots) = \left(y_1 / \left(4(x_1 - x_0)(x_2 - x_1)\right)\right)\times$$
$$\times\ \Big[(x - x_0)(x_2 - x_1) + (x_2 - x)(x_1 - x_0) - \left|(x - x_0)(x_2 - x_1) - (x_2 - x_1)(x_1 - x_0)\right| +$$
$$+ \Big|(x - x_0)(x_2 - x_1) + (x_2 - x)(x_1 - x_0) - \left|(x - x_0)(x_2 - x_1) - (x_2 - x)(x_1 - x_0)\right|\Big|\Big] +$$
$$+ 2\delta_1\left[(x - x_1)(x_2 - x) + \left|(x - x_1)(x_2 - x)\right|\right] / (x_2 - x)^2.$$

Висновок. Запропонований підхід до створення узагальненої математичної моделі при проектуванні однотипних виробів дозволяє суттєво зменшити витрати при автоматизованому проектуванні та дозволяє мати узагальнену фізичну модель, опис якої є напрямком подальших досліджень.

ЛІТЕРАТУРА

1. *Ли К. Основы САПР (CAD/CAM/CAE). – С.-Пб.: Питер, 2004. – 560 с.*
2. *Большаков В.П. Инженерная и компьютерная графика. практикум. – С.-Пб.: BHV-СПб, 2004. – 592 с.*
3. *Калянов Г.Н. CASE: Структурный системный анализ (автоматизация и применение). М.: ЛОРИ, 1996. – 486 с.*
4. *Кучук Г.А. Метод синтезу логічної структури мережевої бази даних // Системи обробки інформації. – Х. : ХВУ, 2001. – Вип. 2(12). – С. 32-36.*
5. *Рвачев В.Л. Неархимедова арифметика и другие конструктивные средства математики. Избранные труды. – М.: ШКП, 1995. – 800 с.*

Надійшла 1.06.2005

Рецензент: доктор технічних наук, професор О.М. Фоменко,
Харківський університет Повітряних Сил.